



O CONHECIMENTO ALGÉBRICO QUE OS ALUNOS APRESENTAM NO INÍCIO DO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA: UM OLHAR SOB OS ASPECTOS DA ÁLGEBRA ELEMENTAR¹

Prof^a Rosalina Leontina Moretti Valentino

UNIFRAN²,

rosalina@funesantafe.edu.br

Prof^aDr^a Regina Célia Grando,
USF³,

regina.grando@saofrancisco.edu.br

Este estudo investigou quais são alguns dos erros e dificuldades em álgebra elementar que o aluno (sujeito) do curso de Licenciatura em Matemática traz para o Ensino Superior. Aplicou-se uma avaliação de conteúdos, elaborada a partir das idéias quanto ao ensino da Álgebra apontadas por Krutetskii (1976): Tecnicismo algébrico, Generalização da aritmética, Formulação de Leis, Geometrização da Álgebra e Resolução de Problemas. O referencial teórico consistiu numa discussão quanto à formação inicial do professor do Ensino Básico e enfocou-se os aspectos histórico-críticos do desenvolvimento da Álgebra Elementar. A análise realizada foi qualitativa. Os resultados demonstraram uma necessidade de mudança de concepções quanto aos aspectos que envolvem a formação de professores que irão atuar nas escolas do Ensino Básico, visto que se evidenciou uma deficiência em todas as idéias relacionadas aos conhecimentos em Álgebra Elementar dos sujeitos.

¹ Esta pesquisa faz parte da Dissertação de Mestrado de mesmo título, defendida por Rosalina Leontina Moretti Valentino, sob orientação de Prof^aDr^a Regina Célia Grando, em 2003 no Programa de Mestrado em Ciências e Práticas Educativas da Universidade de Franca - SP

² Universidade de Franca - SP

³ Universidade São Francisco - SP

INTRODUÇÃO

As dificuldades demonstradas habitualmente pelos alunos em relação à aprendizagem da Álgebra não são desconhecidas pelos professores de Matemática. Os estudantes tendem a memorizar regras e procedimentos, considerando essa atividade a essência da Álgebra. No entanto, considera-se que seja a abordagem algoritmizada, predominantemente utilizada em salas de aula, o fator que faz a compreensão da Álgebra ser uma tarefa muito difícil para a grande maioria.

Experiências têm mostrado que os alunos instruídos nessa abordagem algoritmizada, não conseguem transferir satisfatoriamente o conhecimento, nem compreender os conceitos implícitos nas estruturas dos conteúdos matemáticos, como também, mostram que, no começo da aprendizagem em Álgebra, vêem as expressões algébricas como proposições de alguma forma incompletas que necessitam ser ‘fechadas’ para que tenham significado. Além disso, na transição da Aritmética para a Álgebra, há diferenças que podem levar os alunos a terem dificuldades com expressões algébricas.

As inúmeras evidências sobre as dificuldades dos alunos na construção de significado dos signos algébricos ocasionaram o interesse em investigar qual o conhecimento algébrico que o aluno do primeiro ano do Curso de Licenciatura em Matemática traz incorporado aos seus conhecimentos.

Desta forma, ao considerar a Álgebra como linguagem usual da matemática e reconhecê-la como um dos ramos de singular importância no processo ensino-aprendizagem da Matemática, propôs-se, nesta pesquisa, investigar quais são alguns dos erros e dificuldades mais frequentes em Álgebra elementar que os alunos apresentam ao iniciar o Curso de Licenciatura em Matemática, uma vez que a formação algébrica tem se constituído num dos eixos principais da formação Matemática dos alunos, das escolas, necessitando ser analisada nos cursos de formação de professores.

A abordagem metodológica de análise dos dados escolhida foi de pesquisa qualitativa, por se tratar de um estudo de caso em que há necessidade de interagir e construir conhecimento em uma realidade específica. Os dados foram coletados a partir de um questionário com questões abertas, elaborado pela pesquisadora, considerando as idéias relacionadas ao pensamento algébrico, apontadas por Krutetskii (1976), quais sejam: resolução de problemas, tecnicismo algébrico, generalização da Aritmética,

formulação de leis e geometrização da Álgebra. Essas idéias constituíram-se nas categorias de análise da pesquisa.

A FORMAÇÃO DO PROFESSOR DO ENSINO FUNDAMENTAL E MÉDIO NOS CURSOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Nos últimos anos, vem sendo bastante discutida a eficácia do modelo convencional de formação de professores de Matemática. Questionam-se os cursos de licenciatura como anexos do curso de bacharelado pelo fato de formar o bacharel, visando a ser um futuro pesquisador na área de Matemática e oferecer-lhe também a opção de ser professor de Matemática do Ensino Superior. Considera-se que o forte academicismo tem dificultado a introdução de inovações no curso, impedindo a construção de um curso com identidade.

