Realização SBEM 15 anos SBEM-PE
VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: UM COMPROMISSO SOCIAL
RECIFE, 15 A 18 DE JULHO DE 2004
UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

A IMPORTÂNCIA DO JOGO NO RESGATE DO ENSINO DE GEOMETRIA

Luciana Aparecida Ferrarezi[1] – UNESP/Rio Claro

lucianaferrarezi@ig.com.br

1. Introdução

É visível o descaso do ensino da geometria entre os professores de matemática da rede pública, como também uma inquietação em relação a ele. Há, entre os professores, sempre um grupo determinado a ensiná-la, seja por definição em planejamento escolar ou por seguirem o livro didático, o que é realizada no final do ano letivo em sua respectiva sala de aula. A justificativa dada para o não cumprimento do programa de geometria é sempre a falta de tempo.

> "A maioria dos alunos do 1º grau deixa de aprender geometria, pois os professores das séries iniciais limitam-se, em geral, a trabalhar somente a aritmética e as noções de conjunto. O estudo de geometria passa a ser feito – quando não é eliminado – apenas no 2º grau, com o agravante de que os alunos apresentam uma dificuldade ainda maior em lidar com as figuras geométricas e sua representação porque o Desenho Geométrico é substituído, nos dois graus do ensino, pela Educação Artística." (Pavanello, 1993)

A autora também aborda a dualidade tradicional entre escola particular (onde se ensina geometria) x escola pública (onde não se ensina geometria).

Segundo PEREZ (1991), em sua pesquisa com escolas de periferia, mostra que o Ensino de Geometria é quase totalmente nulo nessas escolas, mesmo tendo alunos residentes nas imediações possuindo um rico conhecimento extra-escolar.

A ausência do ensino de geometria e a ênfase no ensino de álgebra, mesmo que o professor acredite que isto trará muito mais proveito para a vida do aluno, pode privá-lo da possibilidade de desenvolvimento de processos de pensamento necessários à resolução de problemas matemáticos.

PAVANELLO (1989) ressalta que os motivos que teriam levado os matemáticos à não enfatizar o ensino da geometria – basicamente a euclidiana – nos diferentes graus de ensino concentram-se em torno de questões relacionadas ao rigor e a visualização.

---

[1] Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP - Universidade Estadual Paulista, campus de Rio Claro. Projeto Financiado pela CAPES.

Apesar dos professores se interessarem em melhorar seus conhecimentos em geometria, em participar de cursos de capacitação, a prática acaba sendo outra.

Neste aspecto, a alternativa de utilizar jogos educacionais como atividade pedagógica, estimula e é capaz de construir situações de aprendizagem, com características que propiciem atividades nas quais alunos e professores apliquem processos que sejam fundamentais para desenvolverem o seu conhecimento em geometria.

2. O Jogo

Embora seja apontado o século XVI como contexto em que surge o jogo educativo, os primeiros estudos em torno do mesmo situam-se na Roma e Grécia antigas.

KISHIMOTO (2002) quando se refere a Platão comenta a importância do "aprender brincando", em oposição à utilização da violência e da repressão. Da mesma forma, Aristóteles sugere, para a educação de crianças pequenas, o uso de jogos que imitem atividades sérias, de ocupações adultas, como forma de preparo para a vida futura. Mas, nessa época, ainda não se discute o emprego do jogo como recurso para o ensino da leitura e do cálculo.

A prática dos ideais humanistas do Renascimento no século XVII provoca a expansão contínua de jogos didáticos ou educativos, é multiplicado os jogos de leitura como também diversos jogos destinados às áreas de História, Geografia, Religião, Matemática, entre outras.

O movimento científico do século XVIII diversifica os jogos que passam a ser inovados, são criados jogos voltados ao ensino de ciências para a realeza e a aristocracia.

> "Popularizam-se os jogos. Antes restritos à educação de príncipes e nobres, tornam-se posteriormente veículos de divulgação e crítica. Jogos de trilha contam glória dos reis, suas vidas e ações. Jogos de tabuleiro divulgam eventos históricos e servem como instrumento de doutrinação popular". (Kishimoto, 2002)

Com o término da Revolução Francesa, início do século XIX, temos o aparecimento de materiais pedagógicos para aquisição do conhecimento. Mas, desde tempos atrás, já podíamos observar a ligação entre jogo e aprendizagem. Embora, a idéia de jogo estivesse associada à recreação, que contrapõem ao trabalho escolar.

Para a autora as divergências em torno do jogo educativo estão relacionadas à presença concomitante de duas funções: Função Lúdica onde o jogo propicia diversão, o prazer e até o desprazer quando escolhido voluntariamente e Função Educativa onde o jogo ensina qualquer coisa que complete o indivíduo em seu saber, seus conhecimentos e sua apreensão do mundo. O equilíbrio entre as duas funções é o objetivo do jogo educativo e o desequilíbrio torna-o apenas jogo, não há ensino.

