



MODELAGEM MATEMÁTICA SEGUNDO A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA

Jussara de Loiola Araújo

Universidade Federal de Minas Gerais

jussara@mat.ufmg.br

PÚBLICO ALVO: professores de Matemática dos ensinos Fundamental, Médio ou Superior.

ATIVIDADES:

1) Resolução de um problema baseado em uma situação real.

Em fevereiro de 2003, para minha surpresa, a conta de luz de minha residência tinha um valor consideravelmente superior ao do mês de janeiro do mesmo ano. Como eu não tinha ouvido falar em aumento de tarifas, pensei, em princípio, que tinha havido algum engano em seu cálculo.

Com essa história, pretendo iniciar a primeira atividade do mini curso. Distribuirei cópias das contas de dezembro de 2002 e de fevereiro de 2003 (pois não tenho mais a de janeiro) e discutirei com os alunos uma série de questões que possam ajudar a solucionar o “mistério”. Além de cálculos matemáticos, certamente discutiremos questões referentes a programas de governo sobre cálculos diferenciados de contas de luz.

2) Análise de um projeto de Modelagem desenvolvido por um grupo de alunos.

Desde de 2002 tenho lecionado a disciplina Matemática I do currículo do curso de Geografia da Universidade Federal de Minas Gerais – UFMG. O desenvolvimento de projetos de Modelagem Matemática tem sido uma das principais atividades propostas. No ano de 2002, um grupo escolheu o tema “Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) – um estudo crítico e comparativo do IDH e outros índices.” Proporei uma análise de uma versão resumida deste projeto como a segunda atividade do mini curso.

3) Discussões teóricas sobre Modelagem Matemática e Educação Matemática Crítica.

A partir das duas atividades anteriores, pretendo levantar questões que encaminhem para uma discussão teórica sobre o tema. Para tal, nos basearemos também no texto-referência do mini curso, o qual passo a apresentar.

TEXTO

Modelagem Matemática na Educação Matemática

De maneira geral, a modelagem matemática pode ser entendida como uma abordagem, por meio da matemática, de uma situação não-matemática da realidade. Essa perspectiva geral, entretanto, é incapaz de revelar a multiplicidade de perspectivas de modelagem matemática que se concretizam em ambientes de ensino e aprendizagem de matemática, como já aponte em Araújo (2002). Essa visão geral, vinda da matemática aplicada, foi a inspiração para a modelagem matemática na Educação Matemática mas, nesta última, ela toma rumos diferentes. O fato de se localizarem em contextos diferentes traz mudanças significativas, tanto na própria perspectiva quanto nos objetivos da modelagem matemática. Discuto, a seguir, a forma como alguns autores a entendem.

Ao apresentar sua experiência utilizando a modelagem matemática como uma estratégia de ensino e aprendizagem, Bassanezi (1994) começa expondo sua perspectiva (na matemática aplicada):

o estudo de problemas e situações reais com o uso da matemática como linguagem para sua compreensão, simplificação e resolução, objetivando uma possível revisão ou modificação do objeto em estudo, é parte de um processo que tem sido denominado 'Modelagem Matemática' (p. 31).

E confirmando o que afirmei acima, acerca da ampliação dos limites da modelagem matemática em um contexto de ensino e aprendizagem, o mesmo autor acrescenta:

Nosso trabalho tem sido tentar conectar a experiência de ensino com a perspectiva de modelagem baseados em preocupações teóricas, filosóficas e metodológicas específicas. Nós levamos em conta os recursos humanos, o interesse compartilhado pelo professor, aluno e comunidade; contextos social, político e econômico etc. Procuramos, também, resgatar a Etnomatemática, sua interpretação e contribuição no nível da sistematização matemática. (p. 31).

A passagem acima mostra, claramente, como o autor transforma sua perspectiva de modelagem matemática, partindo de uma visão semelhante à da matemática aplicada, mas acrescida de questões e objetivos de cunho educacional ao ser levada para um contexto de ensino e aprendizagem.

