



UMA ABORDAGEM DE ENSINO-APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE ÁREA

Sonia Regina Facco

Saddo Ag Almouloud

PUC/SP

soniafacco@uol.com.br

saddoag@puccsp.br

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por objetivo apresentar um estudo que tem como objetos os fenômenos de ensino e aprendizagem da construção do conceito de superfície e de área no Ensino Fundamental. Dessa forma explicitamos uma proposta de ensino, validada por meio de sua aplicação a um grupo de alunos de quinta série de uma escola da rede pública de São Paulo.

Por acreditarmos que a escolha de situações-problema relacionadas à área de figuras geométricas planas possibilita comparações dessas figuras ao identificarmos área como grandeza autônoma, elaboramos e aplicamos uma seqüência didática subsidiada pela dialética ferramenta-objeto e mudança de quadros de Régine DOUADY (1986) e pela teoria de registros de representação semiótica de Raymond DUVAL (1993, 1994, 1995). Essas situações-problema enfatizam a (re)configuração de figuras planas. Apoiamo-nos no conceito de área como grandeza, partindo da hipótese de BALTAR (1996), que discute o desenvolvimento do conceito de área como grandeza para permitir aos alunos o estabelecimento das relações necessárias entre os quadros geométrico e numérico.

Elaborar e aplicar uma proposta de trabalho a fim de subsidiar o processo ensino-aprendizagem desse conceito são os objetivos fundamentais deste nosso trabalho, que foi exposto por meio de uma seqüência de atividades constituída por três eixos:

1. superfície - como conjunto de pontos.

2. área - como grandeza.
3. medida de área - como número positivo.

Procuramos ainda comparar superfícies das figuras, em especial a dos polígonos, por recorte-colagem, ladrilhamento, decomposição e composição.

Os princípios da engenharia didática, preconizada por DOUADY, direcionaram nossos trabalhos que envolveram atividades como: estudos preliminares, análises das atividades-exercícios pelos professores e análise dos resultados obtidos com a aplicação destes aos alunos de quinta série do Ensino Fundamental, envolvidos na pesquisa.

Esta proposta didática justifica-se tendo em vista à preocupação com a prática do professor em sala e à apreensão do aluno quanto a esses conceitos. Acreditamos que geralmente a aprendizagem e o aprendizado evidenciam lacunas que impossibilitam a compreensão de conteúdos posteriores.

Assim, durante a elaboração e aplicação desta proposta didática, trabalhamos com professores que tanto participaram do projeto “Estudo de Fenômenos de Ensino-Aprendizagem de Noções Geométricas Pelos Alunos de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental” da PUC-SP, em sessões semanais num período de dois meses para a elaboração da proposta quanto participaram da aplicação em uma turma de alunos em 14 sessões num período também de dois meses.

Aplicamos um teste-piloto da seqüência de atividades a um grupo de alunos de 5ª série para direcionar nossos propósitos quanto à fundamentação da proposta. Observamos também pesquisas feitas por BALTAR (1996) e alguns livros didáticos para verificar situações de uso da reconfiguração (decomposição e composição) de figuras planas com e sem o auxílio do Tangram e do ladrilhamento.

A turma de alunos que participou da aplicação da seqüência de atividades posterior à análise dos professores foi composta por 32 sujeitos, divididos em grupos de três alunos cada. Os alunos tiveram momentos de reflexão e discussão com e sem orientações do professor nos momentos de dúvidas e na socialização das resoluções dos exercícios e conceitos. Em alguns casos, no final da atividade, o professor sistematizou o conteúdo trabalhado.

As observações durante a aplicação das atividades centraram-se nas possíveis dificuldades apresentadas na resolução das atividades relacionadas à assimilação dos alunos do conteúdo exposto, na postura do professor mediante a técnica e validação da proposta didática.

As análises das produções dos alunos nas fichas de resolução e nas anotações das observações de sala permitiram-nos a discussão, o entendimento do conteúdo e as estratégias de resolução.