Por outro lado, nos cursos específicos de licenciatura, constata-se que os ingressantes geralmente têm formação básica insuficiente o que de modo geral não é levado em consideração no momento de formular conteúdos e métodos a serem trabalhados.

Encontra-se no Parecer CNE/CP N° 009/2001, p.13, que:

Estudos mostram que os ingressantes nos cursos superiores, em geral, e nos cursos de formação inicial de professores, em particular têm, muitas vezes, formação insuficiente, em decorrência da baixa qualidade dos cursos da educação básica que lhes foram oferecidos. Essas condições reais, nem sempre são levadas em conta pelos formadores, ou seja, raramente são considerados os pontos de partida e as necessidades de aprendizagem desses alunos.

Para reverter esse quadro de desconsideração do repertório de conhecimentos dos professores em formação, é preciso que os cursos de preparação de futuros professores tomem para si a responsabilidade de suprir as eventuais deficiências de escolarização básica que os professores receberam tanto no ensino fundamental como no ensino médio. (grifo nosso)

Percebe-se a necessidade de que, nos cursos de graduação, os docentes, formadores de professores façam um real diagnóstico da clientela, procurando situar a realidade de cada aluno, para poder minimizar os problemas gerados por defasagens de aprendizagem, permitindo organizar os conteúdos considerando o nível dos alunos, sem perder de vista a busca de sólidos conhecimentos e assim, subsidiar o planejamento das

ações de formação. Nesse sentido, o objetivo da presente pesquisa veio a corroborar com a necessidade de tal diagnóstico na medida em que propôs investigar os conceitos da Álgebra elementar (Álgebra do Ensino Básico) que os alunos do primeiro ano de Licenciatura em Matemática possuem. Tal diagnóstico possibilitou reflexões e subsídios para a reestruturação de currículos de formação de professores que busquem cumprir as novas diretrizes em ‘suprir as eventuais deficiências de escolarização básica, que os professores receberam tanto no ensino fundamental como no ensino médio’ (Parecer CNE/09). Portanto, pensar numa reformulação curricular na formação de professores depende de uma reflexão mais ampla que simplesmente elencar uma série de componentes e conteúdos curriculares numa matriz. Necessita refletir sobre quem é esse profissional que estamos formando, ou seja, como formar o professor-reflexivo e investigador de sua própria prática docente.

O ENSINO DA ÁLGEBRA

A aplicação das propostas de inovação pedagógica no ensino ocasiona mudanças e exige revisão das atitudes costumeiras, encontrando, por isso, resistências, uma vez que mudança implica em instabilidade.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (1998b, p.60) “Propõe novo enfoque para o tratamento da álgebra apresentando-a incorporada aos demais blocos de conteúdos, privilegiando o desenvolvimento do pensamento algébrico e não o exercício mecânico do cálculo”.

Nessa ótica, o estudo da Álgebra possibilita ao aluno desenvolver e exercitar sua capacidade de abstração e generalização, além de auxiliar na aquisição dos mecanismos para resolver problemas.

Contemplam situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, para estabelecer relações, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o pensamento algébrico.

Os alunos dizem que Álgebra é difícil, que seus conteúdos são de difícil compreensão. É comum ouvir dos alunos que eles não sabem qual a utilidade da Álgebra. Constata-se, em todos os níveis do ensino, apesar de idades variadas e diferentes experiências neste campo matemático, erros básicos comuns que se repetem ao longo de toda formação.

Ao enumerar as dificuldades de aprendizagem em Álgebra, constata-se com certa estranheza que, apesar de se ocupar quase todo o tempo das aulas de matemática de sexta a oitava séries com o ensino de Álgebra, apenas uma pequena parte dos conceitos trabalhados parece ser apreendida pelos alunos.

No entanto, alguns aspectos que caracterizam a dificuldade que, de modo geral, os alunos apresentam na apropriação dos conceitos algébricos são comuns. A utilização de convenções algébricas, o conceito de incógnita, o conceito de variável, a resolução de uma equação, fatoração e/ou simplificação de uma expressão algébrica, muitas vezes, exigem conhecimentos e técnicas algébricas que só poucos alcançam.