Podemos perceber essa transformação também em outros autores. Em uma experiência que incorpora modelagem matemática em um curso pré-universitário descrito em Galbraith e Clatworthy (1990), os autores acrescentam, dentre os objetivos do programa de modelagem, *o desenvolvimento de habilidades de participação individual e em equipe na solução de problemas e a comunicação e avaliação dos resultados de um projeto.* (p. 138). Esse trabalho mostra também o surgimento de aspectos educacionais em um processo de modelagem, quando considerado em um ambiente de ensino e aprendizagem. Discussões em grupo, apresentação escrita de um trabalho, exposição de resultados, discussões com o professor e com colegas, são aspectos educacionais que surgem a partir do objetivo de se construir um modelo matemático e que, além disso, são importantes para o enriquecimento do modelo construído.

A perspectiva de modelagem matemática de Borba, Meneghetti e Hermini (1997), por sua vez, dá diretamente ao aluno um papel de destaque no processo de modelagem. Segundo esses autores, *a Modelagem pode ser vista como o esforço de descrever matematicamente um fenômeno que é escolhido pelos alunos com o auxílio do professor.* (p. 63). Podemos perceber aqui a idéia que perpassa todas as perspectivas – descrever um fenômeno matematicamente – mas a participação do aluno na escolha desse fenômeno é tida como primordial. Na matemática aplicada, por exemplo, não importa muito quem propõe o problema: a preocupação maior está em resolvê-lo, o que mostra, mais uma vez, as transformações vivenciadas pela modelagem em um ambiente de ensino e aprendizagem. Essa característica dá outros contornos à perspectiva de

modelagem matemática desses autores, pois os alunos, por serem os propositores do problema ou da situação a ser estudada, sentem-se responsáveis por ele(a) e acabam envolvendo-se muito mais.

Em uma experiência semelhante a essa, tenho proposto a modelagem matemática para a disciplina Matemática I da Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG, ofertada para o curso de Geografia dessa universidade. Relatarei, na próxima seção, uma experiência com as duas turmas dessa disciplina, uma do turno diurno e outra do noturno, no primeiro semestre de 2002. Antes disso, apresentarei também a perspectiva de Modelagem Matemática que adoto.

Modelagem Matemática e Educação Matemática Crítica: um exemplo

Após os estudos teóricos e reflexões pertinentes à pesquisa que desenvolvi ao longo do Doutorado em Educação Matemática, construí a seguinte perspectiva de modelagem matemática na Educação Matemática

[modelagem matemática é] *uma abordagem, por meio da matemática, de um problema não-matemático da realidade, ou de uma situação não-matemática da realidade, escolhida pelos alunos reunidos em grupos, de tal forma que as questões da Educação Matemática Crítica embasem o desenvolvimento do trabalho.* (Araújo, 2002, p. 39).

Certamente, se eu apresentasse apenas o texto acima para os alunos de Matemática I, várias questões poderiam ser levantadas. Eles poderiam ficar em dúvida, por exemplo, sobre o que vem a ser um problema não-matemático da realidade. Essa questão é bem próxima das questões filosóficas: o que é a “Matemática”?; Qual é a relação entre “a Matemática e a realidade”? Eu apresento uma abordagem a essas questões em Araújo (2002), mas por não ser o objetivo desta proposta, não vou tratá-las aqui. Assim, a apresentação da proposta do projeto de modelagem para a turma foi feita por meio de uma orientação inicial com a ajuda de um texto menos formal.

Ainda com relação à perspectiva de modelagem matemática apresentada acima, acredito que os alunos não sabiam o que vinha a ser Educação Matemática Crítica e, portanto, não poderiam ter questões propostas e discutidas por ela sendo consideradas

em seus projetos. Segundo Skovsmose (2000b), a Educação Matemática Crítica se preocupa com o desenvolvimento da *materacia*, que é uma extensão do conceito de *literacia* proposto por Paulo Freire, ou seja, o objetivo não é simplesmente desenvolver habilidades de cálculos matemáticos, mas também de promover a participação crítica dos alunos/cidadãos na sociedade, discutindo questões políticas, econômicas, ambientais etc. nas quais a Matemática é utilizada como suporte tecnológico. Nesse caso, dirige-se uma crítica à própria Matemática assim como a seu uso na sociedade, e não apenas se preocupa com seu ensino e aprendizagem. Skovsmose (2000a) enumera algumas preocupações da Educação Matemática Crítica:

(1) A educação não pode ser discutida apenas em termos de preparação para a educação futura ou para o mercado de trabalho. Escolarização também significa preparação para cidadania e participação na vida social e política. O que isto significa para a educação matemática?

