Realização SBEM 15 anos SBEM-PE
VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM COMPROMISSO SOCIAL
RECIFE, 15 A 18 DE JULHO DE 2004
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

“PROBLEMAS DE CONTAGEM NO ENSINO FUNDAMENTAL: ‘*NOVAS’* INDAGAÇÕES DIDÁTICAS”.

Profª Martha Cornélio Ferraz
Secretaria de Educação e Cultura – SEDUC – PE
marthacferraz@elogica.com.br

Os objetivos do ensino da Matemática, bem como os seus conteúdos e aspectos metodológicos, têm sido objeto de pesquisas e discussões entre os educadores matemáticos. Sugerem-se “novidades pedagógicas”, implantam-se reformas curriculares, criam-se sistemas oficiais de avaliação, enfim, ampliam-se os movimentos e iniciativas na busca de melhores resultados do ensino-aprendizagem desta disciplina. No entanto, os resultados das avaliações educacionais retratam o pouco impacto destas mudanças no desempenho do aluno.

Mais recentemente, os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN propuseram mudanças significativas para o Ensino Fundamental, acrescentando ao estudo dos “Números e das Operações”, do “Espaço e das Formas”, das “Grandezas e Medidas” o bloco de conteúdos “Tratamento da Informação”, que integra estudos relativos a noções de Estatística, de Probabilidade e de Combinatória, além dos ***Problemas de Contagem*** (grifo nosso), envolvendo o princípio multiplicativo. É um tema tratado com relevância nos PCN, vez que a demanda social está a exigi-lo em função de seu uso no contexto atual e da sua utilidade na análise de dados, no desenvolvimento da criatividade e na tomada de decisões por parte do aluno, a fim de prepará-lo para o efetivo exercício da cidadania.

Para o 1º e 2º ciclos, os parâmetros sugerem como objetivo, em relação à combinatória, “levar o aluno a lidar com situações-problema que envolvem combinações, arranjos, permutações e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem” (p.p 57). No tocante ao 3º e 4º ciclos, “... relativamente aos problemas de contagem, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações que envolvam diferentes tipos de agrupamentos que possibilitem o desenvolvimento do raciocínio combinatório e a compreensão do princípio multiplicativo para a aplicação no cálculo de probabilidades" (p.p 52). Tais objetivos passam a exigir do educador, desde o 1º ciclo, a inclusão da Combinatória em sua prática pedagógica. Certamente, é uma postura que implicará sérias dificuldades, por se tratar de um conteúdo que sempre causou temor e desagrado aos aprendizes. Por isso, o grande desafio é como conduzir a aprendizagem do aluno no Ensino Fundamental, sem correr o risco de enquadrá-lo numa "geração de estudantes que não compreendem a Análise Combinatória, não percebem os princípios básicos por trás da solução de problemas e que detestam esta parte da Matemática" (Adaptado – Elon Lages p.p 395).

Estas e outras reflexões oferecerão subsídios à interação professor X professor e professor X orientador, interação esta que será priorizada durante todo desenvolvimento das atividades.

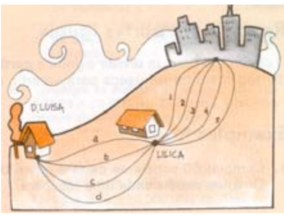
Um pouco do experimento inicial...

O experimento teve como instrumento principal um questionário aberto, composto de 8 (oito) situações-problema retiradas de livros didáticos adotados em algumas escolas de nosso Estado. Na seleção dos livros, também foram considerados os critérios de classificação no Programa Nacional do Livro Didático - PNLD, sendo priorizados os manuais com maior indicação.

No processo de análise, procurou-se identificar onde/como o autor inclui o tema combinatória, as situações didáticas apresentadas e a orientação metodológica oferecida ao professor.

A escolha dos problemas não se fez de forma aleatória. Optou-se por situações com desenho que facilita a estratégia de solução; problemas cujos dados coincidem com os fatores da multiplicação, caso o aprendiz opte por essa estratégia de resolução; e, finalmente, problemas cujos dados não coincidem com os fatores da multiplicação e que, para utilização do princípio multiplicativo, o aprendiz necessita de "tomada e decisão" ou da utilização de outras ferramentas (explicação das possibilidades, desenhos, diagramas, tabelas, árvores,...). Assim, o instrumento de pesquisa passou a ter a seguinte organização:

1) Para ir à cidade, Dona Luísa sempre passa na casa de Lilica.Ela pode ir por vários caminhos para a cidade. Um deles é pegar a estrada **a** e depois a **1** (caminho **a1**); o outro é percorrer **b** e depois **1** (caminho **b1**), etc. Quantos são os caminhos da casa da Dona Luísa à cidade? (Matemática na Medida Certa – Jakubo e Lellis – 5ª série – p.p 21)



2) Teca perguntou para Tininha com que roupa ela iria à festa da Igreja. Tininha respondeu que ainda não sabia, porque tem 4 blusas de cores diferentes: amarela, branca, vermelha e preta; 2 saias: uma ***jeans*** e outra de flores e 2 calçados: uma sandália e um tênis. De quantas maneiras diferentes de se vestir Tininha tem? (Problema adaptado do Módulo I – Unidade 2 - p.p 38 - Proformação - Programa de Formação de Professores em Exercício – MEC.FUNDESCOLA, 2000)

3) Quando 4 pessoas se encontram, quantos apertos de mão são possíveis sem que os cumprimentos se repitam? (Vivência & Construção – Luiz Roberto Dante – 4ª série – pág. 77)

4) Num grupo de eliminatórias da Copa do Mundo de Futebol, estão as seleções: Bolívia, Brasil, Colômbia, Paraguai e Peru. Todas as equipes vão se enfrentar, mas apenas uma vez. Quais e quantas serão as partidas? (Matemática – Imenes & Lellis – 5ª série. Pág. 236).