A PROPOSTA

Para trabalhar as figuras planas, o professor precisa refletir sobre as concepções que orientam e fundamentam as atividades que envolvem conceitos de área. Tendo isso em vista uma seqüência didática de atividades embasada numa proposta de ensino-aprendizagem voltada ao conceito de área enquanto grandeza facilita ao professor e ao aluno o estabelecimento de relações necessárias entre o quadro geométrico e o numérico.

BALTAR (1996, p.22) preconiza que quando se define uma aplicação medida entre superfícies planas e números, é necessário antes de construir a área como grandeza autônoma, deixar claro para o aluno as diferenças existentes entre área e perímetro. Acreditamos que os diferentes conceitos sobre área são identificados por meio da verificação da medida da área, da comparação de áreas e superfícies, da construção de superfícies de mesma área de uma superfície dada, das superfícies de área mínima para um contorno fixo e da verificação das deformações que conservam a área.

As pesquisas de Régine DOUADY e Marie-Jeanne PERRIN-GLORIAN (1992) evidenciam a importância do conceito de área do ponto de vista puramente matemático, como a possibilidade de trabalhar as superfícies e números por intermédio de uma aplicação-medida.

DOUADY (1986,1987) explicita que trabalhar com atividades que se referem a hipóteses cognitivas e didáticas, estruturadas no processo da decomposição e composição de figuras planas faz com que se utilize a “dialética ferramenta-objeto e do jogo de quadros”. A autora discute conceito como ferramenta quando procura resolver um problema, à qual, adaptada poderá ser instrumento para a resolução de diferentes problemas. Assim, entendemos ser a ferramenta-objeto, quadro e jogo de quadros processos que orientaram todo um conjunto de atividades ligadas ao ensino-aprendizado do conceito de área e da identificação desta.

Para organizar esse processo de ensino, devemos nos atentar a três etapas consecutivas:

1ª. compreender o conhecimento antigo, a pesquisa, o novo implícito e a explicitação, que fazem o papel de ferramenta.

2ª identificar e compreender o objeto. Nesta fase ocorre a institucionalização do conteúdo estudado, ou seja, a discussão e o fechamento das resoluções matematicamente corretas.

3ª apreender a nova ferramenta (ou objeto em estudo), possível pela familiarização e reutilização dessa ferramenta, que pode, inclusive, sofrer complexificação com um novo problema.

Para DOUADY (1986, p. 389) quadro é um recurso constituído de ferramentas de uma parte da matemática, de relações entre os objetos, formulações diferentes e imagens mentais associadas às ferramentas em estudo e suas relações. DOUADY e PERRIN GLORIAN (1989) explicitam que a conjectura que a interação dos pontos de vista estático e dinâmico produzem é necessária na conceituação da grandeza área e na dissociação com o comprimento.

Também DUVAL (1988, 1993, 1994 e 1995), com a representação semiótica e as apreensões que ocorrem durante a resolução dos problemas matemáticos, preconiza (1993, p. 39) que as representações são essenciais para as atividades cognitivas do pensamento, porque tornam possível a construção do conhecimento. Essas apreensões apresentam-se sob dois aspectos: forma (ou representante), que muda de acordo com o sistema semiótico usado, e, conteúdo (ou representado), pois ocorrem vários registros possíveis de representação para um mesmo objeto com diferentes tratamentos cognitivos para cada registro.

Entretanto, ALMOULOU (2000) assevera que não se deve confundir o conteúdo da representação e o objeto representado, pois, “o conteúdo de uma representação não é o objeto representado, mas o registro permite explicitar ou revelar as propriedades do objeto representado” (p. 40).

As apreensões observadas por DUVAL (1994, p. 125) denotam uma metodologia possível na construção do conhecimento. São elas: seqüencial – ocorre nas tarefas de construção ou de descrição com o objetivo de reproduzir uma figura; perceptiva, que trata da interpretação das formas da figura em uma situação geométrica; discursiva, que envolve a compreensão dos elementos da figura geométrica por meio da articulação dos enunciados relacionados às propriedades do objeto; e, finalmente, a operatória, que possibilita a apreensão sobre as modificações possíveis de uma figura de partida e as reorganizações perceptivas que essas modificações sugerem.

