



## EXPLORANDO FUNÇÕES POLINOMIAIS COM O SOFTWARE GRAPHMÁTICA

Adriana Richit<sup>1</sup>-UNESP-Rio Claro/SP

adrianarichit@via-rs.net

Mauri Luis Tomkelski<sup>2</sup>-URI-Erechim/RS

mauriluis@via-rs.net

### 1. O CONTEXTO ATUAL DO ENSINO DE FUNÇÕES

O contexto no qual o ensino de Matemática, particularmente o ensino de Funções está inserido revela, por um lado uma riqueza muito grande de conceitos, representações gráficas e implicações práticas e por outro uma certa deficiência com relação aos recursos que estão sendo usados nessa abordagem e também com relação à forma como estes temas vem sendo abordados.

Estes aspectos contribuem para que o aluno saia da escola com uma deficiência muito grande com relação a conceitos elementares inerentes ao tema em questão além das inúmeras dificuldades que os mesmos apresentam durante sua trajetória acadêmica. As dificuldades mais comuns apresentadas por educandos no ensino fundamental e médio são:

- ◆ Interpretação das representações gráficas de funções.
- ◆ Compreensão dos conceitos de variável, pontos de máximo e mínimo, domínio e imagem, periodicidade, etc.
- ◆ Compreensão de concavidade, intervalo de crescimento e decrescimento.
- ◆ Aplicações do conceito de função em situações reais.

---

<sup>1</sup> Mestranda do Programa de Pós Graduação em Educação Matemática da UNESP-Rio Claro/SP. Membro do grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática.

<sup>2</sup> Especialista em Matemática e Física pela URI-Erechim/RS.

Esta realidade pode ser melhorada se a prática educativa estimular a aprendizagem do indivíduo. Para tal, é necessário que os recursos utilizados funcionem como estimuladores a esse processo.

O estímulo à aprendizagem é intrínseco ao indivíduo e depende das condições externas que são oferecidas pelo agente mediador do processo, o professor por exemplo, para que a mesma aconteça. Então, percebe-se uma necessidade de repensar a atividade docente com relação às condições que estamos oferecendo ao aprendiz para que nosso trabalho seja bem sucedido, ou seja, para que a aprendizagem possa realmente acontecer.

Esta necessidade tem produzido bons resultados, pois nas últimas décadas muitos trabalhos estão sendo desenvolvidos com o intuito de melhorar o processo de ensino e aprendizagem através da investigação de novas formas de implementarmos essa tarefa. Esta investigação visa explorar formas de abordar um assunto utilizando recursos acessíveis a este processo como, por exemplo: calculadoras, vídeos, softwares, jogos, etc.

De um modo geral, o ensino de Matemática tem sido beneficiado, pois além do grande número de softwares, jogos e aplicativos que são desenvolvidos, o número de trabalhos voltados à exploração desses recursos também é bastante significativo. Estes projetos visam melhorar a prática docente através do uso de novas tecnologias e melhorar a qualidade das atividades pedagógicas, além de auxiliar o aluno no seu processo de aprendizagem.

Esse contexto me fez refletir sobre a necessidade de analisar as possibilidades de uso dos recursos que as tecnologias informáticas oferecem ao processo de ensino e aprendizagem de Funções de modo a contribuir para que o aluno possa, além de ter acesso a estes recursos, possa também ter a possibilidade de desenvolver-se através da compreensão e assimilação de conceitos que sejam mais significativos para ele e não apenas através de repetição de exercícios descontextualizados, pois as tecnologias informáticas são um bom recurso para ampliar as possibilidades de aprendizagem e aguçar o espírito investigativo do aluno.

Levando em consideração a problemática sugerida no parágrafo anterior, vimos que a abordagem de Funções merece uma atenção especial, considerando que temos hoje muitos recursos que podem auxiliar o professor nessa prática, entre eles o software

Graphmática, que permite ao aluno a representação gráfica de funções estimulando-o a fazer conjecturas sobre essas representações e sobre os conceitos inerentes a elas.

Como o objetivo das mudanças no processo é auxiliar o aluno na sua aprendizagem, então é necessário estimular o professor a conhecer e explorar esses recursos que estão disponíveis para que os mesmos possam fazer uso dessas ferramentas com mais segurança e competência.

Mas, de que forma o Software Graphmática pode ser explorado em sala de aula para auxiliar o indivíduo na superação das dificuldades apresentadas no estudo de Funções?