5) Usando somente três cores: amarelo, vermelho e azul, de quantos modos diferentes podemos pintar este mapa, se os estados devem ter cores diferentes? (Espaço e Ação – Oscar Guelli – 4ª série – pág. 79

6) Dona Márcia tem três filhas: Karla, Kátia e Karen. Um dia ela comprou três presentes diferentes para as meninas, porém esqueceu qual o presente de cada uma. De quantas maneiras diferentes dona Márcia pode dar os presentes às filhas? (Walter Spinelli e Mª Helena Souza –Matemática – 5ª série – pág. 69)

7) Escreva todas as possibilidades num jogo de par ou ímpar entre dois colegas. Cada jogador só pode usar os dedos de uma mão. (Matemática hoje é feita assim – Bigode – 5ª série - pág. 39)


Nestes dois casos a soma é 7.

8) Você está com pressa e precisa passar Por uma porta. Só que ela possui 3 trancas. E é impossível saber qual ou quais delas estão fechadas, em cada instante. Reflita sobre o problema e depois procure criar um procedimento organizado (ou, como dizemos, sistemático) que lhe dê a certeza de *produzir todas as combinações das 3 trancas* – entre elas, a combinação que abre a porta.(Telecurso 2000 – 1º grau – Aula 2 – pág. 17)

A pesquisa envolveu, ao todo, 6 escolas – redes pública (estadual e municipal) e privada - e uma Instituição Pública de Ensino Superior.

Na aplicação do teste, foram envolvidos 197 alunos do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, além de 31 estudantes de Nível Superior, aos quais foi solicitada a resolução das situações-problema, em situação normal de sala de aula. A proposta era que, no intervalo de 1 hora, cada aluno respondesse ao teste individualmente, "bem do seu jeito", "evitando o uso de fórmulas e procurando registrar como pensou". Se o aluno não soubesse solucionar, deveria relatar a sua dificuldade por escrito.

Com o intuito de garantir maior precisão na análise das respostas dos alunos, adotaram-se os seguintes indicadores:

Acerto A1 – o aluno apresenta uma resposta certa, mas não fornece dados que evidenciem o processo adotado para obter tal resposta;

Acerto A2 – o aluno apresenta um procedimento organizado, sistemático, através de um desenho, tabela, árvore, etc, associado ou não a um algarismo;

Erro E1 – o aluno demonstra um procedimento organizado/sistemático, no entanto deixa de explicar algumas possibilidades e/ou inclui outras não compatíveis com o problema;

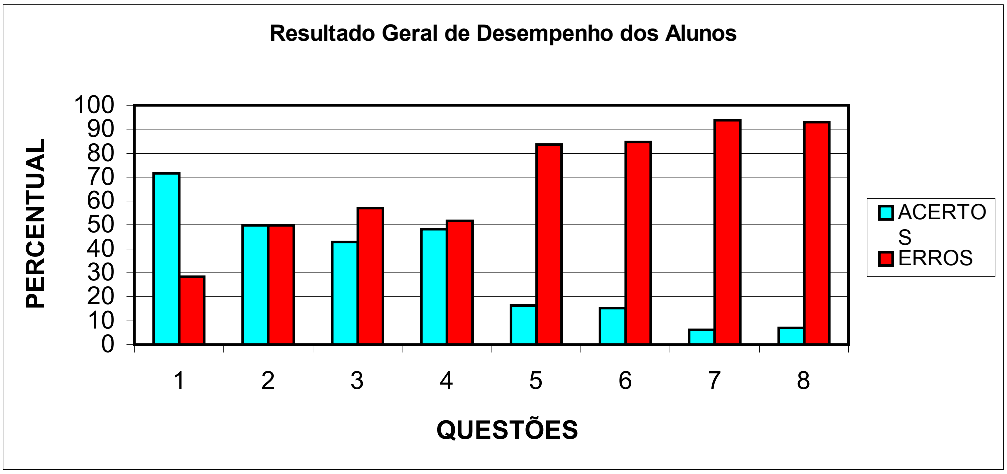
Erro E2 – o aluno associa à resolução do problema, de forma incorreta, uma operação de multiplicação ou divisão;

Erro E3 – o aluno não apresenta nenhuma justificativa para a sua resposta ou apresenta esquema de solução não compatível com o problema;

