HISTÓRIA DA MATEMÁTICA NAS AULAS DE TRIGONOMETRIA

Francisco Canindé de Oliveira
Escola Est. Des. Floriano Cavalcanti (Natal, RN)
candeoliv@bol.com.br
Dra. Bernadete B. Morey.UFRN (Orientadora)
bernadetemorey@matrix.com.br

A trigonometria é talvez o ramo da matemática que mais se desenvolveu como resultado da interação contínua entre a oferta de teorias matemáticas aplicáveis e técnicas acessíveis em qualquer momento e a demanda de uma única ciência aplicada, a astronomia. Por muito tempo esses dois campos do conhecimento, trigonometria e astronomia, foram considerados juntos. Somente no século XIII passou-se a considerar os dois assuntos como tópicos separados.

Até mesmo dentro do próprio corpo teórico da trigonometria ocorreu esse tipo de interação entre teoria e aplicação, houve uma interação continua entre a análise numérica e a geometria. Algumas considerações algébricas foram muito importantes e essenciais, embora o simbolismo predominante na álgebra só tenha sido introduzido no século XVI. Assim a história da trigonometria mostra o crescimento de três ramos da matemática em seu interior: a álgebra, a análise e a geometria.

O início do desenvolvimento da trigonometria perde-se na pré-história. Pode ser identificado nas primeiras seqüências numéricas relacionando comprimentos de sombras com horas do dia. Há uma grande lacuna entre estas seqüências e as técnicas usadas por Hipaco para solução de figuras planas. Essa “trigonometria” era baseada numa única função, a corda de um arco de círculo arbitrário.

Tudo isso se originou na região do Mediterrâneo leste e foram registradas por povos que escreviam em grego, e estavam bem estabelecidas por volta do século II de nossa era. O centro das atividades deslocou-se então para a Índia, onde a função corda transformou-se em variações do seno, e percorreu o caminho de volta. No período que

vai do século IX ao século XV, a nova função seno e as antigas funções sombra (tangente, co-tangente, secante, etc) foram cuidadosamente tabuladas, isso ocorreu numa região que vai da Síria a Ásia Central. Aparece então uma trigonometria genuína, pois só então o objeto de estudo passou a ser o triângulo plano ou esférico, seus lados e ângulos.

Conforme o centro das atividades em astronomia deslocou-se para a Europa o mesmo ocorreu com a trigonometria. Uma contribuição européia foi fundamental, a substituição das regras verbais por símbolos. A invenção do cálculo infinitesimal e a descoberta e exploração do domínio complexo colocou um fim da trigonometria como ramo independente. Toda a teoria da trigonometria foi incluída na análise e até o final do século XVIII Leonhard Euler e outros já haviam apresentado todos os seus teoremas como corolários da teoria das funções complexas. Porém a trigonometria, muito útil para agrimensores e navegadores, continuou sendo estudada isolada como matéria escolar.

A trigonometria teve o seu desenvolvimento cada vez mais acelerado. Segundo Kennedy, 1992:

> "O desenvolvimento cada vez mais acelerado da trigonometria é uma ilustração clara do fato de que o conhecimento tende a se acumular a uma taxa proporcional à quantidade que já se tem em mãos De modo geral, pode-se dizer que seu crescimento é exponencial em relação ao tempo".

Algumas observações inerentes às exposições históricas devem ser feitas para que possamos continuar com essa exposição. O historiador narra os fatos e descreve situações baseadas, em nosso caso, em conjecturas incertas acrescidas de fatos ocasionais. Essa descrição dá ao leitor uma impressão de continuidade e racionalidade, mais isso é ilusório. O conhecimento de trigonometria não floresceu instantaneamente, mas através de uma série de saltos descontínuos. Pode-se dizer que muitas vezes importantes feitos se difundiram muito lentamente, e às vezes até chegaram a desaparecer, para depois voltarem a aparecer novamente.

