



APLUSIX: UM SOFTWARE PARA O ENSINO DE ÁLGEBRA ELEMENTAR

Marilena Bittar

Departamento de Matemática e Mestrado em Educação - UFMS

marilena@dmt.ufms.br

Hamid Chaachoua

Equipe DidaTIC – Laboratoire Leibniz – Grenoble - França

hamid.chaachoua@img.fr

José Luiz Magalhães de Freitas

Departamento de Matemática e Mestrado em Educação - UFMS

jluiz@dmt.ufms.br

A informática aplicada à educação já é uma realidade tanto no Brasil quanto no exterior, sendo amplamente defendido seu uso como um instrumento valioso de auxílio ao processo de ensino e aprendizagem. No Brasil, várias escolas de ensino fundamental e médio contam com projetos governamentais brasileiros, como o ProInfo, que tem equipado escolas com salas de informática a serem usadas por professores e alunos. Porém, pesquisas sobre a prática pedagógica dos professores da Educação Básica, mostram que o uso da informática na educação ainda é pobre comparativamente às possibilidades que este instrumento oferece¹.

Várias pesquisas têm também evidenciado as contribuições das novas tecnologias com o processo de ensino e aprendizagem. Em particular, elas permitem uma melhor compreensão do funcionamento cognitivo do aluno, favorecendo a individualização da aprendizagem e desenvolvendo sua autonomia além de fornecer instrumentos para o ensino a distância. Porém, poucos softwares presentes no mercado educacional consideram esses aspectos didáticos, tanto em relação à sua concepção quanto ao seu uso. Os professores são freqüentemente confrontados a questões sobre a escolha do software mais adaptado para se trabalhar determinados temas, visando uma

¹ Resultados de uma pesquisa realizada em escolas municipais de Campo Grande, sobre a formação de professores e o uso de softwares educacionais podem ser encontrados em (Bittar, 2000).

aprendizagem significativa e sobre como usá-lo com os alunos de modo a favorecer a construção do conhecimento.

Essa realidade se faz presente em todas as áreas do conhecimento e, em particular, na matemática, apesar dessa ser uma área privilegiada com relação à qualidade de softwares destinados à seu ensino, como o *Cabri-Géomètre* ou o *Logo*. Entretanto, a grande maioria dos alunos da Educação Básica não tem acesso a esse tipo de ferramenta, pois seus professores ou desconhecem os materiais existentes ou não estão preparados para usá-los. É importante desenvolver materiais e estratégias de ensino que dêem ao aluno maior controle sobre suas atividades, o que é fundamental para que ele se torne co-responsável por sua aprendizagem.

Nesse sentido, consideramos que um conhecimento novo é o resultado de uma construção feita pelo aprendiz em interação com um meio organizado pelo professor. A teoria das situações didáticas (Brousseau, 1996), oferece instrumentos para caracterizar esses meios em termos de possibilidades de ação e retroação oferecidas ao aluno, a partir da interação desse com o meio. Esse processo pode favorecer a aprendizagem desejada. Nessa perspectiva teórica, uma aprendizagem é uma modificação da relação do aluno com o conhecimento produzido por ele, em interação com o meio. Assim ao elaborar uma seqüência didática, é necessário considerar cuidadosamente a constituição de um meio que favoreça a aprendizagem.

Nesse campo, são bastante conhecidos alguns softwares de geometria, como o *Cabri-Géomètre* e o *Cinderella*, que permitem ao aluno controlar a atividade realizada por meio de diversos tipos de retroações, dentro de uma perspectiva construtivista da aprendizagem. O mesmo não acontece com o ensino da álgebra, apesar das dificuldades de aprendizagem já identificadas em diversas pesquisas nacionais e internacionais.