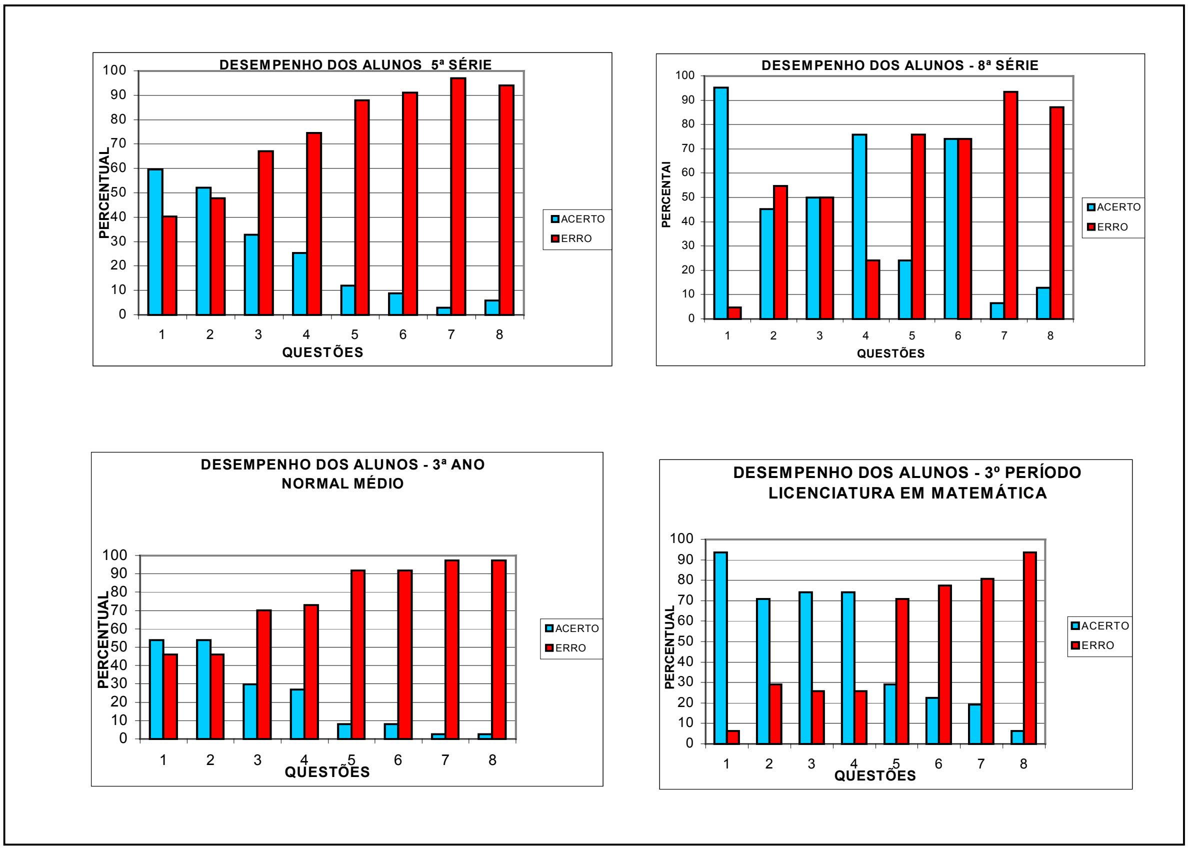
Erro E4 – o aluno registra que não sabe/ não entendeu o que o problema pede (texto) alega falta de tempo / expressa sua indignação com o texto, enfim, apresenta comentários e/ou questionamentos não relacionados a conhecimentos matemáticos; ou, simplesmente, deixa em branco.

Segue a análise das respostas dos alunos, iniciando pelo gráfico que aponta o resultado geral do desempenho dos mesmos.

Verifica-se que o número de acertos supera o número de erros apenas na questão 1. Há igualdade entre acertos e erros na questão 2, enquanto que, nas demais questões, há uma predominância de erros sobre os acertos. Nas questões (7) e (8) os erros ultrapassam o percentual de 90%.



Ao comparar os desempenhos dos alunos de 5ª série, 8ª série, 3º ano Normal Médio e Licenciatura em Matemática, observa-se que o nível dos estudantes do Normal Médio está bem próximo dos da 5ª série. Constatou-se ainda, que as questões de maiores dificuldades para os alunos de 8ª série também o são para os de Licenciatura em Matemática, fato que acarreta uma certa inquietação, vez que estes alunos, hoje do Normal Médio e Licenciatura em Matemática, possivelmente serão os professores do amanhã. Os dados seguintes ilustram tais constatações e suscitam mais uma reflexão: qual a contribuição que os anos de escolarização têm oferecido a esses alunos?



Ressaltando à análise das questões 3, 5 e 6

A questão 3, atividade sugerida desde a Educação Infantil (Dante,p.p 225), que tem como resposta “6 apertos de mãos”, a princípio facilmente perceptível, o resultado obtido foi de 57% de erros nos diferentes graus de ensino. Deve-se ressaltar que este problema não tem a lógica das estruturas multiplicativas e, por isso, cabe a reflexão: será que essa confusão conceitual é o aspecto gerador (ou um dos) deste baixo desempenho?