Essa questão nos leva a uma profunda reflexão acerca do sucesso que pode ser obtido através desse tipo de experiência, pois, como sabemos, só a presença do computador na escola ou na sala de aula não resolve o problema, nem tampouco o seu mero uso como recurso visual de conceitos. É necessário repensar a metodologia pedagógica com a presença do computador e dos seus recursos e, reestruturar o modelo tradicional vigente.

Isso quer dizer que o uso desse tipo de ferramenta exige do professor um bom conhecimento dos recursos e potencialidades da mesma além de um planejamento prévio das atividades, o que implica na clareza do objetivo do trabalho.

O ensino de função em Matemática merece atenção especial pois é um conceito fundamental desta ciência nos níveis fundamental e médio.

Face ao reduzido número de professores utilizadores dos recursos das tecnologias informáticas no desempenho da sua prática docente, são discutidas algumas razões que justificam este fato, sugerindo-se ainda algumas soluções.

## **2. AS TECNOLOGIAS INFORMÁTICAS E O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA**

As tecnologias informáticas, com o conjunto de ferramentas que vêm disponibilizando, podem enriquecer o ensino da Matemática, valorizando uma abordagem experimental de conceitos em domínios tão importantes como a geometria, álgebra e a modelação de fenômenos reais através do uso do conceito de função.

As pesquisas na área de tecnologias em Educação Matemática, visando compreender como softwares entram nas atividades de comunidades de aprendizes, têm

se proliferado, utilizando inúmeras teorias e metodologias variadas. Tais pesquisas consideram o que as novas tecnologias, com seu caráter intrinsecamente cognitivo, facilitam o acesso aos múltiplos sistemas de representações, oferecendo novas perspectivas no uso de linguagens e expressões matemáticas. Recentemente as investigações se estendem sobre aspectos sócio-culturais, considerando, por exemplo, o papel do professor e a relação entre o uso dessas ferramentas e os métodos tradicionais.

Estas pesquisas têm por objeto de estudo os ambientes de aprendizagem criados utilizando as novas tecnologias como ferramenta didática. Nesta linha, a análise recai sobre o software, produtos de software, a tecnologia utilizada e os ambientes de aprendizagem mediados por computadores.

Porém, nossa preocupação agora está voltada ao uso dessas tecnologias e as suas implicações nos processos de ensino aprendizagem. Ou seja, de que forma o uso desse tipo de ferramenta pode auxiliar o aluno no seu processo construção do conhecimento.

De acordo com Papert (1991), a construção do conhecimento é um processo que implica no uso de procedimentos e recursos metodológicos adequados e eficientes, de modo que o(s) objetivo(s) da tarefa seja(m) realmente atingido(s).

No bojo dessas idéias, Papert posiciona o computador como algo que viabiliza a criação de situações mais propícias, ricas e específicas para a construção de conhecimento. Estas situações geralmente estão relacionadas com o desenvolvimento de projetos, pois o aprendiz tem mais oportunidade de aprender quando está ativamente engajado na construção de um artefato sobre o qual possa refletir e mostrar a outras pessoas (MALTEMPI, 2003, p. 2)

Isso nos leva a refletir sobre o processo de ensino e aprendizagem que pode levar o aprendiz a construir seu conhecimento, pois sabemos que na visão tradicional, na qual os processos de memorização e instrução são os grandes pilares da atividade docente, o aluno muitas vezes não consegue assimilar um determinado conceito em função da descontextualização dos problemas que envolvem esse conceito. Ou seja, pode ocorrer aprendizagem se o professor propor atividades que fujam das práticas tradicionais.

Para Valente:

[...] Aprender um determinado assunto, deve ser o produto de um processo de construção do conhecimento realizado pelo aprendiz e por intermédio do desenvolvimento de projetos, que usam o computador como uma fonte de informação ou recurso para resolver problemas significativos para o aprendiz (1999, p.108).

Educadores, pedagogos e psicólogos têm proposto novos paradigmas para o processo de ensino e aprendizagem, nos quais o aluno passa a ser o sujeito e o professor o agente mediador desse processo, podendo desta forma contribuir para a construção do conhecimento do educando. Os estudos de Papert e Valente são dois importantes exemplos dessas mudanças.