Como DOUADY e PERRIN-GLORIAN e como BALTAR, adotamos, nessa pesquisa, o conceito de área enquanto grandeza, por apresentar uma coerência de sentido que possibilita a compreensão desse conceito em Matemática. Acreditamos que para se chegar a conhecer o conceito de área, é necessário saber que a área pode ser definida como uma classe de equivalência a partir de uma função medida, ao se reconhecer que se tem a mesma área a partir do recorte-colagem ou da medida de área.

Em nossa proposta, utilizamos a decomposição e composição de figuras planas como recurso à diferenciação entre superfície, perímetro e área como também o jogo de quadros geométricos e numéricos para o cálculo da medida de área.

A seqüência, composta de sete atividades, envolveu no processo de execução dessas atividades exercícios que objetivaram:

- diferenciar contorno e superfície, perímetro área e medida de perímetro e de área;
- observar por meio de sobreposição, recorte-colagem a área em cada uma delas;
- identificar formas,
- compreender o processo de decomposição e composição da forma por meio de malhas;
- conhecer unidades de medidas variadas para determinar a área de um objeto dado;
- introduzir o cálculo da medida de área por meio de aproximação de medida de área e, finalmente,

- identificar a área como grandeza utilizando traços internos ou externos nas figuras planas permitindo a sua decomposição e composição, conforme explicita o quadro abaixo.

Atividade	Conteúdo trabalhado	Objetivo da atividade	Exercícios
1	Conceito de área	Reconhecer forma e área.	1; 2 (a, b); 3 (a, b, c); 4 (a, b); 5 (a, b).
2	Área grandeza unidimensional	Comparar formas; identificar as figuras que têm mesma área com superfícies diferentes.	1 (a, b, c); 2; 3 (a, b, c); 4 (a, b); 5
3	Área grandeza bidimensional	Cálculo da medida de área, reconhecendo a unidade de medida dada.	1(a, b, c); 2 (a, b, c).
4	Distinção de Perímetro e área	Reconhecer figuras com perímetros iguais e áreas e medidas de área diferentes.	1 (a, b, c, d, e).
Lição 1	Perímetro e área	Consolidar conhecimentos. Figuras com perímetros iguais/medidas de área diferentes; perímetros	1 e 2
5	Composição de figuras planas	Compor figuras com o Tangram. Identificar perímetro e medida de área.	1 (a, b, c, d); 2 (a, b, c, d)
Lição 2	Composição de figuras planas	Fixar o processo composição-decomposição.	1 (a, b, c, d); 2 (a, b, c, d); 3 (a, b, c, d); 4 (a, b, c, d).
6	Composição e decomposição de figuras planas	Compor e decompor figuras em retângulos ou triângulos com traços. Determinar a medida de área.	1(a, b, c, d, e, f)
7	Composição e decomposição de figuras planas	Compor e decompor figuras mais complexas com traços. Determinar a medida de área.	1 (a, b, c, d)

Dentre os muitos obstáculos didáticos observados em nossa análise *a priori* com professores do grupo de estudos os mais relevantes que ocorreram durante a aplicação das atividades da seqüência foram:

- confundir as unidades de medidas, área e perímetro;
- utilizar o mesmo cálculo para perímetro e área;
- explanar o conteúdo, por parte do professor, denotando falta de preparo e de fundamentação, principalmente no desenvolvimento da etapa institucionalização, que trata da explanação do trabalho com

discussões no grande grupo, calcadas nas opiniões, soluções e dificuldades encontradas nas resoluções das questões.

APLICAÇÃO DA SEQÜÊNCIA DIDÁTICA: OBSERVAÇÕES RELEVANTES

Apresentar uma proposta de ensino-aprendizagem do conceito de área enquanto grandeza, por meio de uma seqüência de atividades, voltadas ao processo de (re)configuração de figuras planas para subsidiar o professor em sua metodologia bem como proporcionar ao aluno técnicas variadas para estudar e apreender conteúdos sobre área e relacionados a ela, tornou-se, para nós, tarefa bastante gratificante, tendo em vista ser a Geometria uma das disciplina meio esquecidas nos conteúdos programáticos do ensino fundamental.