O uso constante de x, y e z para representar incógnitas de uma equação e a pouca utilização de outras letras, que, quando utilizadas causam estranheza ao aluno, representam um obstáculo para a própria compreensão do conceito de variável. O uso da mesma letra pode ‘engessar’ a compreensão do aluno no sentido de perceber que uma mesma letra expressa idéias diferentes, ora como incógnita, ora como variável, por exemplo.

Uma variedade de aplicações o ajudaria a se apropriar do conceito, contribuindo para a compreensão da utilização de letras nos conteúdos da Álgebra, bem como interpretar, dar significados e explorar a linguagem algébrica, uma vez que não são raros os equívocos por parte do aluno nas interpretações dadas à variável e à incógnita. Geralmente, o trabalho com Álgebra é apresentado de forma fragmentada, enfatizando ora um aspecto, ora outro, sem se preocupar com a ligação entre eles e com a contextualização, ignorando totalmente a formação da idéia básica da Álgebra que é o conceito de variável com suas múltiplas formas: incógnita, parâmetro e variável propriamente dita.

Na tentativa de minimizar a dificuldade de aprendizagem, os professores, de modo geral, dispensam em suas aulas mais tempo aos conteúdos considerados algébricos, utilizando, entretanto, apenas a repetição mecânica de muitos exercícios. Essa atitude, além de ser ineficiente, ocasiona prejuízo no trabalho de outros temas da Matemática, também importantes, como por exemplo, conteúdos referentes à Geometria.

Para reverter este quadro a respeito do ensino da Álgebra, há que se perceber com clareza seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático, principalmente, quanto à variedade de

representações, bem como, conhecer as concepções de Educação Algébrica manifestadas ao longo da história da Educação Matemática elementar, possibilitando identificar tendências sobre as formas de ensinar Álgebra e suas possíveis implicações.

Fiorentini, Miorin & Miguel (1993) destacam três tendências sobre as formas de ensinar a Álgebra.

A tendência *lingüístico-pragmática*, caracterizada pela necessidade de o aluno se apropriar das técnicas requeridas pelo transformismo algébrico para conseguir resolver equações e problemas equacionáveis. A tendência *fundamentalista-estrutural* que atribui à Álgebra o papel de fundamentar toda a Matemática escolar. A tendência *fundamentalista-analógica* que pretende sintetizar as duas anteriores.

Um estudo detalhado em relação às tendências acima citadas revela que não houve uma ruptura desta última tendência com as duas tendências anteriores, muito embora a tendência fundamentalista-analógica tenha produzido materiais interessantes para o ensino da Álgebra, especialmente no tocante à Álgebra geométrica, à utilização de leis de equilíbrio físico, recorrendo a balanças, gangorras, etc., e de ter contribuído para um relativo progresso da compreensão do seu ensino.

A ênfase no caráter procedimental ou sintático, centrada na aplicação de regras e manipulação de expressões algébricas em prejuízo dos aspectos conceituais e semânticos, que exploram os significados e a compreensão dos conceitos, caracteriza o ponto comum e pedagogicamente negativo dessas três tendências.

Enquanto as Concepções de Álgebra obtidas a partir das várias leituras históricas do desenvolvimento desse campo da Matemática tendem a priorizar a linguagem em detrimento do pensamento, as Concepções de Educação Algébrica dominantes, ao longo da história do Ensino da Matemática, enfatizam o ensino de uma linguagem algébrica já constituída, em detrimento da construção do pensamento algébrico e de uma linguagem própria.

É preciso, então, repensar a Educação Algébrica. Quem sabe a tão reclamada dificuldade de aprendizagem dos alunos e a dificuldade de ensinar dos professores não estejam na relação que se estabelece entre pensamento e linguagem, posto que, atualmente, a crescente tendência da Educação Algébrica seja acreditar que o pensamento algébrico só se manifesta e se desenvolve por meio do uso de regras para resolução das atividades algébricas, ou seja, através da linguagem específica da

Álgebra.

IDÉIAS RELACIONADAS À ÁLGEBRA

Muitos autores buscam estabelecer as diferentes concepções relativas à Álgebra. Nessa pesquisa, tomam-se como referência de coleta de dados e análise as idéias propostas por Krutetskii (1976), quais sejam:

1- Resolução de problemas (caráter pragmático).

Para obter a solução de um problema, as letras são consideradas incógnitas, valores desconhecidos. É necessário que o aluno saiba extrair a sentença matemática dos dados do enunciado do problema, como também, operar com os símbolos (Krutetskii, 1976).