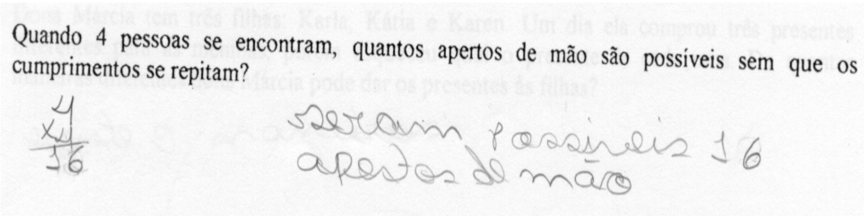
Tal análise fica melhor explicitada através de alguns exemplos transcritos e do gráfico referente ao desempenho na citada questão.

Aluno do 3º período do Curso de Licenciatura em Matemática

3. Quando 4 pessoas se encontram, quantos apertos de mão são possíveis sem que os cumprimentos se repitam?

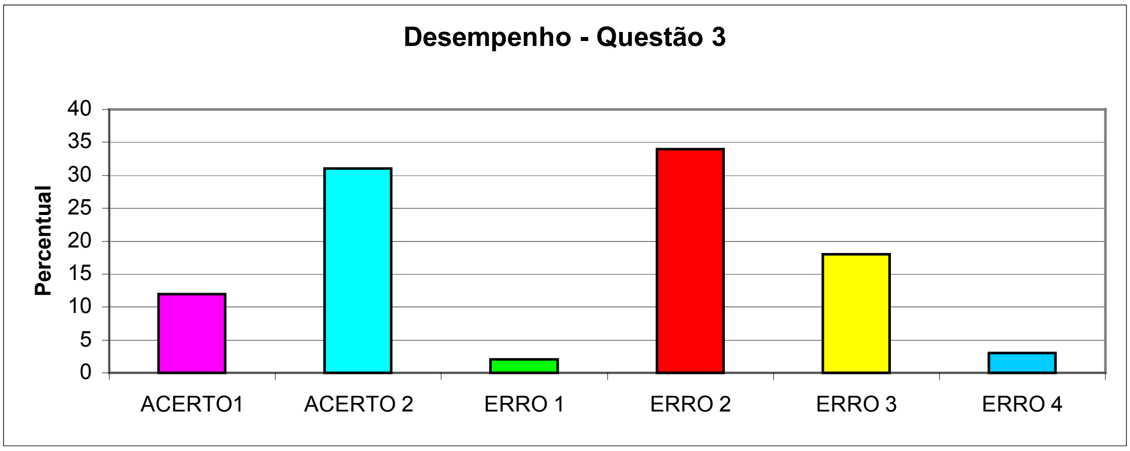
Se são 4 pessoas, cada uma aperta a mão de 3 pessoas.
Então 3 x 4 = 12
São possíveis 12 apertos de mão, sem que se repitam.

Escola 2 - Aluno I - 5ª Série


Quando 4 pessoas se encontram, quantos apertos de mão são possíveis sem que os cumprimentos se repitam?

$4 \times 4 = 16$

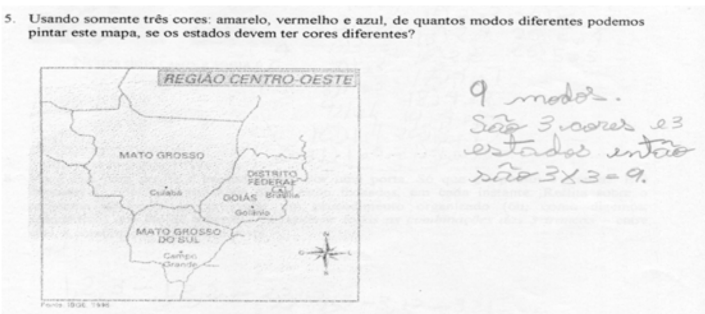
seriam possíveis 16 apertos de mão



Os resultados da questão 5, registram 86% de erros, sendo 41% do tipo E2. Vale ressaltar, mais uma vez, que este problema não tem a lógica das estruturas multiplicativas, reforçando, novamente, a desconfiança de que essa confusão conceitual pode ser responsável pelos baixos índices de desempenho apresentado pelos alunos.

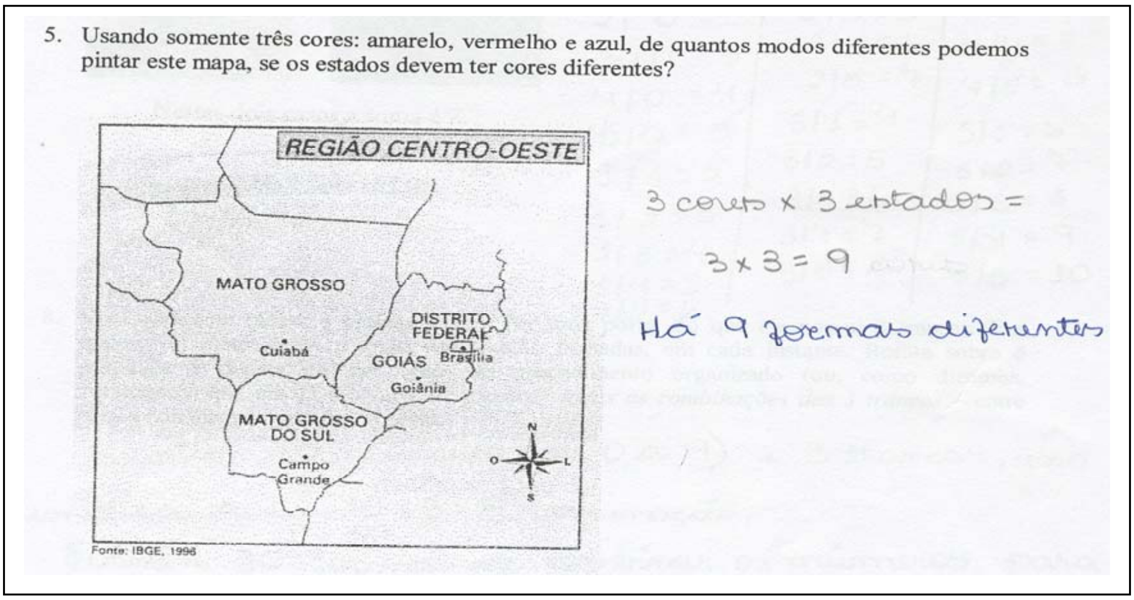
Eis alguns exemplos dos erros cometidos pelos alunos diante da referida pergunta:

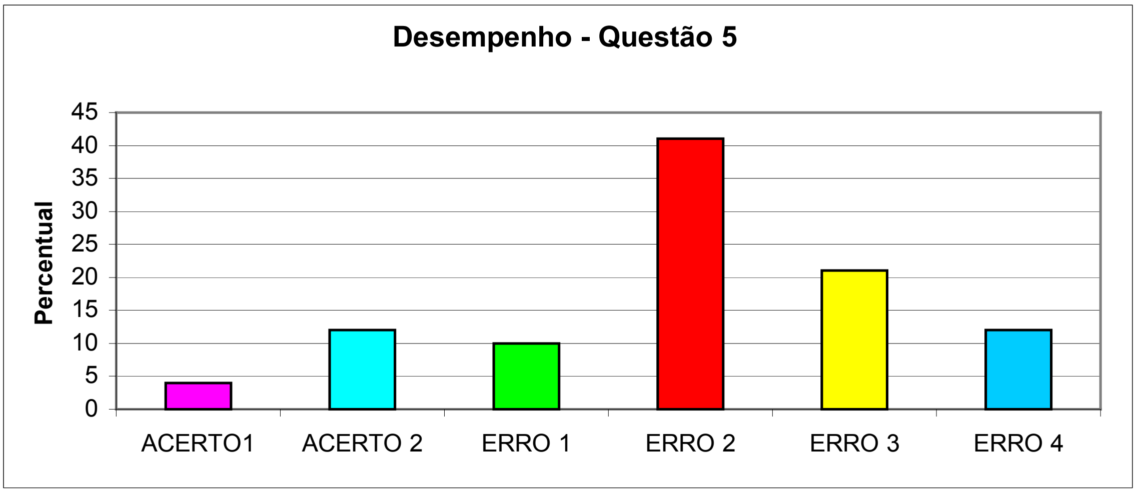
Escola 1 Aluno F - 5ª série


5. Usando somente três cores: amarelo, vermelho e azul, de quantos modos diferentes podemos pintar este mapa, se os estados devem ter cores diferentes?

9 modos.
São 3 cores e 3 estados então são $3 \times 3 = 9$.

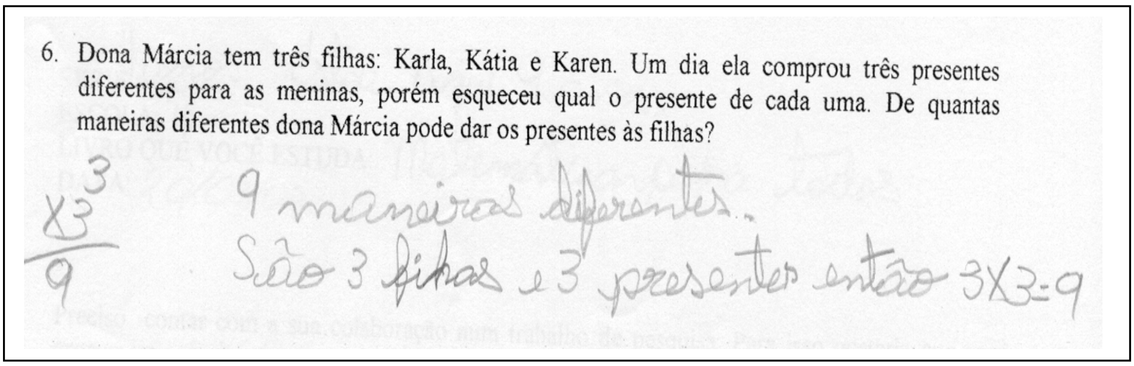
Escola 6 – Aluno A - 3º “B” Normal Médio


5. Usando somente três cores: amarelo, vermelho e azul, de quantos modos diferentes podemos pintar este mapa, se os estados devem ter cores diferentes?



A questão 6 teve como resultado 85% de erros, sendo 49% do tipo E2, como mostram os exemplos abaixo.

Escola 1 - Aluno F - 5ª Série


6. Dona Márcia tem três filhas: Karla, Kátia e Karen. Um dia ela comprou três presentes diferentes para as meninas, porém esqueceu qual o presente de cada uma. De quantas maneiras diferentes dona Márcia pode dar os presentes às filhas?