Partindo da necessidade de compreender o processo de interiorização de conceitos que contribuiu para a formação das diversas teorias de aprendizagem, percebemos que o mesmo deve partir do pressuposto de que o conceito a ser apreendido deve ser significativo ao aluno para que ocorra a assimilação do mesmo. Isto quer dizer que a prática docente deve vislumbrar uma aprendizagem significativa.

Neste sentido, o uso do software Graphmática pode enriquecer a prática docente, melhorando consideravelmente a aprendizagem do indivíduo à medida que o mesmo vai explorando os seus recursos e investigando as variantes que estão sendo representadas na tela do monitor em cada atividade proposta pelo mediador, além de poder auxiliar o aluno na superação das dificuldades apresentadas no estudo das funções, enriquecer o ensino de Matemática com o uso de novas tecnologias tornando a aprendizagem mais estimuladora.

Porém, sabemos que para obtermos sucesso em nossa prática é imprescindível que nossa ação seja planejada previamente e que os objetivos da mesma sejam claros para nós e que estejam implícitos em cada tarefa por nós sugerida.

Assim, convém adotar algumas linhas para nortear essas atividades de modo que o trabalho caminhe para o objetivo proposto. Algumas questões podem ser sugeridas como norteadoras em projetos que impliquem no uso do software Graphmática como ferramenta didática auxiliar na superação das dificuldades de aprendizagem, são elas:

- Como o software Graphmática pode auxiliar o aluno no estudo de funções?

- Como o Graphmática pode contribuir para o desenvolvimento da abstração de representações no estudo de funções?
- De que maneira o Graphmática pode despertar a curiosidade, instigar a criatividade, o espírito investigativo e estimular a aprendizagem?
- Como o professor pode contribuir na mudança educacional que o desenvolvimento tecnológico vem promovendo?

### **3. O QUE É GRAPHMÁTICA**

Sabemos das dificuldades dos alunos do ensino médio na identificação das curvas planas (cônicas) a partir de sua equação e da dificuldade do professor em auxiliar o aluno na superação destas deficiências. O software Graphmática possibilita aos alunos o "manuseio" de equações com uma imediata visualização de seu gráfico, identificando assim suas propriedades. O Graphmática é um software avançado nas atividades de representação de funções, comportando gráficos cartesianos, polares, trigonométricos, diferenciáveis. Ele também permite calcular: derivadas, integrais, mínimos e máximos, zeros, intervalos, além de oferecer a possibilidade de copiarmos gráficos de diversos modos para a área de transferência contribuindo para a otimização dos resultados.

Na medida em que se propõe o uso do software graphmática, permite-se grande economia de tempo no traçado dos gráficos possibilitando assim que sua análise seja mais discutida e todos os aspectos inerentes a sua construção sejam verificados. O software é de uso bastante simples e disponibilizado gratuitamente na Internet, nos idiomas português, inglês e francês. Através de barras de menus e comandos via teclado, temos a possibilidade de construir gráficos dos mais variados tipos.

O Graphmática armazena as últimas 25 equações que foram digitadas, também salva os trabalhos (incluindo opções) para utilização numa sessão posterior ou para utilizar em qualquer editor de texto. Este software determina automaticamente o tipo de gráfico que você está introduzindo baseado apenas nas variáveis usadas; reconhece o domínio de uma equação que é digitada; altera o número de pontos do domínio dinamicamente enquanto desenha o gráfico garantindo desta forma que gráficos como  $y = \tan(x)$ , por exemplo, sejam traçados corretamente; ajusta os eixos  $x$  e  $y$  quando modificamos a área da grade ou mudamos as dimensões da janela do gráfico para manter o aspecto proporcional do gráfico.

O Graphmática é um avançado analista de equações que segue as regras matemáticas usuais e não as do computador. Ele possui uma biblioteca completa de funções matemáticas (incluindo trigonometria) além de quase toda a simbologia matemática. Ele também resolve inequações.

O uso planejado e bem orientado do software Graphmática pode ajudar a desmistificar a o conceito de função para os alunos, revelando uma cumplicidade entre esse conceito e fatos presentes no cotidiano.

#### 4. FUNÇÕES DO GRAPHMÁTICA

Graphmática é um software muito poderoso por utilizar um grande número de funções matemáticas, e além disso, dispor de uma interface muito amigável. Podemos utilizá-lo para visualizar gráficos de equações algébricas, sendo que podemos representá-los através de vários tipos de escalas, incluindo logarítmicas e polares.