De fato, diversas pesquisas sobre o ensino da álgebra mostram que os alunos têm dificuldades na manipulação de expressões algébricas e, inclusive, utilizam muitas vezes regras erradas tais como $(x + y)^2 = x^2 + y^2$ ou $x(y + z) = xy + z$, quando resolvem um problema. Quando isso acontece o ambiente papel e lápis não oferece ao aluno nenhuma retroação que lhe permita validar seu trabalho, ou seja, nada lhe indica que há incorreções em sua resolução, podendo muitas vezes passar muito tempo sem que ele perceba o que está acontecendo. O aluno dispõe, assim, de pouco ou nenhum controle sobre suas atividades, sendo quase sempre necessária a presença do professor

para validar seu trabalho. O software que apresentamos aqui tem, como uma de suas funcionalidades, a possibilidade de oferecer, ao aluno, maior controle sobre o trabalho que está realizando visando a validação de seu trabalho. Isso é possível graças às retroações que o software oferece, conforme será mostrado nesse texto. Acreditamos que a exploração desse tipo de ferramenta constitui uma importante aliada na busca de alternativas de ensino que visam uma aprendizagem significativa dos conceitos, atribuindo ao aluno papel ativo no processo de aprendizagem.

Esse mini curso tem, assim, por objetivo, realizar uma reflexão sobre as potencialidades do software *Aplusix* para o ensino e a aprendizagem da álgebra no ensino fundamental e médio. Serão desenvolvidas, após familiarização com o software, atividades envolvendo, em especial equações e inequações do primeiro grau. Essas atividades são inspiradas de uma pesquisa que desenvolvemos sobre concepções de alunos em álgebra e, ao longo do mini curso, procuraremos discutir alguns resultados já obtidos nessa pesquisa.

No próximo parágrafo será feita uma breve apresentação do *Aplusix* discutindo, ao mesmo tempo, algumas atividades possíveis de serem desenvolvidas com ele. Durante a realização do mini curso, será feita uma breve apresentação dos comandos básicos do software e, em seguida, os participantes trabalharão, em dupla, no computador, cada um dos itens que discutimos a seguir. Recomendamos a leitura de (Nicaud, 2002) e (Bouhineau, 2003) para maiores informações sobre possibilidades de uso do software.

APRESENTAÇÃO GERAL DO SOFTWARE *APLUSIX*²

Aplusix é um micro mundo³ de álgebra destinado à realização de cálculos algébricos que possui um editor avançado de expressões algébricas e de resoluções. O aluno pode resolver exercícios preparados pelo professor e gravá-los em arquivos, o que é feito automaticamente, a partir do momento em que o aluno começa a trabalhar. A sintaxe utilizada é bastante simples, sendo de fácil familiarização tanto para alunos quanto para professores, como tem sido comprovado nas várias experiências já realizadas em diversos países, com *Aplusix*.

² *Aplusix* é desenvolvido por pesquisadores da equipe DidaTIC, do Laboratório Leibniz, em Grenoble-França. Uma primeira versão em português já se encontra disponível no site <http://applusix.imag.fr>

³ Um micromundo é um “sistema que permite simular ou reproduzir um domínio do mundo real, e que tem como objetivo abordar e resolver uma classe de problemas” (Bellemain, 2002).