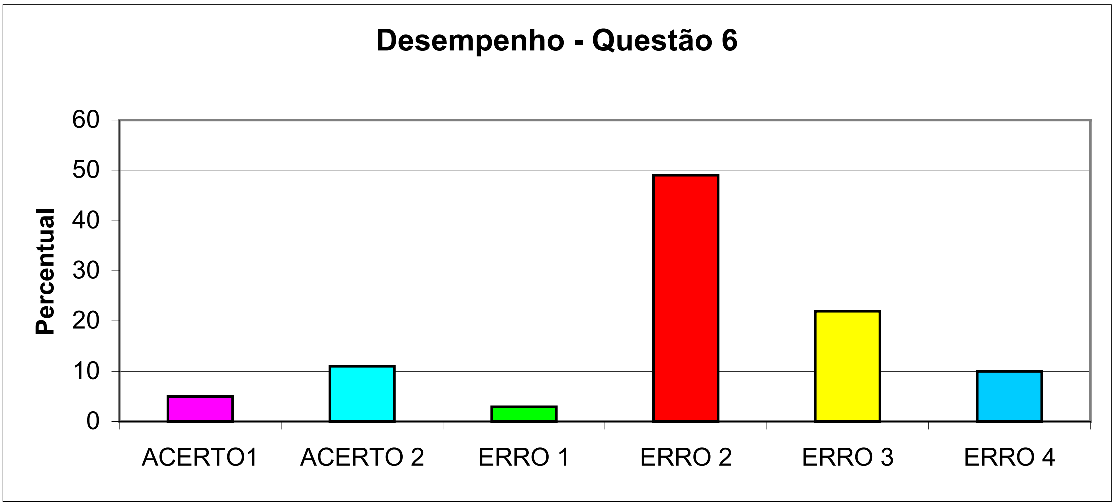
Aluno 12 do 3º Período do Curso de Licenciatura em Matemática

6. Dona Márcia tem três filhas: Karla, Kátia e Karen. Um dia ela comprou três presentes diferentes para as meninas, porém esqueceu qual o presente de cada uma. De quantas maneiras diferentes dona Márcia pode dar os presentes às filhas?

R. Cada presente pode ser dado a 3 pessoas diferentes, como são 3 o Nº de presentes, tem que:

$3 \times 3 = \boxed{9}$ Total de maneiras diferentes

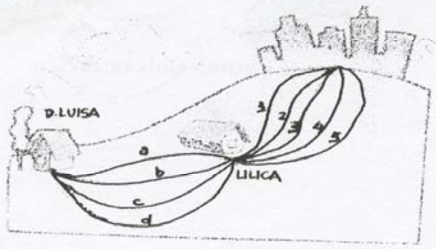
Nº de presentes Nº de pessoas



Os exemplos transcritos a seguir parecem indicar a ajuda que os instrumentos de representação exercem no pensamento do aprendiz:

Escola 2 – 5ª - Serie – Aluno O

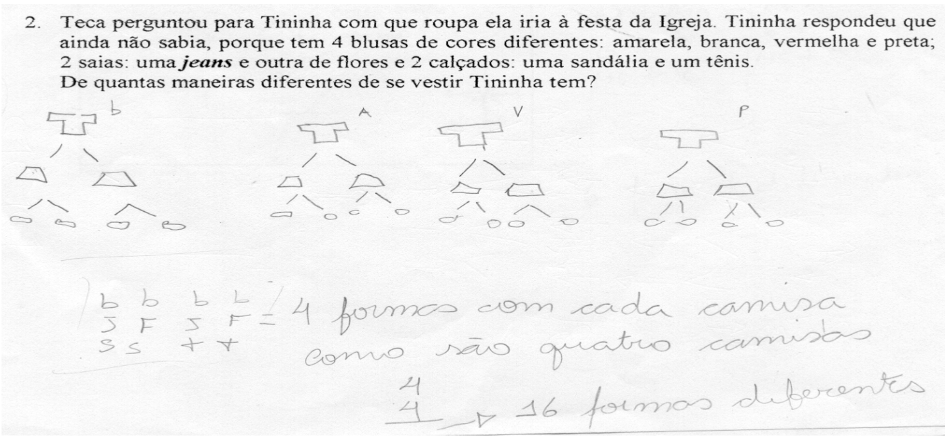
1. Para ir à cidade, Dona Luísa sempre passa na casa de Lilica. Ela pode ir por vários caminhos para a cidade. Um deles é pegar a estrada **a** e depois a **1** (caminho **a1**); o outro é percorrer **b** e depois **1** (caminho **b1**), etc.
Quantos são os caminhos da casa da Dona Luísa à cidade?