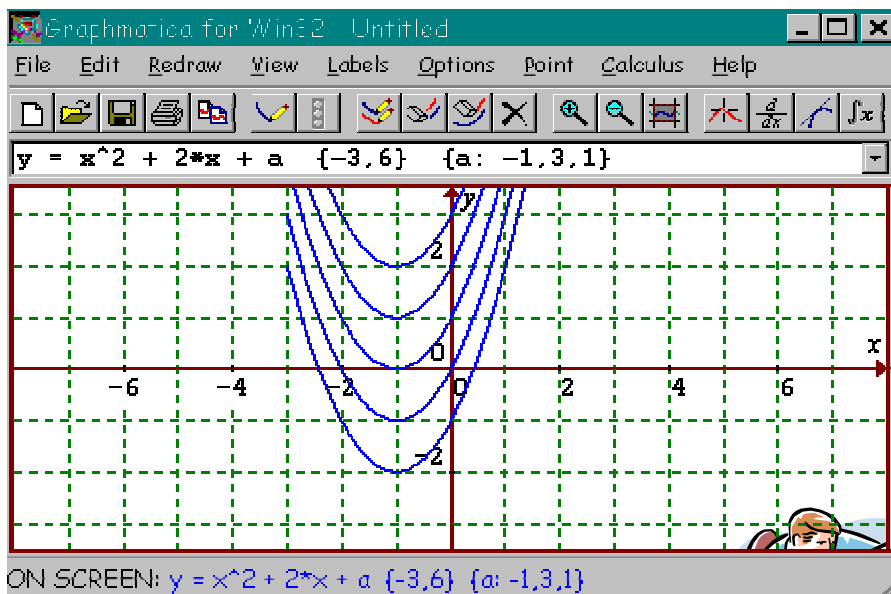
Ao planejar uma atividade usando o Graphmática, o professor deve conhecer muito bem as suas funções, ou seja, ele deve explorar o software visando prever possíveis imprevistos no decorrer da sua proposta de trabalho e evitar constrangimentos.

Algumas das principais funções deste software serão apresentadas nos parágrafos abaixo e outras poderão ser exploradas durante as atividades.

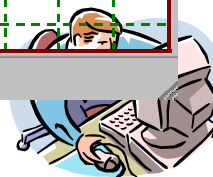
Em **View** temos a opção **Graph Paper**, que possibilita que se mude o "tipo de papel gráfico", podendo-se escolher a escala logarítmica, retangular, trigonométrica ou polar. Faça a escolha **Rectangular e Dots**. Em **Colors** pode-se mudar a cor de fundo e as cores que serão desenhados os gráficos. Faça a escolha **White** e em **Grid Elementes/Colors** indique cores para os gráficos.

Em **Grid Range** pode-se mudar a escala das coordenadas. Na janela acima temos x entre -8 e 8 e para y entre -4 e 4.

Vamos nos familiarizar também com a sintaxe usada no programa. Para indicar uma certa função precisamos usar a linguagem que o programa entende. Por exemplo, se queremos os gráficos das funções  $y = x^2 + 2x + a$  ("a" parâmetro variável) devemos escrever: **y = x^2 + 2\*x + a {-3,6} {a: -1,3,1}**. Onde {-3,6}: indica como domínio da função o intervalo [-3 , 6] , {a: -1, 3, 1}: indica "a" variando de -1 a 3 , de unidade em unidade. Observe o exemplo a seguir:



## 5. SUGESTÕES DE ATIVIDADES



1- Realize um estudo aprofundado das funções abaixo e anote as suas conclusões.

a)  $y = 1/3x + 1$

c)  $y = -7x + 4$

b)  $y = 3x + 1$

d)  $y = -3x - 6$

2- Encontre a função da reta paralela a reta da função dada  $y = 1/3x + 1$  que passa pelo ponto A (0,-1) e explique o seu raciocínio para chegar a mesma .



- 3- Determine a função da reta que é perpendicular à reta da função dada:  $y=2x + 4$  e que passa pelo mesmo ponto no eixo das abscissas:

- 4- Qual é a área do paralelogramo limitado pelas retas das seguintes funções:

a)  $y = 4$

c)  $y = 2x + 4$

b)  $y = 2x - 4$

d) eixo das abscissas?