Temos, então, três categorias de pessoas que normalmente se defrontam ou se defrontaram com situações como as descritas anteriormente: o inventor, o historiador e o estudante. O inventor de uma técnica ou aplicação usa as informações que herdou para arranjas maneiras mais eficazes de responder a velhas questões ou colocar e responder a novas. O historiador procura recompor através de textos e artifícios os processos mentais do inventor, sendo nesse caso o seu enfoque limitado pela suas concepções

pessoais. E finalmente temos o estudante para o qual um determinado problema é tão novo quanto já foi para o inventor.

Através do exemplo dado pelo inventor é possível que tanto o historiador quanto o estudante possam compreender melhor um determinado assunto ou aumentar sua compreensão do mesmo. Foi esse fato que me levou a pesquisar e elaborar atividades retiradas do contexto da história da matemática e aplicá-las em turmas de oitava série.

A seguir apresento algumas dessas atividades e faço um relato das observações realizadas durante as aulas de Matemática de uma escola da rede pública da cidade do Natal. Esse relato traz algumas experiências bem sucedidas que mostram ser possível encontrar soluções para alguns dos graves entraves que permeiam as nossas salas de aula de Matemática, sobretudo a falta de motivação e a dificuldade que os alunos têm para representar, ler ou interpretar problemas.

Após freqüentar alguns cursos e encontros para professores de matemática, nos quais se incentivava a mudança de postura do professor no sentido de buscar inovações para suas aulas de matemática, e iniciar meus estudos na pós-graduação, senti-me motivado a modificar minhas aulas. Comecei minhas experiências em três turmas da 8ª série da Escola Estadual Des. Floriano Cavalcanti. Os assuntos escolhidos foram introdução á trigonometria e geometria. Procurei incrementar as aulas com atividades que utilizassem a história da matemática como recurso didático-pedagógico. O resultado que fui percebendo já desde as primeiras aulas foi um tanto surpreendente como irei detalhar mais tarde.

Algumas dessas atividades foram retiradas do livro texto, outras eu mesmo elaborei, e outras adaptei. Minha intenção, ao elaborar essas atividades, era buscar um caminho tal que permitisse à maioria dos alunos entender os conceitos geométricos e de forma que pudessem aplicá-los à resolução de problemas e construção de outros conceitos. Minha experiência passada com aulas expositivas de geometria tinha mostrado que os alunos tinham grande dificuldade na compreensão dos conceitos e na aplicação dos mesmos a outras situações. Mesmo os exercícios mais simples tinham de ser repetidos várias vezes.

O início de minhas ações nesse sentido foi no segundo semestre de 2002. As atividades propostas para os alunos estão anunciadas a seguir:

Atividade nº 01: Teorema de Tales

Material: folha de caderno, régua, calculadora (opcional)

a) Tome três linhas paralelas da folha de seu caderno de forma que os espaços entre as linhas sejam diferentes.

b) Trace duas transversais sobre essas paralelas.

c) Usando uma régua efetue as medidas dos quatro segmentos determinados pelas paralelas e as transversais.

d) Divida as medidas dos dois segmentos formados pela primeira transversal e anote o resultado. Faça o mesmo com as medidos dos segmentos formados pela segunda transversal.

e) De posse desses resultados o que você observa? As medidas dos quatro segmentos formam uma proporção?

Atividade nº 02: Soma dos ângulos internos de um triângulo

Material: cartolina colorida, cartolina branca (ou papel oficio), cola, tesoura.

a) Desenhe um triângulo na cartolina colorida e recorte-o.

b) Retire as três pontas do triângulo e cole-as na cartolina branca, de forma que os lados fiquem colados e os vértices coincidam.

c) O que você observou? Qual é a soma dos três ângulos?

Atividade nº 03: Semelhança de triângulos.

Material: trena ou fita métrica, duas varas de tamanhos variados, blocos de anotações ou pranchetas, calculadora (opcional).

a) De posse da trena, ou fita métrica, encontre as medidas do comprimento das sombras das duas varas fincadas verticalmente no chão. Encontre também a altura da vara menor.

b) Faça um desenho representando as varas e suas sombras. O que você observa? Os triângulos formados são semelhantes? Porque?

c) Usando o conceito de semelhança de triângulos calcule a altura da vara maior.

d) Procure alguma construção ou objeto bastante alto dentro do muro da escola e encontre a sua altura.