(2) A matemática poderia servir como uma ferramenta para identificar e analisar aspectos críticos da vida social?

(3) Como a educação matemática poderia considerar os interesses e competências dos alunos para o desenvolvimento do conhecimento e aprendizagem?

(4) A educação matemática poderia fornecer ‘filtros culturais’ sendo, por exemplo, guardião do portão para a sociedade tecnológica. Como questões sobre igualdade, equidade e justiça poderiam estar refletidas na sala de aula de matemática?

(5) A matemática poderia se tornar uma ferramenta problemática para resolver uma larga gama de problemas, já que a própria matemática é parte da sociedade tecnológica. A matemática não pode ser apenas uma ferramenta para crítica; deve-se também dirigir uma crítica à própria matemática e nesse sentido ela se torna um ‘objeto de crítica’. O que isso significa para a educação matemática?

(6) Toda sala de aula se torna uma micro-sociedade e pode representar a democracia em espécie (ou de outra forma). O que isto significa para as interações entre alunos e professor na sala de aula de matemática? (p. 2).

Assim, optei por apresentar uma orientação mais ampla para os alunos que, entretanto, não citava a terminologia Educação Matemática Crítica, mas eu tinha a intenção de orientar o desenvolvimento dos projetos inspirada por essa teoria.

Os projetos deveriam, então, ser desenvolvidos por grupos de 4 ou 5 alunos, seguindo a orientação proposta. Ele seria desenvolvido ao longo de todo o semestre, em momentos que aconteceriam na sala de aula de Matemática I e fora dela. Negociamos e estipulamos um calendário a ser seguido, com a intenção de evitar que tudo fosse realizado apenas no final do semestre. Destacamos, então, quatro etapas:

- 1) *Escolha do tema*: no terceiro dia de aula, levantamos alguns temas de interesse. Cada pessoa poderia propor quantos temas quisesse e eles foram listados no quadro negro. Essa escolha poderia ser feita, também, por algum grupo já constituído. Após o levantamento, cada aluno (ou grupo) escolhia um tema entre os listados de tal forma que ninguém ficasse sem grupo.
- 2) *Apresentação do projeto de pesquisa*: duas semanas após a divisão dos grupos e escolha dos temas, os grupos deveriam apresentar o “projeto de pesquisa”, segundo as orientações dadas previamente.
- 3) *Desenvolvimento do projeto*: como a apresentação final dos projetos aconteceria apenas no fim do semestre, essa foi a etapa mais longa. Entretanto, os grupos deveriam relatar para mim, uma vez por mês, a situação parcial de seus projetos.
- 4) *Apresentação final*: cada grupo apresentou uma versão final escrita do trabalho desenvolvido. Eles tiveram, também, que sumarizar as principais idéias de seu trabalho para uma apresentação oral de 20 minutos para toda a turma, à qual se seguiu um pequeno debate.

Os temas escolhidos pelos grupos, em cada uma das duas turmas, foram os seguintes:

Turma do diurno:

- 1) Aquíferos: sua Importância e Poluição.
- 2) Quantificação dos Recursos Hídricos Subterrâneos do Complexo Cauê – Itabira, Minas Gerais.
- 3) Cálculo de Vazão de Rios.
- 4) Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) – um estudo crítico e comparativo do IDH e outros índices.
- 5) Criminalidade.
- 6) Geoprocessamento.
- 7) Energia Nuclear.
- 8) Lixo com ênfase em aterros sanitários.
- 9) Mapeamento Espeleológico.