- 5- Determine a área do triângulo limitado pelo eixo das ordenadas e pelas retas das seguintes funções:  $y = -x$   $\{-4, 0\}$ ,  $y = 4$   $\{-4, 0\}$  e explique de que outra forma poderíamos determinar esse valor.

**Obs.:** O conjunto  $\{-4, 2\}$  indica que o conjunto domínio dessa função é o intervalo numérico  $-4$  até  $0$ , isto é  $\{-4, -3, -2, -1, 0\}$

6- Represente a reta da função inversa de cada uma das funções e faça um estudo das mesmas:

a)  $y = 5x - 15$

b)  $y = -3x - 6$

Anote os critérios adotados no espaço abaixo.

7- Represente as seguintes funções, com intervalos determinados e analise o comportamento das mesmas em função do intervalo adotado:

a)  $y = x + a$   $\{-2,2\}$   $\{a:-1,4,2\}$

b)  $y = -x + a$   $\{-2,2\}$   $\{a:-1,4,2\}$

**Obs.:** O que representa o conjunto  $\{-2, 2\}$ ?

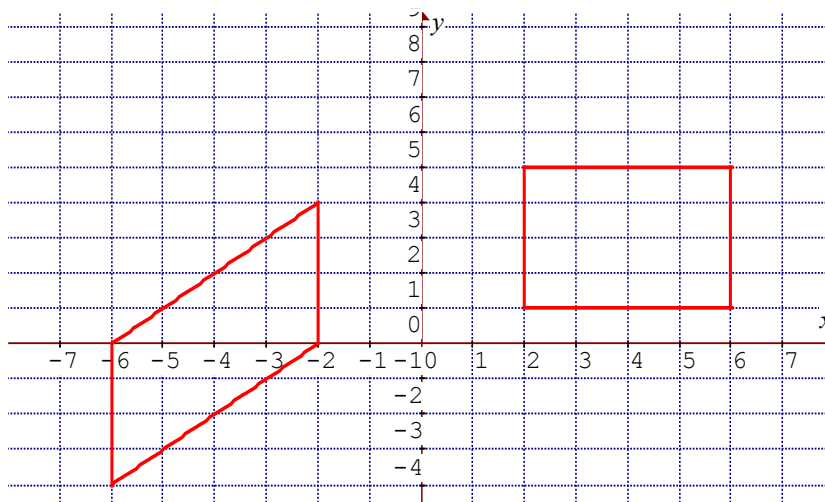
8- Represente as funções abaixo e faça uma análise acerca das variáveis **a** e **x**.

a)  $y = x + a$   $\{-1,1\}$   $\{a:-1,3,1\}$

b)  $y = -x + a$   $\{-1,1\}$   $\{a:-1,3,1\}$

A que conclusões você chegou?

9- Usando sua capacidade de abstração, encontre as funções e os intervalos que representam as retas que formam as figuras abaixo.



10- Desenhe no mesmo plano cartesiano as retas que representam as funções abaixo:

a)  $y = 1/2x + 1$

c)  $y = x + 1$

b)  $y = 1/4x + 1$

d)  $y = 2x + 1$

❖ Quais são as suas conclusões?

11- Faça um estudo aprofundado das funções abaixo e escreva todas as suas conclusões:

a)  $y = x^2 - 4x + 4$

b)  $y = -x^2 + 2x + 3$

12- Represente as funções quadráticas abaixo e estabeleça um domínio para cada uma delas. Que intervalo você adotou. Qual é o comportamento das mesmas?

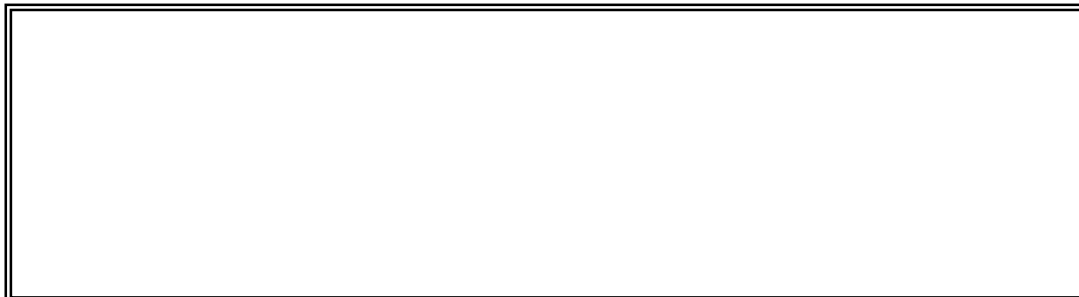
a)  $y = -x^2 - 2x + 1$

b)  $y = -x^2 + 2x - 1$

c)  $y = -x^2 - 3x$

d)  $y = -5x^2 + x + 1$

- 13- Sabendo que a área de um quadrado é dada pela função  $y = l^2$ , determine qual é a medida do lado de um quadrado que tem como área 12,25 **u.a.** Escreva a função de representa a área do quadrado.