A versão atual⁴ do *Aplusix* oferece ao usuário, quatro modos diferentes de trabalho: micro mundo, exercícios, lista de exercícios e videocassete. No modo **micro mundo**, o software funciona como uma folha em branco, na qual o aluno vai resolver o exercício que quiser. Assim, o aluno pode, por exemplo, copiar um exercício do livro e resolvê-lo no computador. A grande vantagem em usar *Aplusix* para realizar esse trabalho está no fato de que aqui o aluno terá retorno imediato sobre seu trabalho, via a verificação automática que o software oferece, como veremos mais adiante. No modo **exercícios** o aluno resolverá uma lista de exercícios previamente preparada pelo professor. Dessa vez, o professor decidirá sobre os tipos de retroações que deseja tornar disponíveis ao aluno. Esses exercícios o professor elabora usando o modo **lista de exercícios**. Finalmente, temos o modo **videocassete**, que permite visualizar todas as ações realizadas com o mouse ou com o teclado, durante a resolução do exercício. Quando um aluno resolve um exercício, sua resolução é automaticamente gravada e poderá ser vista pelo professor, com a ajuda do videocassete. É importante observar que todas as ações realizadas pelo aluno, inclusive o que ele apaga e quanto tempo demorou para realizar um cálculo, ficam registradas. Desse modo, tem-se acesso também à parte da componente privada do trabalho do aluno, que não é o caso no papel e lápis, o que permite um estudo mais fino sobre o estado de conhecimento do aluno. Essa funcionalidade do software tem sido bastante explorada quando desejamos fazer um trabalho de sondagem com alunos. No ambiente papel e lápis, é comum pedirmos que usem caneta para que não apaguem o que escreveram, na intenção de se ter acesso à maior parte possível do trabalho do aluno, evitando perder o que eventualmente ele decidiria apagar, como tentativas frustradas de resolução do problema proposto. Porém, nesse caso o aluno sabe que tudo o que ele escreve será visto por uma terceira pessoa (professor ou pesquisador) e se policiará sobre essa escrita. Assim sendo, se o teste for elaborado para ser resolvido com o *Aplusix*, o aluno pode trabalhar como quiser e seu trabalho poderá ser visto, posteriormente, pelo professor. O aluno trabalha assim, de modo mais a vontade, sem se preocupar com o que está escrevendo, pois quando ele muda de idéia, por exemplo, ele apaga o que estava fazendo e deixa, na tela final, somente o que deseja. Efetivamente, em experimentações realizadas com *Aplusix*, encontramos alunos que chegam até mesmo a escrever frases expressando o que pensam (“estou cansado”, “não estou com vontade”,...) o que extrapola inclusive a esfera

4 *Aplusix* possui atualmente uma versão quase estável porém modificações ainda têm sido feitas com base nas

específica do conhecimento visado. Além disso podemos ver exatamente quanto tempo o aluno demorou entre cada ação que realizou, o que também é importante para perceber o grau de dificuldade da atividade. Para melhor compreender essa afirmação, daremos alguns exemplos mais adiante⁵.

Aplusix oferece vários tipos de personalizações que podem ser definidas pelo professor ao elaborar suas atividades, de acordo com o tipo de trabalho a ser realizado e com os objetivos de aprendizagem. A seguir vamos explorar algumas dessas possibilidades, discutindo seu uso pelo professor.

Um tipo de personalização fundamental tanto para o trabalho do aluno, quanto para o estudo de suas dificuldades é o tipo de verificação automática a ser disponibilizada quando elaboramos uma lista de exercícios. É possível personalizar *Aplusix* de forma que ele mostre a equivalência, ou não equivalência, entre duas etapas consecutivas, além de fornecer indicadores sobre a expressão que o aluno está trabalhando tais como expressão completamente desenvolvida ou fatorada. Nesse texto, centraremos atenção sobre o tipo de verificação automática que pode disponibilizada pelo software pois acreditamos ser essa uma das funcionalidades que mais pode contribuir com o trabalho pedagógico do professor.

Aplusix permite que, ao elaborar uma lista de exercícios, se opte por um dos três casos seguintes de verificação:

- **sem verificação** – com esse tipo de personalização o trabalho é realizado como se o aluno estivesse resolvendo o exercício no ambiente papel e lápis. Isso significa que o aluno resolve um problema mas não tem nenhuma indicação da validade de suas afirmações. Quando se deseja estudar dificuldades dos alunos, ou suas concepções acerca de um determinado conteúdo, pode-se elaborar um teste a ser resolvido pelos alunos sem que eles tenham alguma retroação que lhes indiquem se o que fizeram está correto ou não⁶.

experimentações realizadas.

⁵ Durante o mini curso, proporemos alguns exercícios resolvidos pelos alunos, para que os participantes analisem, com a ajuda do videocassete, as resoluções fornecidas.

⁶ Está sendo desenvolvido um software que permite fazer uma análise automática do trabalho do aluno, o que torna possível analisar, de forma bastante rápida, um teste realizado por um grande número de alunos. Esse software chama-se Anaïs, e está sendo desenvolvido por Jean-François Nicaud, da equipe DidaTIC.