	1	2	3	4	5
a	a1	a2	a3	a4	a5
b	b1	b2	b3	b4	b5
c	c1	c2	c3	c4	c5
d	d1	d2	d3	d4	d5

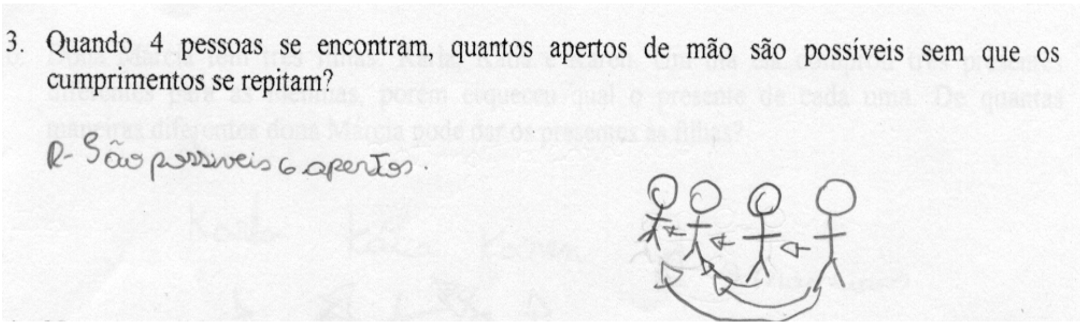
São 20 caminhos

Escola 1 – Aluno B - 8ª série



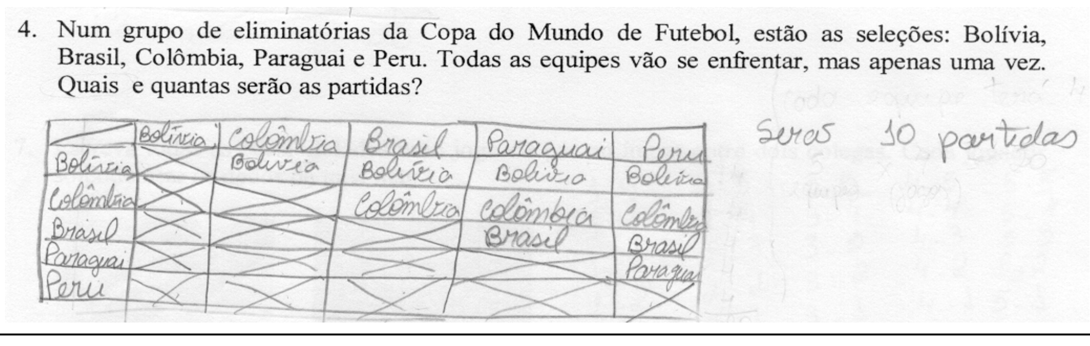
2. Teca perguntou para Tininha com que roupa ela iria à festa da Igreja. Tininha respondeu que ainda não sabia, porque tem 4 blusas de cores diferentes: amarela, branca, vermelha e preta; 2 saias: uma *jeans* e outra de flores e 2 calçados: uma sandália e um tênis. De quantas maneiras diferentes de se vestir Tininha tem?

Escola 1 - Aluno R – 5ª Série



3. Quando 4 pessoas se encontram, quantos apertos de mão são possíveis sem que os cumprimentos se repitam?

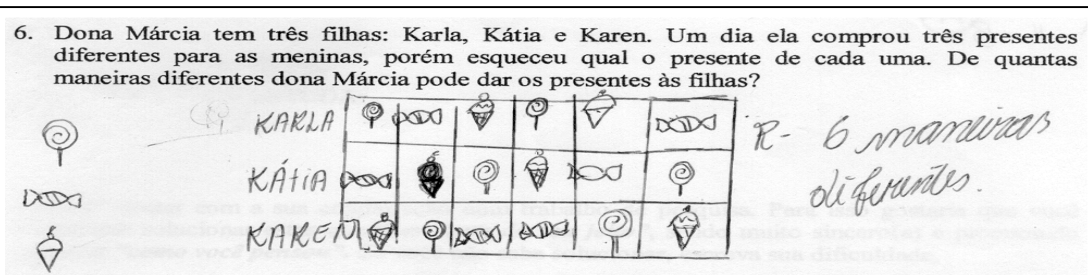
Escola 6 –Aluno E - 3ª Ano Ensino Médio



4. Num grupo de eliminatórias da Copa do Mundo de Futebol, estão as seleções: Bolívia, Brasil, Colômbia, Paraguai e Peru. Todas as equipes vão se enfrentar, mas apenas uma vez. Quais e quantas serão as partidas?

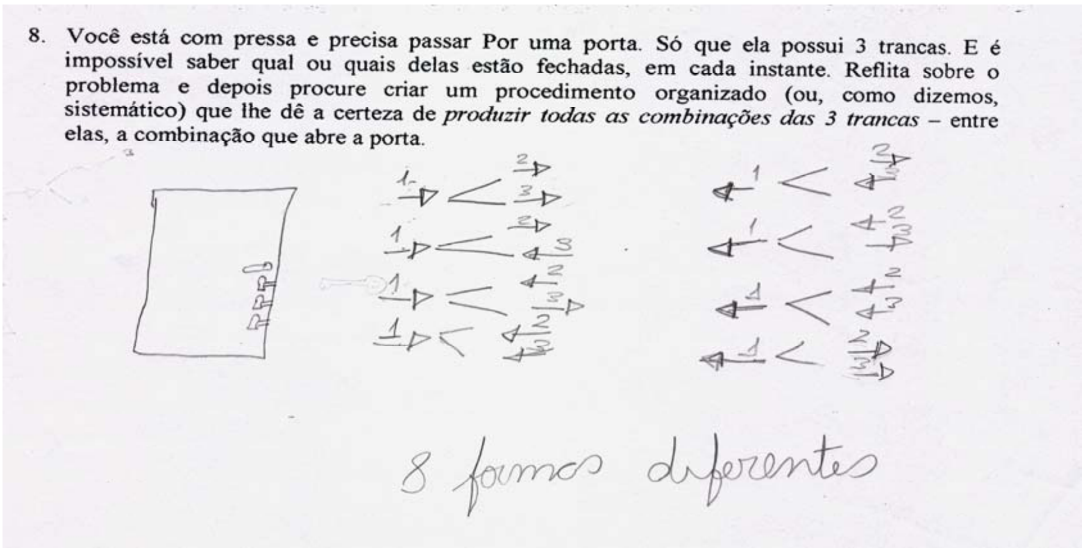
	Bolívia	Colômbia	Brasil	Paraguai	Peru
Bolívia		Bolívia	Bolívia	Bolívia	Bolívia
Colômbia			Colômbia	Colômbia	Colômbia
Brasil				Brasil	Brasil
Paraguai					Paraguai
Peru					