2- Tecnicismo algébrico (calcular com letras)

Nesta abordagem, é dada ênfase à memorização e à manipulação dos símbolos e expressões. O desenvolvimento do trabalho dá-se de forma mecânica e automatizada, os aspectos sintáticos são privilegiados em relação aos semânticos, isto é, um conjunto de técnicas e regras sem qualquer significação social e lógica (Lins; Gimenez, 2001; Krutetskii, 1976).

3- Generalização da aritmética

Psicólogos americanos (Thorndike) e russos (Borisova, Kossov e Krutetskii), ligados ao ensino da matemática desde a década de 1920, vêm pesquisando questões do tipo: Quais os pressupostos para a obtenção de sucesso em resolução de problemas envolvendo entidades abstratas? Como os alunos generalizam, no contexto escolar, situações que já tenham sido vivenciadas numericamente?

Para responder a tais perguntas, Krutetskii (1976) desenvolveu alguns testes que consistem em resolver problemas, aumentando gradativamente o grau de dificuldade, procurando analisar, os aspectos: prontidão, habilidade para generalizar, componente geral sintético e inclinação pela clareza, manifestações da estrutura do pensamento na passagem do pensamento concreto para o pensamento abstrato. Verifica-se a possibilidade de generalização da Aritmética pela Álgebra.

4- Formulação de leis (estudo das regularidades, dos fenômenos)

Considera como um dos objetivos da Álgebra a capacidade de o aluno expressar

regularidades de um fenômeno por meio de leis matemáticas, esta concepção prioriza o estabelecimento de regularidades e formulação de leis gerais. (Krutetskii,1976).

Para Caraça (2000), são duas as características essenciais para entender as transformações (fenômenos) no mundo: a interdependência e a fluência. E para isso o homem utiliza procedimentos como observação das regularidades, anotações (registros), recursos algébricos (leis matemáticas) e representações gráficas. Daí a importância desta concepção no desenvolvimento do pensamento algébrico.

5- Geometrização da Álgebra (o conceito a partir do concreto)

Krutetskii (1976) aponta esta concepção como sendo próxima da idéia utilizada pelos gregos ao produzirem a Álgebra Geométrica: a utilização de recursos da Geometria para uma melhor “visualização” da Álgebra.

Segundo Lins e Gimenez (2001), uma atividade facilitadora é o estudo da álgebra pela atividade geométrica, por exemplo, pode-se citar o Algeplan⁴, como uma atividade facilitadora e agradável para o ensino-aprendizagem de conceitos algébricos, substituindo a prática “letrista” e tecnicista que comumente ocorre na prática escolar.

Segundo Araújo e Passos (1998), entre os enfoques acima citados não existe uma ordem de predominância de uma concepção em relação às demais. Na aplicação do estudo da Álgebra elementar no contexto escolar, o que se recomenda é que o professor conheça tais idéias e as utilize de forma adequada de modo a facilitar sua compreensão pelos alunos.

PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

O objetivo da pesquisa foi identificar quais são alguns dos erros e dificuldades mais frequentes em Álgebra elementar que o aluno traz para a Universidade. Optou-se por desenvolver uma pesquisa qualitativa, julgando os procedimentos pertinentes a esse estudo.

Com a finalidade de atingir o objetivo, aplicou-se um questionário com problemas inseridos nas idéias quanto ao ensino da Álgebra Elementar apontadas por Krutetskii.

Ressalta-se que esta pesquisa foi realizada em um estudo de caso em uma Faculdade particular, localizada na cidade de Santa Fé do Sul, região noroeste do Estado

² Algeplan: material instrucional que consiste em retângulos e quadrados coloridos, cujos lados não representam medidas exatas, representando medidas de lados variáveis.

de São Paulo; objetivando mostrar alguns aspectos algébricos elementares inseridos na concepção dos alunos ingressantes no curso de Licenciatura em Matemática da mesma. Representou uma análise pormenorizada de um caso, sem a pretensão de generalização dos dados.

Foi delimitado como sujeitos da pesquisa quarenta e seis alunos do primeiro ano do Curso de Licenciatura em Matemática que funcionava no período noturno. O estudo foi realizado durante o início do segundo semestre letivo de 2002. Concluiu-se, da análise das respostas a um questionário-diagnóstico cuja finalidade era traçar o perfil dos sujeitos desta pesquisa, que a maioria deles era jovem, pois pertenciam a uma faixa etária entre 17 e 24 anos, provenientes de escolas públicas, que cursaram o Ensino Médio no período noturno e o concluiu nos últimos três anos. Além disso, a maioria dos sujeitos mostrou ter uma auto-percepção do seu desempenho em Matemática, no Ensino Básico como bom e muito bom. A grande maioria dos respondentes não fez curso pré-vestibular e optou por Licenciatura em Matemática por gostar de Matemática. Finalmente, a maior parte dos sujeitos trabalhava no período diurno e dispunha de pouco tempo para dedicar à complementação das aulas normais.