De acordo com as análises, feitas nas respostas do teste-piloto, nos resultados proporcionados durante e após a aplicação da seqüência de atividades, constatamos, de início, um grau de dificuldade relevante nos alunos para diferenciarem perímetro e área, o qual evoluía à proporção que os exercícios exigiam mais conhecimento sobre o assunto tratado.

Com essas análises e resultados confirmamos a hipótese de que uma seqüência de atividades do conceito de área como grandeza, trabalhada com a decomposição e composição de figuras planas, facilita o processo aprendizagem-aprendizado do aluno como também instiga o professor a variar sua metodologia, quando necessário, para uma didática que provoque o estímulo e a interação entre o ensino, o aluno e o aprendizado como também entre aluno e professor.

Reconhecemos como fundamentais à realização dessa proposta de ensino, as teorias de Raymond DUVAL (1988, 1991, 1994 e 1995), Régine DOAUDY (1986) e Régine DOAUDY e Marie Jeanne PERRIN-GLORIAN, (1989), pois, as atividades apoiaram-se na forma e conteúdo para tornar possível a construção dos conhecimentos, como também na reconfiguração de figuras como parte integrante do processo ensino-aprendizagem e do raciocínio lógico-matemático. Para tanto, organizamos na seqüência de atividades os processos de comparação/sobreposição/decomposição/composição e as configurações mereológicas sempre em uma figura de partida.

O desenvolvimento dos alunos, durante a fase de aplicação da seqüência de atividades, e os resultados apresentados explicitaram que essa metodologia muito contribuiu para promover a evolução pessoal e intelectual desses alunos. No início da

aplicação da seqüência ficou explícito o entusiasmo dos alunos que discutiam entre si e entre-grupos as solicitações dos exercícios, as resoluções, enfim, trocavam idéias para chegarem à solução dos problemas. Mas, observamos também que quando tinham de apresentar por escrito as conclusões e justificativas, não se sentiam à vontade, ocorrendo assim, exercícios incompletos ou em branco.

Durante as resoluções, muitas vezes os alunos ficavam à espera do professor para receberem orientações quanto ao procedimento a ser adotado ou aguardando uma explicação sobre alguma dúvida. Alguns alunos chegaram a desenvolver com autonomia as atividades para posteriormente discutirem com o grupo. Podemos inferir que essas habilidades foram possíveis, tendo em vista ao investimento em questionamentos feito na atividade, que a tornou fácil de compreensão. Vale salientar que quando o professor interferia com exemplos modelos para facilitar o raciocínio dos alunos, podava-lhes a criatividade. Contudo, o papel do professor na aplicação das atividades foi fundamental nas fases de introdução e institucionalização dos conteúdos estudados, pois, nas atividades nas quais estas etapas não ocorreram, explicitando uma síntese do conteúdo, discussão de resoluções e de soluções, os alunos apresentaram dificuldades nas atividades posteriores. Todavia, observando as análises dos resultados dos alunos, percebemos que eles procuraram resolver as questões, visto que a porcentagem de questões não resolvidas foi baixa em relação ao número de alunos que participaram das atividades. Em todas as atividades, considerando a complexidade de cada uma, o índice de acertos foi significativo, otimizando a proposta quanto a sua viabilidade.

Algumas atividades ficaram prejudicadas, como as Lições de Casa I e II, que, segundo o professor, os alunos não tinham o hábito de fazer “tarefas” e, como não houve um estímulo, por parte do professor, do tipo avaliação, correção e ou discussão das resoluções com os alunos em aulas posteriores, a maioria não devolveu as atividades para análise. Das questões que exigiam melhor capacidade de apreensão operatória, decorrentes da necessidade de decomposição de figuras por meio de traços ou identificação de medida de área ou cálculo de área em figuras mais complexas, embora apresentando índices baixos de acertos, podemos concluir que, o caminho de resolução dos problemas foi se tornando cada vez mais fácil para os alunos. Esse fato foi possível tendo em vista à aplicabilidade dos procedimentos exigidos para o cálculo da medida de área.