Escola 6 – Aluno A - 3º ano Ensino Médio



6. Dona Márcia tem três filhas: Karla, Kátia e Karen. Um dia ela comprou três presentes diferentes para as meninas, porém esqueceu qual o presente de cada uma. De quantas maneiras diferentes dona Márcia pode dar os presentes às filhas?

Escola 1 – 8ª Serie - Aluno B



No âmbito da educação matemática, é essencial que o educador oportunize o exercício da criatividade, a adoção de estratégias diversificadas na resolução de problemas, incentivando o uso de esquemas gráficos de organização (aqui entendidos como desenho, diagrama, tabelas, árvore etc), próprios de cada situação e de acordo com o entendimento de cada indivíduo. Tal instrumento, por não ser um “algoritmo rígido”, oportuniza o surgimento de caminhos diversos na solução dos problemas, o desenvolvimento do pensamento e do raciocínio independente, autônomo. Assim, os esquemas gráficos de organização, passam a ser um instrumento de ajuda na percepção das relações matemáticas, oportunizando a explicitação da lógica dessas relações. Além disso, vão ajudar o aluno a representar o seu pensamento, pois, no momento em que o aprendiz consegue representar melhor a sua lógica, pode examinar essa sua lógica, e até discuti-la com o outro. Portanto, é função da escola ensejar o conhecimento desses esquemas que têm o poder de ampliar o raciocínio.

Público alvo: Professores do Ensino Fundamental

Objetivos: Refletir sobre a responsabilidade do educador em estimular a capacidade crítica, reflexiva, representativa e criativa do aluno, preparando-o para o efetivo exercício da cidadania.

Incentivar o educador a adotar uma postura de aprendiz e investigador do conhecimento matemático.

Incentivar a resolução de problemas envolvendo cálculo de possibilidades, apoiado em esquemas gráficos de organização.

Metodologia: Propõe-se aos participantes a solução individual de situações-problema (elemento motivador), instigando-os a refletir e explicitar suas estratégias de resolução. Em seguida, em pequenos grupos, compartilham-se as dificuldades surgidas, obstáculos encontrados, caminhos e estratégias usados na resolução dos problemas, valorizando a diversidade de soluções encontradas. No grande grupo, socialização dos trabalhos. Num segundo momento, exposição dialogada sobre o trabalho de pesquisa anteriormente realizado, sintetizando e ressaltando pontos convergentes/divergentes da pesquisa e do momento anterior vivenciado pelos participantes.

Equipamento/ Material utilizado: Textos de apoio, papel madeira, hidrocor. Computador com o programa Power Point ou retroprojetor e transparências.

PALAVRAS-CHAVE: Combinatória, problemas de contagem, esquemas gráficos de organização.

Bibliografia:

BIGODE, Antônio José Lopes. Matemática hoje é feita assim. São Paulo: FTD, 2000.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria do Ensino Fundamental. Matemática. In: **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília, 1997. v. 3.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria do Ensino Fundamental. Terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental – Matemática. In: **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília, 1998.

DANTE, Luiz Roberto **Vivência & Construção**. 4. ed. São Paulo: Ática, 2000.

FERRAZ, M.C**. O Tratamento da Análise Combinatória no Ensino Fundamental e seus Obstáculos Didáticos. 2002. Universidade Federal de Pernambuco**

GUELLI, Oscar**. Uma aventura do pensamento**. 8. ed. São Paulo: Ática, 2000.

GUELLI, Oscar. **Espaço e Ação,** 1ª a 4ª série.São Paulo:Atica,1998

IMENES, Luiz Márcio; JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo. **Novo Tempo**. 1ª a 4ª série. Editora: São Paulo, 1999.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo. **Matemática para todos**, 5ª a 8ª série. 2. ed. São Paulo: Scipione, 2002.

LIMA, Elon Lages (Ed.). **Exame de textos:** Análise de livros de matemática para o ensino médio. Rio de Janeiro: VITAE/IMPA/SBM, 2001.

PITOMBEIRA, João Bosco (coord.). **Telecurso 2000 – 1º grau – Matemática**. São Paulo: Globo, 1994.

SPINELLI, Walter;SOUZA, Maria Helena. **Matemática,** 5ª a 8ª série. São Paulo: Ática, 1999.