- **verificação a pedido** – dessa vez o aluno tem a possibilidade de pedir ao software que verifique se seu trabalho está correto, o que pode ser feito várias vezes ao longo de seu trabalho ou somente ao final do mesmo. Ou seja, cabe ao aluno a decisão de pedir a verificação de seus cálculos. No exemplo seguinte, o aluno resolveu um problema e ao final pediu a verificação da equivalência entre as etapas realizadas:

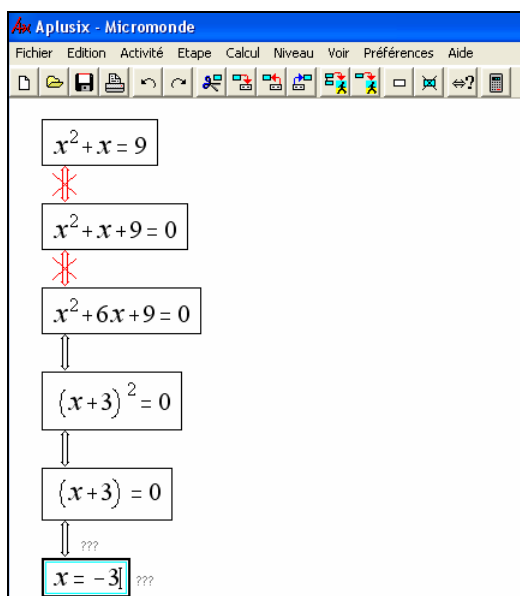
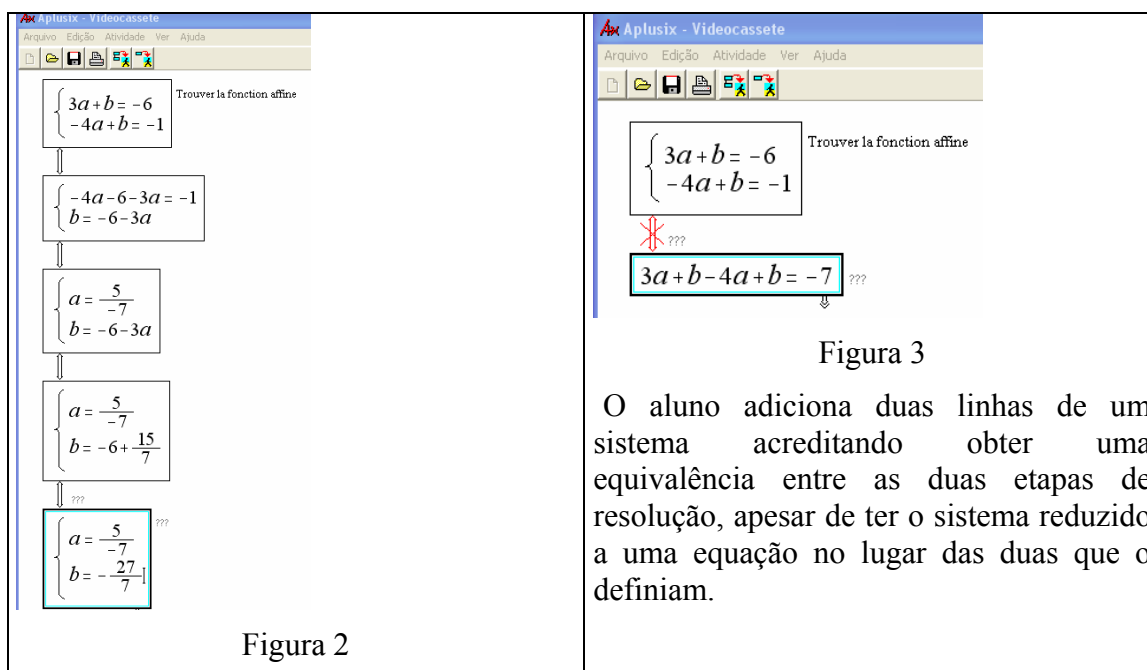