Isso valida nossas hipóteses de que, ao iniciarmos a seqüência com atividades que investem na comparação de figuras por sobreposição para a identificação de área (igual ou diferente) e, conseqüentemente, à diferenciação de superfície, perímetro e área aos alunos serão possíveis à familiarização da compensação de partes na figura em estudo. A partir de então, pode-se trabalhar figuras mais complexas provocando a reflexão para o uso da decomposição e composição de partes da(s) figura(s) por meio de traços internos e/ou externos a elas. Entendemos, portanto, que a ferramenta-objeto – que para nós são os conceitos matemáticos que estão por trás da decomposição e composição – e o jogo de quadros – que se refere às identidades do figural (geométrico) e à aferição da unidade de medida de área (numérico) – viabilizam a compreensão do conceito de área, de medida de área, perímetro e superfície. As representações semióticas de forma e de conteúdo, explicitadas nas figuras estudadas, subsidiadas pelas apreensões observadas por DUVALL, evidenciam uma evolução de construção de sentido e de operações que levam à interpretação de raciocínio e de resoluções.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Inovar a prática do professor e enriquecer sua metodologia, inclusive dotá-la de opções que promovam conhecimento e aprofundamento nos estudos de conteúdos, possibilita-lhe, além de estímulos à aprendizagem, suprimir lacunas de incompreensões prejudiciais à aprendizagem de conteúdos posteriores.

Observamos que a nossa proposta didática ainda tem muito a ser reformulada, mas já como se apresenta, conforme resultados e discussões, será ao professor um bom subsídio para trazer ao aprendiz do conceito de área, superfície, perímetro e medida de área facilidades à compreensão e possível apreensão desse complexo conteúdo geométrico-matemático.

As atividades apresentadas foram bastante receptivas quanto ao estímulo, à compreensão, à inovação de técnicas passíveis de flexibilização em vista de tratar-se de reconfiguração de figuras e de apreensões que denotam processos lógicos consecutivos aos estudos viáveis à área de figuras geométricas planas.

Quanto aos resultados positivos, sentimo-nos gratificados porque na maioria das atividades obtivemos a participação ativa dos alunos e o reconhecimento do professor quanto à aceitabilidade da proposta. Esses resultados, bem como a proposta com suas

respectivas atividades e técnicas, podem ser observados na nossa dissertação intitulada “Conceito de área: uma proposta de ensino-aprendizagem” na PUC-SP.

PALAVRAS-CHAVES: área-medida de área-conceito

BIBLIOGRAFIA

ALMOULOUD, S. A. Fundamentos da Didática da Matemática: Educação Matemática, São Paulo: PUC, 2000

BALTAR, P. M. “Enseignement et apprentissage de la notion d’aire de surface planes: une étude de l’acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège”. 1996. Tese (Doutorado em Didática da Matemática). Université Joseph Fourier, Grenoble.

_____. Estudo de situações problema relativas ao conceito de área. Anais do 10º ENDIPE - Rio de Janeiro, 2000.

BELLEMAIN, P & LIMA, Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental. Ed. Geral: John A. Fossa – Natal: SBHMat. 2002.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

DOUADY, R. Um exemple d’ingénierie didactique où sont à l’oeuvre jeux cadres et dialectique outil-objet. Séminaires de didactique de mathématiques, Année, IRMAR de Rennes 1, 1986.

_____. Rapport enseignement apprentissage: Dialectique outil-objet, jeux de cadres. Cahier de didactiques, n° 3, 1987.

DOUADY, R. et GLORIAN, Marie-Jeanne Perin. “Mesure des longueurs et des aires”, Institute de Recherche sur L’enseignement des Mathématiques, 1983.

_____. Um processus d’apprentissage du concept d’aire de surface plane”, Educational Studies in Mathematics 20, Kluwer Academic Publishers, Netherlands. 1989, p. 387-424.

DUVAL, R. Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, v.1. IREM de Strasbourg, 1988, p.57-74.

_____ Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, v.5. IREM de Strasbourg, 1993, p.37-65.

_____ Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. N° 17 . IREM de Strasbourg, 1994, p.121-137.

_____ Sémiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels. Paris: Peter Lang, 1995.