Qualquer jogo empregado pela escola pode ter caráter educativo se permitir livre exploração em aulas com a participação do professor ou a aplicação em atividades orientadas para conteúdos específicos.

Os jogos podem ser estruturados de três formas: exercício, símbolo ou regra[2].

- **Jogos de Exercício**: a forma de assimilação é funcional ou repetitiva, a repetição caracteriza a formação de hábitos.
- **Jogos de Simbólicos**: a ação acontece pela repetição por analogia. Os significados são atribuídos aos conteúdos das ações correspondentes aos da vida social ou física. Essas construções realizadas serão fontes das futuras operações mentais.
- **Jogos de Regra:** são marcados pelo seu caráter coletivo, nessa estrutura só se pode jogar em função da jogada do outro. A idéia de assimilação é recíproca pelo sentido da coletividade e de regularidade e ainda pelas convenções que definem o que ambos os jogadores podem ou não fazer durante o jogo. Os jogos de regras valem por seu caráter competitivo e pelas construções de estratégias, o que motiva o aprendizado.

3. A utilização de jogos no ensino da geometria

> "... ao jogar incorpora-se regras socialmente estabelecidas criando possibilidades de significados e desenvolvimento de conceitos, justificando a sua adoção como elemento importante nas práticas pedagógicas; além do seu papel de ludicidade." (Moura, 1992, 1994)

O jogo pelo seu aspecto lúdico estimula o desenvolvimento do raciocínio reflexivo dos alunos envolvendo-os numa aprendizagem mais significativa.

Da mesma maneira GRANDO (2000) evidencia a necessidade da criação de situações competitivas de ensino, que possam ser desencadeadas ludicamente,

[2] Publicado no livro "Quatro Cores, Senha e Dominó" de Macedo, Petty e Passos. São Paulo, 1997.

auxiliando a aprendizagem Matemática e buscando alternativas para os problemas de ensino através do uso de jogos.

A autora lembra os interesses pelo material do jogo, pelas regras, pelos desafios que estimulam e prendem os alunos na atividade garantindo a aprendizagem, bem como as vantagens e desvantagens da inserção dos jogos no contexto de ensino-aprendizagem. São elas:

- Vantagens:
  - introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão;
  - desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas;
  - aprendizagem e avaliação na tomada decisões;
  - significação de conceitos;
  - interdisciplinaridade;
  - participação ativa do aluno na construção do seu conhecimento;
  - socialização e trabalho em equipe;
  - motivação, criatividade, senso crítico, participação, competição, observação, prazer em aprender;
  - reforço e recuperação de habilidades;
  - identificação, diagnostico de erros de aprendizagem, de atitudes e das dificuldades dos alunos.

- Desvantagens:
  - jogo pelo jogo, quando os jogos são mal utilizados, os alunos não sabem por que jogam;
  - muito tempo gasto com atividades de jogos sacrificando outros conteúdos pela falta de tempo;
  - falsas concepções de que se devem ensinar todos os conteúdos através dos jogos;
  - perda da "ludicidade" do jogos pela interferência constante do professor;
  - exigência que o aluno jogue, destruindo a voluntariedade pertencente à natureza do jogo;
  - dificuldade de acesso ao material sobre uso de jogos que possam vir a subsidiar o trabalho docente.

Essas considerações são importantes ao processo de ensino-aprendizagem através do uso de jogos. O objetivo da utilização de jogos em sala de aula deve estar bem claro para o professor e amplamente discutido com seus alunos.

3.1 Pontos Notáveis de um Triângulo

Este trabalho é parte integrante de uma pesquisa[3] de campo realizada, em forma de oficina, com um grupo de professores do Ensino Fundamental abordando o referido

[3] Sob orientação da Profª Drª Laurizete Ferragut Passos e Co-orientação Prof. Dr. Ruy Madsen Barbosa.

tema. As atividades foram desenvolvidas de maneira prática utilizando jogos de estratégia a partir de um tabuleiro.

O tema relativo a "segmentos e pontos notáveis"[4] de um triângulo é em geral pouco cuidado em obras didáticas atuais e por muitas vezes nem mencionado em sala de aula pelos professores do Ensino Fundamental.

Especificamente sobre este tema, existem pelo menos três tipos de segmentos de um triângulo que merecem atenção especial, os quais recebem as denominações altura, mediana e bissetriz:

Altura de um triângulo é o segmento perpendicular à reta suporte de um lado, com extremidades nesta reta e no vértice oposto a este lado.

Mediana de um triângulo é um segmento com extremidades num vértice e no ponto médio do lado oposto.

Bissetriz de um triângulo é um segmento com extremidades num vértice e no lado oposto e que divide o ângulo desse vértice em dois ângulos congruentes.