Turma do noturno:

- 1) Índice de Desenvolvimento Humano: A Matemática da qualidade de vida.
- 2) Projeto de Modelagem Matemática sobre a obra “O Capital”.
- 3) O Sistema de Alerta da Bacia do Rio Doce e a Matemática.
- 4) O Sistema de Abastecimento Público de Água Potável para a Região Metropolitana de Belo Horizonte: modelos matemáticos e medidas de controle de perdas e do desperdício desse recurso hídrico.
- 5) Vigilância Ambiental em Saúde: água para consumo humano.
- 6) Movimentos Migratórios dentro da Região Metropolitana de Belo Horizonte.
- 7) A Matemática no Trânsito da Avenida Antônio Carlos.
- 8) Criminalidade.
- 9) A Problemática do Lixo Urbano em Belo Horizonte.

Por não ser possível relatar e discutir todos esses projetos aqui, limitarei-me, a título de ilustração, a apresentar algumas partes de um deles: “Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) – um estudo crítico e comparativo do IDH e outros índices”, desenvolvido por um grupo de cinco alunos da turma do diurno¹.

¹ As informações apresentadas aqui foram retiradas da versão escrita do projeto desenvolvido pelo grupo composto pelos alunos Acauã, Carlos, Fabiana, Fabrícia e Raquel.

O grupo iniciou seu trabalho apresentando o IDH como um índice criado pela Organização das Nações Unidas (ONU) para medir o desenvolvimento humano de uma dada população. É afirmado que, para calcular o IDH de uma população, são consideradas três dimensões do desenvolvimento humano: a longevidade da população, seu nível educacional e sua renda. Os objetivos do projeto eram:

- Estudar e compreender melhor o IDH;
- Investigar a existência e eficiência de outro índice que mede a condição do indivíduo – o Índice de Condição de Vida (ICV);
- Comparar o IDH e o ICV;
- Analisar o IDH e o ICV de regiões de um mesmo município (Belo Horizonte) e retratar a existência de disparidade de desenvolvimento humano neles contida;
- Criticar o IDH enquanto índice deficiente para retratar uma realidade complexa da condição do ser humano.

Como já foi dito, utiliza-se, para o cálculo do IDH, os valores de três índices (de longevidade, de educação e de renda) que são calculados a partir da seguinte fórmula geral:

$$\text{índice} = \frac{\text{valor observado} - \text{valor mínimo}}{\text{valor máximo} - \text{valor mínimo}}$$

Por exemplo, o índice de longevidade (IL) de uma população, cuja esperança de vida ao nascer é V , é calculado por:

$$IL = \frac{V - 25}{85 - 25}$$

O índice de educação (IE), por sua vez, é calculado utilizando-se uma média ponderada entre o índice de alfabetização (IA) e o índice de matrícula (IM), que são calculados utilizando-se a fórmula geral. Assim, IA e IM são calculados por:

$$IA = \frac{A - 0}{100 - 0} \quad IM = \frac{M - 0}{100 - 0}$$

E IE por

$$IE = \frac{2IA + IM}{3}$$

O cálculo do índice de renda (IR) de um país é um pouco mais complexo. Esse cálculo parte da hipótese de que a contribuição da renda para o desenvolvimento humano apresenta comportamento decrescente. Se o Produto Interno Bruto (PIB) *per capita* de um país é Y , ele é reduzido através do modelo de Atkinson para um valor W , o qual é utilizado para o cálculo do IR . Assim, se Y^* é o PIB *per capita* médio mundial, W é calculado da seguinte forma:

$$W = Y^* \text{ para } 0 < Y < Y^*$$

$$W = Y^* + 2(Y - Y^*)^{1/2} \text{ para } Y^* < Y < 2Y^*$$

$$W = Y^* + 2(Y^*)^{1/2} + 3(Y - 2Y^*)^{1/3} \text{ para } 2Y^* < Y < 3Y^*$$

...

$$W = Y^* + 2(Y^*)^{1/2} + 3(Y^*)^{1/3} + \dots + n[Y - (n-1)Y^*]^{1/n} \text{ para } (n-1)Y^* < Y < nY^*$$

E o IR é dado por:

$$IR = \frac{W - 100}{40000 - 100}$$

Finalmente, o IDH é calculado como a média aritmética entre IL , IE e IR :

$$IDH = \frac{IL + IE + IR}{3}$$

Apesar da apresentação de todas essas fórmulas, não foi feita uma análise mais profunda sobre o porquê de elas terem sido criadas como o foram. O grupo poderia ter

discutido, por exemplo, o modelo de Atkinson: por que ele foi escolhido? Como ele funciona? Quais são seus pressupostos? Sobre os cálculos dos índices, ele poderiam ter questionado os valores mínimos e máximos utilizados: como eles foram obtidos? Além disso, por que foram esses os índices escolhidos? Etc.