Para coletar as informações quanto aos conhecimentos algébricos elementares dos sujeitos, foram utilizadas quinze questões, selecionadas da literatura existente, (livros didáticos, apostilas, etc.) e categorizadas pela pesquisadora segundo as concepções de Krutetskii (1976), relativas ao conteúdo de Álgebra desenvolvido no Ensino Básico, objetivando identificar no pensamento algébrico do aluno a presença das idéias. Para permitir variabilidade na apresentação dos problemas, foram selecionadas três questões de cada uma das idéias citadas, visando possibilitar a diversificação na linguagem de apresentação. Para compor o instrumento de avaliação, procedeu-se um sorteio para determinar a ordem das questões, buscando a aleatoriedade. Considerando que a aplicação em um único período de duas aulas (cem minutos) seria inadequada e cansativa, foi realizada em duas etapas. Com relação à resolução das questões, foi solicitado que fizessem individualmente e foi solicitado que se houvesse alguma questão que não soubessem resolver, deixassem em branco ou justificassem porque não sabiam.

O questionário com as situações-problema foi corrigido pela pesquisadora considerando os seguintes critérios: foi considerada correta a questão que apresentasse o raciocínio e o cálculo corretos; foi considerada parcialmente correta a que apresentasse o raciocínio correto e os cálculos incorretos, ou a questão que, possuindo vários itens o

01- Efetue os cálculos:

a) $\frac{2x}{3} - \frac{7x}{6} =$
 $\frac{4x - 7x}{6} = \frac{-3x}{6}$

b) $\frac{2x}{3} - \frac{4y}{5} + 3x - \frac{y}{7} =$
 $\frac{70x - 84y + 315x - 15y}{105} = \frac{385x - 99y}{105}$

c) $x^2 - 9x + 14 = 0$
 $\Delta = b^2 - 4ac = 81 - 56 = 25$
 $\Delta = 25 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 5$
 $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{9 \pm 5}{2}$
 $x^1 = \frac{9+5}{2} \Rightarrow \frac{14}{2} = 7$
 $x^2 = \frac{9-5}{2} \Rightarrow \frac{4}{2} = 2$

d) $\left(\frac{3x}{5}\right) \left(\frac{2x}{3}\right) = \frac{3x}{5} + \frac{4x^2}{9} \pm 7x$
 $\frac{4x^2}{9}$

A correta resolução da questão, demanda, domínio pelo sujeito das técnicas básicas da álgebra elementar. Constatou-se que os erros cometidos não são apenas simples falhas de memória, mas que têm raízes mais profundas, qual seja, a falta de domínio de conceitos e técnicas de resolução de exercícios em Álgebra elementar.

Questão 3 Fonte: Imenes & Lellis (1997, p.160)

Simplifique as frações:

a) $\frac{5x^2 + 15x}{5x}$

c) $\frac{4x^2 + 20x + 24}{x^2 + 5x + 6}$

b) $\frac{6x^2y + 12xy}{x + 2}$

d) $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$
 $\frac{2x + 4}{3x^2 + 1}$

Dos quarenta e seis sujeitos dessa pesquisa, apenas um (2,17%) resolveu corretamente, catorze (30,43%) resolveram parcialmente correta e trinta e um (67,39%) resolveram incorretamente.

A seguir, são apresentadas algumas das resoluções dos sujeitos, buscando evidenciar a dificuldade e os erros mais freqüentes de resolução:

03- Simplifique as frações:

a) $\frac{5x^2 + 15x^5}{5x^5}$
 $\frac{x^2 + 3x}{x}$

b) $\frac{6x^2y + 12xy}{x+2}$ $6xy + 6xy = 12xy$

c) $\frac{4x^2 + 20x + 24}{x^2 + 5x + 6} = 4 + 4 + 4 = 12$

d) $\frac{x^2 - 4}{\frac{x^2 - 4x + 4}{3x^2 + 1}} = \frac{(x^2 - 4)(3x^2 + 1)}{3x^4 + x^2 - 12x - 4}$
 $\frac{(x^2 - 4x + 4)(2x + 4)}{2x^3 + 4x^2 - 8x^2 - 16x + 8x + 16}$
 $\frac{2x^3 - 4x^2 - 8x + 16}{3x^4 + x^2 - 12x - 4}$
 $\frac{2x^3 - 4x^2 - 8x + 16}{3x^4 + x^2 - 12x - 4}$