Figura 1: modo de verificação a pedido

Nesse momento, o software lhe indicou a equivalência (ou a não equivalência) entre as etapas realizadas. É importante saber que nesse modo, quando o aluno está resolvendo o exercício, ele pode passar de uma etapa à outra mesmo se a etapa precedente estiver incorreta, como foi o caso no exemplo acima, onde ele pediu a verificação ao final do exercício. Ele pode também pedir essa verificação a cada vez que julgar que terminou uma passagem entre duas etapas, tendo assim, retorno imediato sobre seu trabalho. O professor pode usar esse modo de verificação com seus alunos, estimulando-os a desenvolverem autonomia, buscando ajuda do software após reflexão sobre o trabalho realizado. Nesse sentido, um tipo de atividade que pode ser feita, é de permitir que eles usem a verificação um número fixo de vezes, o que lhes obrigará a estabelecer uma estratégia para tal, desenvolvendo sua autonomia e espírito crítico.

- **verificação permanente** - Nesse último modo, não é possível passar de uma etapa à outra sem que os cálculos estejam corretos, ou seja, sem que

aja equivalência entre duas etapas. O sistema indica, a cada ação realizada pelo usuário, se há ou não equivalência entre a etapa precedente e a que ele está trabalhando, porém, é importante observar que não será dito ao aluno o quê está errado, mas sim que as etapas não são equivalentes, o que permite concluir que “algo” está errado. Assim, o software ajuda o aluno a superar suas dificuldades na medida em que ele impede que o aluno continue a resolver o problema caso tenha efetuado uma passagem errada. Nesse modo de trabalho, a resolução final do aluno será sempre correta pois se ele realizar um cálculo errado, o software lhe indicará a não equivalência entre as etapas, obrigando-o a refazer seus cálculos. Nesse caso, se analisarmos a produção final do aluno, veremos uma solução correta, como na figura 2, porém, com o auxílio do videocassete, poderemos observar que o aluno teve dificuldade em produzir a resposta final, como vemos na figura 3.



Podemos observar aqui que o uso do videocassete permitiu identificar um erro conceitual importante que apareceu durante a resolução do problema proposto.

É importante saber que quando o aluno está trabalhando no modo micro mundo, ele pode optar pelo tipo de verificação que desejar.

USANDO APLUSIX PARA COMPREENDER DIFICULDADES DOS ALUNOS

Como dissemos anteriormente, é possível utilizar *Aplusix* para tentar estudar dificuldades dos alunos acerca de conceitos de álgebra elementar. Para melhor ilustrar essa afirmação, usaremos como exemplo uma pesquisa iniciada em 2003, realizada na França com alunos do primeiro ano do Ensino Médio. Nosso objetivo era fazer um estudo sobre a modelagem de concepções dos alunos em álgebra. Para tanto, começamos pelo estudo de regras em ação errôneas utilizadas por eles. Assim, foi aplicado, a aproximadamente 70 alunos, um teste de sondagem com 11 exercícios sobre fatoração de expressões algébricas e resolução de equações. Esse teste foi elaborado em comum acordo com os professores responsáveis pelas classes que participaram da experimentação.

Os resultados obtidos no teste foram analisados usando a ferramenta videocassete de *Aplusix*. Cada exercício resolvido pelo aluno foi analisado olhando todas as ações realizadas, com o objetivo de modelar as regras erradas possíveis de terem sido utilizadas por ele. Nesse estudo, cerca de 70 regras foram modeladas e agrupadas inicialmente em torno de temas, como produtos notáveis ou fatoração.

Abaixo fornecemos como exemplo, algumas regras em ação erradas utilizadas pelos alunos, que associamos inicialmente em torno do tema “produtos notáveis”.