Em geral, as alturas, medianas e as bissetrizes de um triângulo não coincidem. Porém, em alguns triângulos especiais, pode haver coincidência entre esses elementos.

Existem outros pontos importantes de um triângulo, por exemplo, aquele obtido com o cruzamento das três mediatrizes (retas perpendiculares a um segmento nos seus pontos médios) de seus lados. Este ponto é denominado **circuncentro,** centro da circunferência circunscrita ao triângulo (circunferência determinada pelos três vértices).

Além do circuncentro, que é um caso particular, as alturas, quando de triângulos especiais, são concorrentes em um único ponto, denominado **ortocentro**. Da mesma forma, as medianas são concorrentes num único ponto chamado **baricentro**, ou centro de gravidade, centro de massa ou ainda centróide; e as bissetrizes (internas) também possuem essa mesma propriedade de concorrência em ponto único, o **incentro**.

3.2 A Criação do Tabuleiro

Este jogo utiliza um tabuleiro[5] (Figura 1) para dois jogadores, e tem como objetivo alinhar 3 células com suas marcas em linha reta. Cada jogador escolhe suas marcas ou fichas e jogam alternadamente numa célula qualquer.

A configuração do jogo com este tabuleiro é uma adaptação do Tri-Hex criado por Thomas H. O´Beirne, autor de "*Puzzles and Paradoxes*", adaptado por BORIN

[4] É usual utilizar-se retas ou semi-retas em substituição a segmentos.
[5] Disponível o software para ser utilizado através do computador.

(1996) que ressalta a importância dos alunos se envolverem com a tarefa de descobrir a estratégia vencedora, bem como de serem organizadas e discutidas com a ajuda do professor.

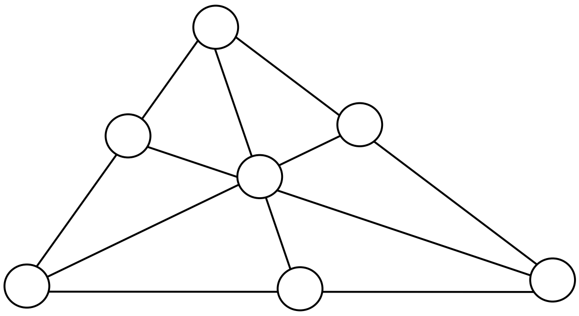


Figura 1: Configuração Simples

Tri-Hex é um jogo ticktactoe, segundo GARDNER (1985), composto por nove linhas, com três células por linha. Seu funcionamento é semelhante ao Jogo da Velha tradicional onde os dois jogadores escolhem suas marcas e jogam alternadamente. Vence quem alinhar três células de acordo com as linhas do tabuleiro.

Elementos do Triângulo

A construção do tabuleiro é realizada a partir do estudo dos elementos do triângulo, utilizando ou não o computador. Neste caso, as construções foram feitas a partir da utilização do Cabri Géomètre II.

a) ALTURA: Criar um triângulo qualquer e nomear os vértices de A, B e C (Figura 2).
Criar a reta **r** que contém os pontos **A** e **B**.
Criar a reta **s** que contém os pontos **A** e **C**.
Criar a reta **t** que contém os pontos **B** e **C**.
Traçar a reta **p** perpendicular à reta **t** de tal forma que o ponto **A** pertença a essa reta.
Traçar a reta **q** perpendicular à reta **r** de tal forma que o ponto **C** pertença a essa reta.
Traçar a reta **v** perpendicular à reta **s** de tal forma que o ponto **B** pertença a essa reta.
Determinar os pontos **M**,**N**, **O** interseções das retas **p** e **t**; **q** e **r**; e **s** e **v**, respectivamente.
Criar os segmentos AM, CN, BO. Estes segmentos são as alturas do triângulo.

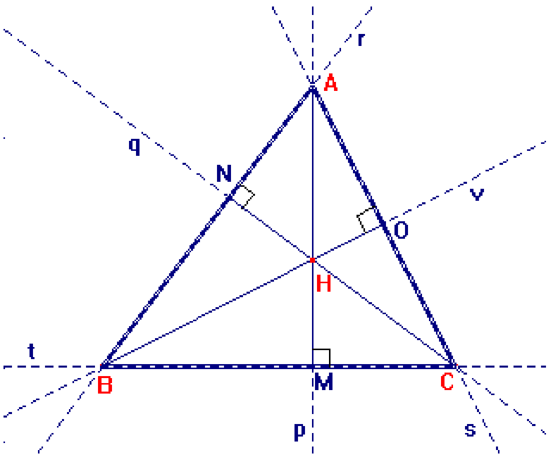


Figura 2: Alturas do ΔABC e Ortocentro (H).

b)

BISSETRIZ: Criar um triângulo qualquer e nomear os seus vértices de **A**, **B** e **C** (Figura 3). Usando o comando Bissetriz, que está no menu construção, dar o comando indicando os ângulos $A\hat{B}C$, $A\hat{C}B$ e $B\hat{A}C$.