Ainda com relação à questão 3, alguns exemplos incorretos e/ou de dificuldade:

03- Simplifique as frações:

a) $\frac{5x^2 + 15x}{5x} = \frac{20x^3}{5x} = 4x^3$

b) $\frac{6x^2y + 12xy}{x+2}$ não sei

c) $\frac{4x^2 + 20x + 24}{x^2 + 5x + 6} = 4x^2 + 4x + 4 = 0$
 $\Delta = b^2 - 4ac$
 $16 - 4 \cdot 4 \cdot 4 =$
 $\Delta = -48$

d) $\frac{x^2 - 4}{\frac{x^2 - 4x + 4}{3x^2 + 1}}$ não sei

A resolução efetuada por esses sujeitos evidenciou que nem mesmo as propriedades da Aritmética estavam sendo respeitadas, dividindo termos do numerador e do denominador, desprezando a adição.

As resoluções dessa questão, deixaram em evidência que a maioria dos sujeitos não possui conceitos algébricos apropriados, nem mesmo algumas das propriedades da Aritmética, uma vez que não aplica na resolução do problema proposto.

Questão 9 Fonte: Iezzi (1993, p.150)

a) Calcular o número:

$$A = \frac{-\cos \frac{\pi}{6} - \operatorname{sen} \frac{\pi}{6}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} - \operatorname{sec} \frac{\pi}{6}}$$

b) Simplificar a expressão:

$$B = \frac{\operatorname{sec} x - \operatorname{sen} x}{\cos \operatorname{sec} x - \cos x}$$

Essa questão foi resolvida corretamente por apenas dois (4,34%) dos sujeitos, enquanto que para oito (17,39%) a resolução foi considerada parcialmente correta e para trinta e seis (78,26%) a resolução estava incorreta.

Protocolos referente às soluções apresentadas por diferentes sujeitos para exemplificar as análises efetuadas.

1º

$$A = \frac{-\cos 30^\circ - \sin 30^\circ}{\frac{1}{2} 30^\circ - \tan 30^\circ} \Rightarrow A = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{-\sqrt{3} - 1}{\frac{\sqrt{3} - 2\sqrt{3}}{3}} = \frac{-\sqrt{3} - 1}{\frac{-\sqrt{3}}{3}}$$

$$= \frac{-\sqrt{3} - 1}{\frac{-\sqrt{3}}{3}} = \frac{-3\sqrt{3} - 3}{-\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3} + 3(2\sqrt{3})}{\sqrt{3} \cdot 3} = \frac{3\sqrt{3} + 6\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{9\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{1} = 3\sqrt{3}$$

Não consegui resolver, porque não entendi muito esse conteúdo

2º

$$\frac{\frac{-\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{3}} = \frac{\frac{-\sqrt{3}}{2}}{\frac{-\sqrt{3}}{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{-\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{\tan x} = \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x = \frac{\cos x}{\sin x} = \cot x$$

$$\frac{1}{\tan x} = \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x = \frac{\cos x}{\sin x} = \cot x$$

$$\frac{1}{\tan x} = \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x = \frac{\cos x}{\sin x} = \cot x$$

$$= \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \boxed{\tan^2 x}$$

3º

$$= \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3}} = \frac{\frac{\sqrt{3}-1}{2}}{\frac{2\sqrt{3} \cdot 6\sqrt{3}}{6}} = \frac{6\sqrt{3}-1}{4\sqrt{3} \cdot 12\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}-1}{48}$$

$$= \frac{\frac{1-\sin x}{\cos x}}{\frac{1-\cos x}{\sin x}} = \frac{1-\cos x \cdot \sin x}{\cos x} = \frac{1-\cos^2 x - \sin x}{\cos x} = \frac{\sin^2 x - \sin x}{\cos x} = \frac{\sin x \cdot (\sin x - 1)}{\cos x}$$

$$= \frac{\frac{1-\sin x}{\cos x}}{\frac{1-\cos x}{\sin x}} = \frac{1-\cos x \cdot \sin x}{\cos x} = \frac{1-\cos^2 x - \sin x}{\cos x} = \frac{\sin^2 x - \sin x}{\cos x} = \frac{\sin x \cdot (\sin x - 1)}{\cos x}$$

$$= \frac{1-\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{1-\cos x} = \frac{1-\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{1-\cos x} = \frac{1-\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{1-\cos x} = \frac{1-\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin x}{1-\cos x} = 1$$

4º

não consegui resolver este exercício pelo motivo de não entender esta matéria, tentei resolver, mas não consegui. Talvez seja porque eu não me lembrava das fórmulas e definições desta matéria.