Após as fórmulas, foram apresentados os dados referentes a várias regiões de Belo Horizonte, seguidos de comentários.

Por fim, o grupo reconheceu que o IDH representa um avanço com relação ao Produto Interno Bruto (PIB) *per capita*, que antes era usado para avaliar as condições de uma população, mas criticou sua adequação para medir o desenvolvimento humano. Segundo as palavras do grupo, *o IDH realmente superou o PIB per capita, entretanto possui um grau de eficiência muito baixo para medir (algo que talvez nem possa ser medido) o desenvolvimento humano.* (trabalho escrito, p. 11). Assim, o grupo chega mesmo a questionar se tal desenvolvimento poderia ser medido por algum índice.

Apesar de sucinto, este relato do trabalho desenvolvido pelo grupo nos mostra a postura crítica dos alunos ao estudarem o IDH: eles não encararam as fórmulas de seu cálculo como algo inquestionável. Entretanto, eles não chegaram a compreender e criticar a maneira como essas fórmulas foram construídas, o que ainda manteve a Matemática dentro de uma “caixa preta” que não pôde ser desvendada por completo. Talvez, isso revele um pouco sobre a relação desses alunos com a Matemática: algo misterioso que eles não conseguem atingir. Daí, teria sido importante uma orientação mais próxima, de minha parte, para buscar enfrentar essa “caixa preta” de modo a compreender, e conseqüentemente criticar, a forma como a Matemática é usada na criação de índices que pretendem medir o desenvolvimento humano, uma questão que, certamente, está no âmbito das preocupações da Educação Matemática Crítica.

Considerações Finais

A modelagem matemática, quando fundamentada pela Educação Matemática Crítica, pode proporcionar ricos momentos de discussões sobre o papel da Matemática na sociedade. Em trabalhos como o apresentado aqui, os alunos têm a oportunidade de vivenciar uma Matemática em ação, o que demanda não apenas discussões de conteúdo matemático, mas também de Economia, Sociologia, Geografia, Ecologia ou qualquer outra área, dependendo do tema escolhido para ser estudado. Mais que isso, essas

discussões são assentadas no mundo real, o que exige um constante trânsito entre elas, as situações reais e o próprio cotidiano dos alunos.

Acredito que o tempo de um mini curso seja muito pequeno para as reflexões necessárias sobre o tema. Entretanto, espero que, lançada a semente, os participantes sintam-se convidados a buscarem mais estudos sobre ele.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Matemática; Educação Matemática Crítica; sala de aula.

Referências Bibliográficas

ARAÚJO, J. L. *Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: as Discussões dos Alunos*. 2002. 173 f. Tese (Doutorado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

BASSANEZI, R. C. Modelling as a Teaching-Learning Strategy. *For the Learning of Mathematics*, Vancouver, v. 14, n. 2, p. 31-35, june 1994.

BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. Modelagem, Calculadora Gráfica e Interdisciplinaridade na Sala de Aula de um Curso de Ciências Biológicas. *Revista de Educação Matemática da SBEM-SP*, [São José do Rio Preto], v. 5, n. 3, p. 63-70, 1997.

GALBRAITH, P. L.; CLATWORTHY, N. J. Beyond Standard Models – Meeting the Challenge of Modelling. *Educational Studies in Mathematics*. Dordrecht, v. 21, p. 137-163, 1990.

SKOVSMOSE, O. Aporism and Critical Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics*, Kingston, v. 20, n. 1, p. 2-8, mar. 2000a.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*. Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000b.