$a^2+b^2 = (a+b)(a+b)$
$2a+2b = (a+b)^2$
$2a+2b = (a+b)(a-b)$
$(a+b)^2 = a^2+b^2$
$a^2+b^2 = (a+b)(a-b)$
$(a-b)^2 = a^2-2ab-b^2$
$(a-b)(a-b) = a^2-b^2$
$(a-b)^2 = (a+b)-(a-b)$

Tabela 1: Regras em ação

A partir desse estudo, elaboramos exercícios em que a possibilidade dos alunos usarem novamente essas regras, era grande, porém dessa vez eles estariam trabalhando no modo de validação permanente, o que impede que continuem a resolver o exercício se empregarem tais regras. Esse mesmo tipo de trabalho pode ser realizado pelo professor que terá no software um aliado. Efetivamente, muitas vezes, quando trabalhamos como nossos alunos, percebemos certos erros persistentes e não conseguimos trabalhar individualmente com cada aluno, pois não temos condições de

passar, a cada um deles, exercícios que coloquem em xeque esses erros, pois não conseguiremos acompanhar, de forma individual, as resoluções fornecidas, o que significa que os alunos poderão sempre repetir os erros, sem uma ajuda para superá-los. É nesse sentido que acreditamos que *Aplusix* pode contribuir com a ação cotidiana no professor, pois é possível, com ele, elaborar situações que dêem autonomia aos alunos.

Além do estudo de regras errôneas usadas pelos alunos, a observação mais amíuê do trabalho do trabalho, permite também descobrir que, em determinados momentos, por exemplo, o aluno ficou parado longo tempo sem realizar nenhuma ação como o mouse, ou errou alguma passagem e depois a corrigiu, como vemos na figura 4.

A screenshot of the Aplusix software interface, titled "Aplusix - Magnéscope". The interface shows a menu bar with "Fichier", "Edition", "Activité", "Voir", and "Aide". Below the menu is a toolbar with icons for file operations and editing. The main workspace contains a sequence of mathematical steps for solving the equation $(-3x+9)(2x+4) - (-3x+9)(7x-1) = 0$. The steps are:

- $(-3x+9)(2x+4) - (-3x+9)(7x-1) = 0$
- $(-3x+9)((2x+4) - (7x-1)) = 0$
- $(-3x+9)(2x+4-7x+1) = 0$
- $(-3x+9)(-5x+5) = 0$
- $-3x = -9 \text{ ou } -5x = -5$
- $-3x = -9 \text{ ou } -5x = -5$
- ???
- $x = 3 \text{ ou } x = 1$???

The final step, $x = 3 \text{ ou } x = 1$, is highlighted with a red border.

Figura 4: Trabalho final do aluno

Observando a produção final do aluno, seria possível concluir que ele não apresenta dificuldades para o exercício proposto. Porém, analisando sua resolução com o videocassete, observa-se que ele enfrentou dificuldades ao longo de sua resolução, conseguindo superá-las, como pode ser observado na figura 5:

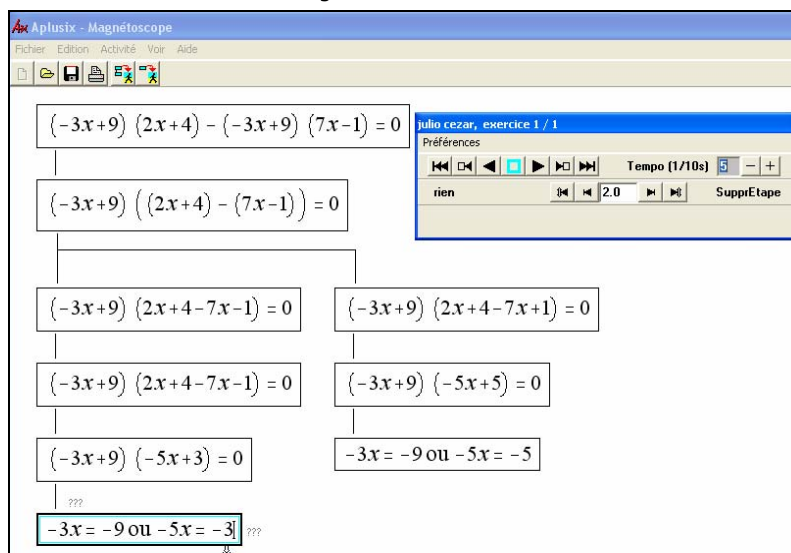


Figura 5: Parte do trabalho intermediário do aluno

É interessante observar que o aluno havia acabado seu exercício, percebeu que algo estava errado e resolveu fazer correções. Lembramos que ele não estava, nesse exemplo, sendo ajudado pelo software, ou seja, não havia uma retroação do meio que lhe fizesse repensar o que havia feito.