As dificuldades apresentadas evidenciam falhas de conhecimento de conceitos muito além de processos, posto que as fórmulas básicas foram registradas previamente na lousa.

Segundo os autores Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), a educação algébrica deve garantir o exercício dos elementos caracterizadores do pensamento Segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) a educação algébrica deve garantir o exercício dos elementos catalisadores do pensamento algébrico. O trabalho reflexivo e analítico sobre o modo como se conduz e expressa o pensamento, visando à resolução de situações-problema de naturezas diversas, possibilita a construção de uma linguagem simbólica que seja significativa para o estudante.

O estudante deve ser capaz de chegar às expressões algébricas simbólicas através da análise de situações concretas e partindo de uma expressão algébrica, atribuir-lhe significados que lhe são pertinentes, como também compreender o modo como uma expressão algébrica pode ser transformada em outra equivalente e os procedimentos que justificam essas transformações.

Portanto, a partir da análise das respostas dos sujeitos desta categoria, à luz da fundamentação teórica, constatou-se uma grande dificuldade dos sujeitos na resolução de exercícios que envolviam técnicas algébricas elementares. Os erros apontam para uma deficiência que transcende a questão da manipulação simplesmente algébrica para uma deficiência conceitual, tais como: conceito de frações, conceito de divisão, propriedades aritméticas e algébricas.

RESUMO SINTETIZADO DAS CATEGORIAS

A partir da análise qualitativa detalhada de cada categoria com relação aos erros e dificuldades em Álgebra elementar, poderíamos sintetizar os dados numéricos representados na tabela a seguir:

Resultados obtidos nas categorias de análise

Categorias	questões	Correta	parc. correta	Incorreta
Tecnico Algébrico	1	10,86%	80,43%	8,69%
	3	2,17%	30,43%	67,39%
	9	4,34%	17,39%	78,26%
Generalização da Aritmética	2	13,04%	54,34%	32,60%
	11	17,39%	4,34%	78,26%
	14	32,60%	10,86%	56,76%
Formulação de Leis	4	0%	26,08%	73,91%
	6	58,69%	23,91%	17,39%
	12	21,73%	21,73%	56,52%
Geometrização da Álgebra	5	6,52%	0%	93,47%
	7	28,26%	6,52%	65,21%
	10	13,04%	39,13%	47,82%
Resolução de Problemas	8	28,26%	8,69%	63,04%
	13	8,69%	6,52%	84,78%
	15	10,86%	13,04%	76,08%

A tabela 2 sintetiza os percentuais obtidos pelos sujeitos da pesquisa em cada uma das categorias, quanto às respostas corretas, parcialmente corretas e incorretas.

Quanto aos dados percentuais pôde-se observar que:

- o índice de questões corretas é o menor em todas as categorias;
- o maior índice de questões corretas apresentado, que se pode considerar pouco expressivo, refere-se à categoria Formulação de Leis;
- o maior índice de questões incorretas localiza-se na categoria Resolução de Problemas.

Fica desta forma evidenciada a deficiência dos sujeitos em relação aos conceitos relativos aos conteúdos de Álgebra elementar do Ensino Básico.

Assim, considerando as habilidades necessárias para um melhor desempenho na utilização desses conceitos, há que se levantar a hipótese de que a prática pedagógica, muito comum, baseada em reprodução de idéias, demandando mais a memorização que o raciocínio possa estar na base dessa deficiência e resulte no pouco apreço dos alunos para com a Matemática.

Isto posto, a necessidade de retomada de tais conceitos, com ênfase no aspecto metodológico, nos cursos de Licenciatura em Matemática orientando a formação do professor que irá ministrá-los no Ensino Básico, constitui-se demanda legítima.

RESULTADOS

Da análise às respostas formuladas pelos sujeitos da pesquisa depreendeu-se:

_ quanto ao tecnicismo algébrico, observou-se uma grande dificuldade na resolução de exercícios que envolviam as técnicas algébricas elementares, e que, os erros apontaram para uma dificuldade que transcende à questão da manipulação simplesmente algébrica para uma deficiência conceitual de conteúdos, fundamentais para a construção do conhecimento matemático.

_ quanto à Álgebra sob o aspecto da generalização da aritmética, notou-se a deficiência dos alunos de tradução da língua materna para a linguagem matemática e a dificuldade de compreensão e interpretação do enunciado das questões propostas. Portanto, a incapacidade de identificar as diferentes funções que a letra pode assumir em uma expressão algébrica.