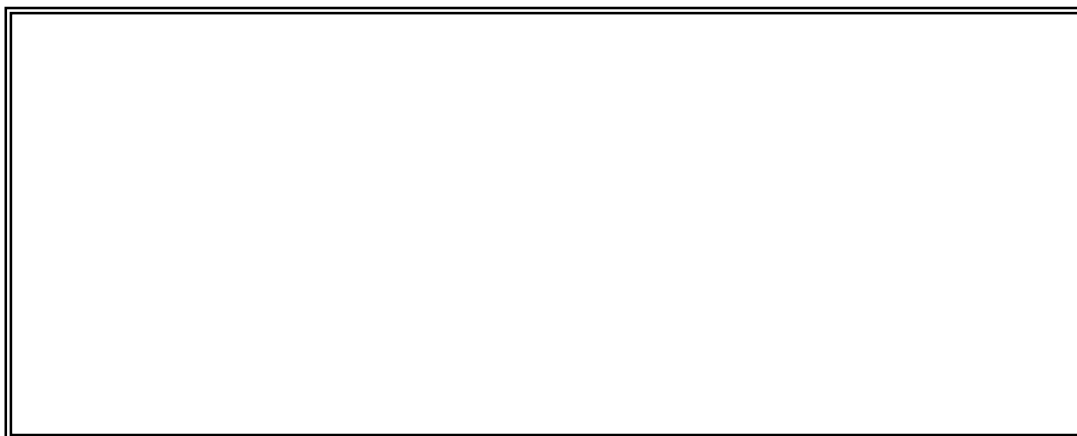
- 14- Encontre a função da reta que intercepta o eixo das abscissas no mesmo ponto que a maior das raízes de cada umas das funções abaixo.

a)  $y = x^2 + 2x + 4$

c)  $y = 4x^2 + 8x$

b)  $y = -x^2 - x - 1$

d)  $y = 9x^2 + 6x - 1$



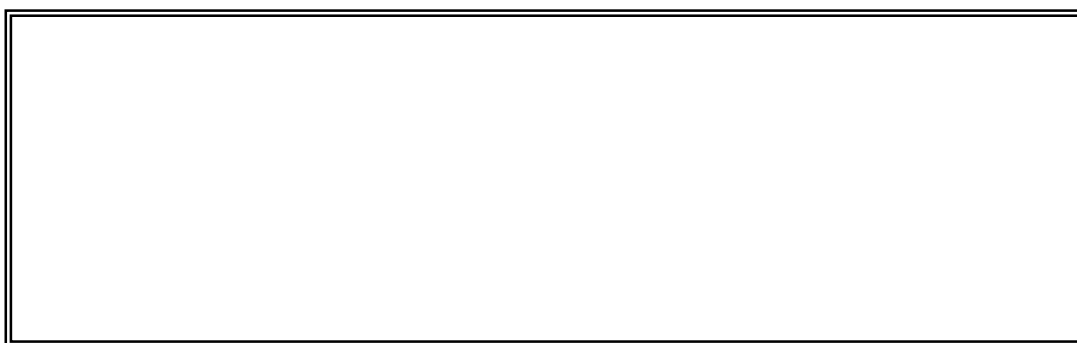
- 15- Dada às funções a seguir, desenhe-as num mesmo plano cartesiano e descreva o movimento das mesmas em função do parâmetro **a**:

a)  $y = x^2$

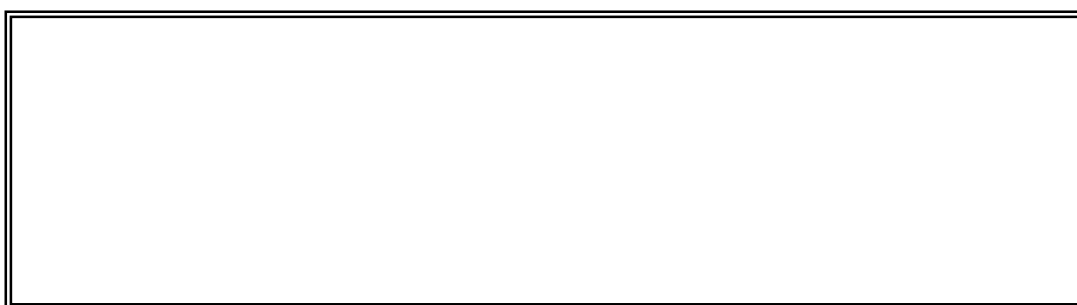
b)  $y = x^2 - 1$

c)  $y = x^2 - 2$

d)  $y = x^2 - 3$

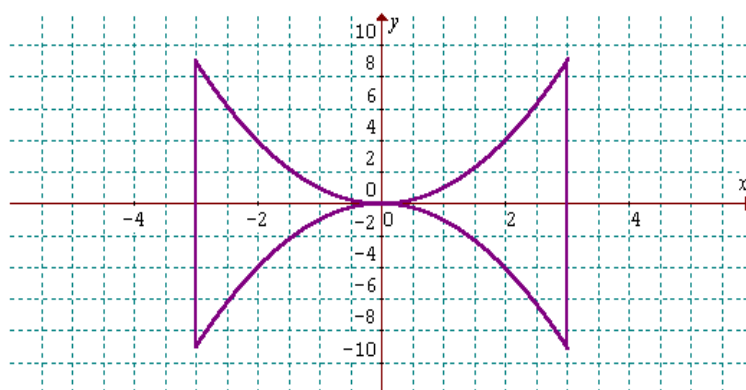


16- Determine a equação da reta que passa pelo ponto  $(1, -4)$  e que tem como coeficiente angular  $-8$ ?



17- Usando os recursos já conhecidos desenhe as seguintes figuras:

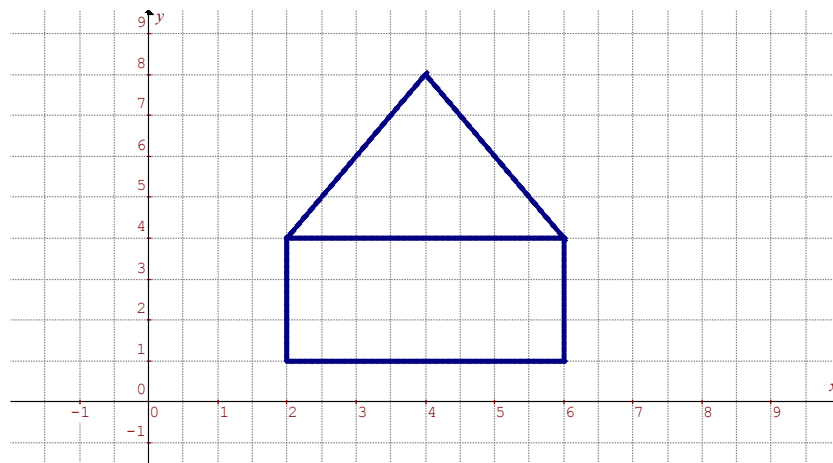
### DESENHANDO COM RETAS E PARÁBOLAS



Estabeleça relações entre as funções que compõem a figura acima a anote-as aqui.

- 18- Desenhe usando o conceito de intervalo a figura mostrada no gráfico abaixo e determine a função de que representa cada reta bem como o intervalo adotado para cada uma delas.

Desenhando com retas



- 19- Elabore uma situação problema que envolva o conceito de função e proponha uma atividade para seu aluno usando o software graphmática.

### **PALAVRAS CHAVES**

- Tecnologia
- Aprendizagem
- Matemática

## **BIBLIOGRAFIA**

**BORBA, M. C. Computadores, representações múltiplas e a construção das idéias matemáticas.** Bolema Especial, n° 3, ano 9, 1994.

**MALTEMPI, M.V. (In Press). Construcionismo: pano de fundo para pesquisas em informática aplicada à educação matemática.** In: Educação Matemática: *pesquisa em movimento*. São Paulo: Editora Cortez.

**VALENTE, J. A. Análise dos diferentes tipos de software usados na Educação:** In: Valente, J. A (org) *O computador na sociedade do conhecimento*. Campinas:Unicamp/Nied. P. 89-110