Para nossa pesquisa sobre concepções de alunos em álgebra, o que nos interessa, nesse tipo de situação é justamente tentar saber o que fez com que o aluno mudasse de opinião, ou seja, que controle lhe fez invalidar os cálculos já realizados? Os estudos realizados até o momento parecem nos indicar que o uso de um ambiente desse tipo deverá nos trazer elementos de respostas à essa questão pois indicará momentos precisos à estudar. Claro que, para se diagnosticar exatamente o que fez com que o aluno tomasse certas decisões é preciso prever estratégias complementares de investigação, como por exemplo a gravação de um trabalho realizado em duplas onde os alunos são mais facilmente levados à se justificar quando fazem as escolhas.

Uma vez detectadas as dificuldades dos alunos, com o auxílio do videocassete, pode-se preparar uma lista de exercícios que permita ao aluno trabalhar suas dificuldades. Nesse caso, pode-se optar entre verificação a pedido ou permanente pois com qualquer uma dessas duas opções o aluno terá um retorno sobre o trabalho que realiza, podendo assim, identificar conceitos ou regras erradas que tenha, substituindo-as por outras corretas.

Atividade

Após familiarização com o software, analisar, usando o videocassete, exercícios resolvidos por alunos e identificar possíveis regras errôneas usadas por eles. Em seguida, tendo em vista as dificuldades levantadas, elaborar uma lista de exercícios, com diferentes personalizações, justificando as escolhas feitas.

CONCLUSÃO

Os trabalhos em curso sobre a integração do *Aplusix* nas aulas de álgebra elementar, têm mostrado que ele pode efetivamente contribuir com a elaboração de situações didáticas que dêem autonomia ao aluno, tornando-o co-responsável por sua aprendizagem. Os alunos que têm usado o software se sentem mais seguros para resolver um problema pois têm condições de avaliar o trabalho realizado, sem a ajuda do professor. Além disso, o uso do videocassete tem auxiliado o estudo de dificuldades dos alunos, fundamental para a elaboração de situações didáticas que favoreçam a superação dessas dificuldades. Esse é um estudo que está em curso e sobre o qual temos nos dedicado desde 2002. Acreditamos que esse tipo de estudo contribuirá, também, com as análises sobre a integração das novas tecnologias no ensino de matemática.

Palavras chave: ensino de álgebra – aplusix – software educacional

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARTIGUE, M.: Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 1990, vol. 9, n°3, pp. 281-307.
- BALACHEFF, N. & GAUDIN, N. Modelling students conceptions - the case of functions. In: *Mathematical Thinking and Learning an International Journal*, 2002.
- BELLEMAIN F., O paradigma micromundo. In: *História e Tecnologia no Ensino de Matemática*. Carvalho, L. M. & Guimarães L. C. (organizadores), volume 1, págs: 49:60. Editora: IME-UERJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2002.
- BITTAR, M. Informática na educação e formação de professores no Brasil. In : *Série- Estudos. Periódico do Mestrado em Educação da UCDB* - n. 10 (dezembro 2000), pp. 91-106. Campo Grande: UCDB, 2000.
- BROUSSEAU, G. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 7, n°2, p. 33-115. Editora La Pensée Sauvage, Grenoble, França, 1986.

BOUHINEAU, D. et al. Analyse didactique des protocoles obtenus dans un EIAH. In: *Actes du Colloque EIAH – Strasbourg, 2003*.

NICAUD, J-F et al. The APLUSIX-Editor, a new kind of software for the learning of algebra. *Intelligent Tutoring Systems, 6th International Conference*. Biarritz, France. June 5-7, 2002.

WEBBER, C., BERGIA, L., PESTY, S., BALACHEFF, N. The Baghera project: a multi-agent architecture for human learning. In: *Proceedings of the Workshop Multi-Agent Architectures for Distributed Learning Environments, AIED2001*, pp. 12-17. San Antonio, TX, USA. 2001.