_ quanto à Álgebra como formulação de leis, constatou-se uma dificuldade de representação algébrica e de composição em uma lei de formação a partir da variável, utilizando a Álgebra como uma linguagem com regras específicas para o cálculo algébrico.

_ quanto à geometrização da Álgebra, observou-se a dificuldade em ler e interpretar argumentos matemáticos utilizando o pensamento geométrico, ou seja, dificuldade de visualização geométrica do conceito algébrico e de identificar em figuras geométricas planas, suas propriedades para construir estratégias de resolução dos problemas por meio do cálculo algébrico.

_ quanto à resolução de problemas, a dificuldade foi ainda maior, na exploração da linguagem algébrica com a finalidade de extrair, dos dados do enunciado do problema, a sentença matemática e estruturar algebricamente a situação que lhe é apresentada. Portanto, dificuldades de interpretação do enunciado do problema, o que nos leva a inferir que a resolução de problemas, em sala de aula, não têm sido trabalhada de modo a atender os objetivos que se propõe para essa metodologia.

As evidências constatadas através da análise das categorias de pesquisa propostas para este estudo, não são diferentes daquelas já enunciadas e de certa forma, de modo generalizado, discutidas nas muitas críticas dirigidas ao ensino de Matemática.

Este estudo traz à tona o fato de o aluno do primeiro ano do curso de Licenciatura em Matemática não possuir uma apropriação consolidada das concepções da Álgebra elementar, que constituíram as categorias de análise da pesquisa, apresentando dificuldades de percepção das alternativas de resolução de problemas relativos aos conteúdos da Matemática do ensino fundamental e médio, erros na resolução das questões, bem como ausência de confiança e criatividade para elaborar alternativas de resolução.

Diante das evidências constatadas nessa pesquisa surgem as perguntas: Por que os alunos têm tanta dificuldade em aprender Álgebra? Por que os alunos confundem tanto o significado das letras em Álgebra? Por que os alunos apresentam tanta dificuldade em resolver problemas? A utilização de materiais manipulativos, desenhos e esquemas facilitariam a resolução ou a interpretação de problemas matemáticos?

Essas e outras perguntas alertam para o fato de que sendo do professor a responsabilidade maior pela aprendizagem dos alunos, é necessário investir na sua

formação não só nas licenciaturas, mas também em programas de formação continuada, de modo que as necessidades dos professores possam estar sintonizadas com as atuais reformas, a fim de permitir a criação de programas de formação para além de teorias e métodos ou transmissão de conhecimentos. O necessário para que elas se consolidem é o desenvolvimento de competências profissionais, ou seja, um saber-mobilizador que permite superar as formas de conhecimento descontextualizado.

Palavras-chave: Álgebra Elementar, Formação Inicial de Professores

Referências Bibliográficas

ARAUJO, E. A. P.; PASSOS, C. L. B. **Diferentes abordagens para o ensino da álgebra.** (Mini-Curso). Campinas: Encontro de Professores de Matemática, PUC-Campinas/UNICAMP, 1998. (não publicado)

BRASIL. Conselho Nacional de Educação(2001). **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível Superior, curso de licenciatura, de graduação plena.** Brasília-DF: Parecer CNE/CP nº009/2001, 2001.

BRASL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1998a.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmentros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais.** Brasília: MEC/SEF, 1998b.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática.** Lisboa: Gradiva, 2000.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A., MIGUEL, A. Contribuição para um Repensar...a Educação Algébrica Elementar. **Pro-Posições.** vol..4, nº1, 1993.

IEZZI, G. **Fundamentos de Matemática Elementar: Trigonometria.** 7ª ed. São Paulo: Saraiva, 1999

IMENES, L.M.; LELLIS, M.; **Matemática**, 7ª série. São Paulo: Editora Scipione, 1997

KRUTETSKII, V.A. **The psychology of mathematical abilities in schoolchildren**.
University of Chicago, 1976.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. Campinas: Papyrus, 2001.

MIORIM, M. A.; MIGUEL, A.; FIORENTINI, D. Ressonâncias e dissonâncias do movimento pendular entre álgebra e geometria no currículo escolar brasileiro. In: **Zetetiké**, ano 1, nº 1, p.19–39, 1993.

PONTE, J. P. **A investigação sobre o professor de Matemática – Problemas e Perspectivas**. Conferência realizada no I SIPEM, Serra Negra, SP, novembro de 2000.