Comentários e observações:

1. A atividade nº 01 serviu também como uma "preparação" para a turma, nesse sentido os alunos perceberam que eles iriam realizar algumas atividades diferentes das aulas tradicionais. O teorema de Tales foi assimilado pela maioria, na aula seguinte foi explorada situações que envolviam a álgebra e transcorreu sem maiores dificuldades.
2. As duas primeiras atividades foram iniciadas na sala de aula sob minha direção e completadas individualmente em casa pelos alunos.
3. Na atividade nº 02 observei que os alunos mostraram interesse em saber o que aconteceria se, em vez de triângulo, utilizássemos outros polígonos. Propus que eles investigassem isso e, na aula marcada para a entrega dos trabalhos, notei que vários tinham testado o resultado para figuras de quatro lados.
4. Os resultados observados formam bastante significativos. Em primeiro lugar verifiquei que uma boa parte da turma tinha conseguido fazer a formalização dos conceitos, em conseqüência às atividades de aplicação dos conceitos foi realizada com mais rapidez se comparamos com os resultados obtidos em anos anteriores por uma turma com um mesmo perfil.
5. Geralmente os alunos preferem que o professor coloque um modelo no quadro para ser copiado no caderno. Isso não ocorreu, pois à maioria dos alunos conseguiram interpretar os enunciados, e os desenhos no plano. Dessa forma a interpretação e resolução de problemas mais complexos foram realizados por uma boa parte da turma, sem que eu precisasse apresentar um exemplo.
6. Observei também que o estudo das relações métricas no triângulo retângulo, na unidade seguinte, foi desenvolvido sem maiores dificuldades.

Outra observação, ainda sobre o enfoque histórico, têm que ser mencionada aqui. O professor que pretende usar a história da matemática em suas aulas terá que recorrer a outras leituras de apoio. Existem alguns textos que tratam somente do aspecto

atividades e outros do aspecto da História da Matemática. Outros ainda, como MENDES (1997) juntam os dois aspectos mencionados aqui. Mendes faz algumas considerações a respeito do uso de atividades estruturadas no processo ensino-aprendizagem através da redescoberta. Ele defende o uso da História da Matemática de uma forma em que o aluno possa reconstruir, através da manipulação, alguns dos problemas vivenciados pelos matemáticos em outros períodos da história.

Outro tipo do texto, que veio a contribuir para minha reflexão a respeito das atividades citadas, foi o de HEIEDE (1996). O autor mostra que alguns episódios da história da matemática escritos em um grande número de livros didáticos não representam realmente os fatos narrados, ou não possuem evidências de sua existência. Estudos nesse sentido colocam em dúvida, quando não a existência do próprio Tales, pelos menos a veracidade do famoso episódio da medição da altura das pirâmides.

Enfim, cabe ao professor o papel de agente transformador dessa realidade em que está imersa o nosso ensino. Muitas vezes colocamos a culpa pelo fracasso nas salas lotadas ou na falta de recursos. Entretanto um bom desempenho nas atividades de ensino está atribuído à capacidade do professor de buscar as informações e um aperfeiçoamento contínuo. É necessário um pouco de coragem para enfrentar os desafios.

Atualmente estão sendo realizados muitos estudos envolvendo a história da matemática como recurso didático. O professor que pretende utilizar esse tipo de abordagem necessita assumir uma postura onde os erros e dúvidas de ambas as partes, professor e aluno, fazem parte do processo.

Bibliografia

JAKUBOVIC, José. **Matemática na medida certa, 8ª série: ensino fundamental**. São Paulo: Scipione, 1999.

KENNEDY, Edwardy, **História da trigonometria**; trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992.

MENDES, Iran Abreu. **Ensino de trigonometria através de atividades históricas**. Natal: s.n.,1997.

HEIEDE, **Torkil. History of Mathematics and the Teacher. In: VITA MATHEMATICA. Historical Research and Integration With Teaching**. Ronald Calinger (ed.). Wasghinton: MAA, 1996.