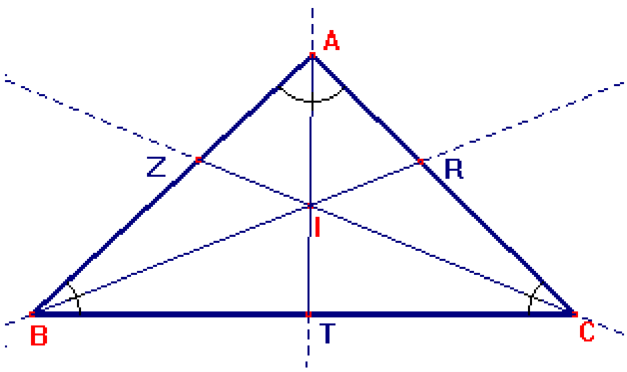


Figura 3: Bissetrizes do ΔABC e Incentro (I).

c) **MEDIANA**: Criar um triângulo qualquer e nomear os seus vértices de **A**, **B** e **C** (Figura 4). Construir os pontos médios dos lados desse triângulo. Em seguida, criar segmentos ligando cada vértice ao ponto médio do lado oposto. Esses segmentos denominam-se medianas.

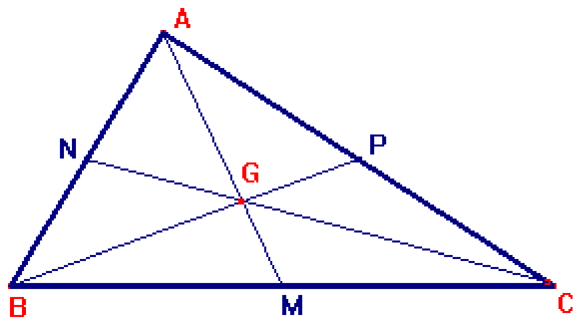
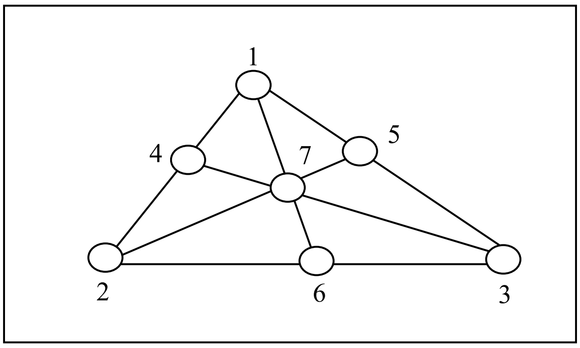


Figura 4: Mediana do ΔABC e Baricentro (G).

Estratégias

Para facilitar a análise da estratégia, estabelecemos algumas convenções:



Nomeação das células

de canto: 1, 2 e 3
intermediárias: 4, 5 e 6
central: 7.

Saídas
de canto: (3) idênticas
intermediárias: (3) idênticas
central: (1).
Total de saídas = 3.

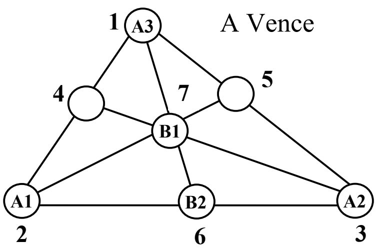
Indicação

1º Jogador: A
2º Jogador: B.
Indicaremos com Ai a i-ésima jogada de A e com Bj a j-ésima jogada de B.

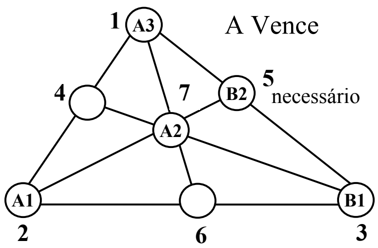
- ***Estratégia para o Jogador A – quando A inicia num canto (seja célula 2)***

Jogada inicial de A é no ponto de canto, ou seja, célula 2 e B variando (opção 1) na célula 7, (opção 2) célula 3 e (opção 3) célula 6. A partir daí a segunda jogada de A é para as posições 3, 7 e 5, conforme itens 1, 2 e 3. Aplicando estratégia, A obtém duas possibilidades de vencer nos três itens, observe.

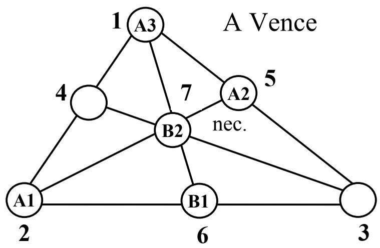
1. Se B jogar no centro (célula 7)



2. Se B jogar em outro canto (seja célula 3)



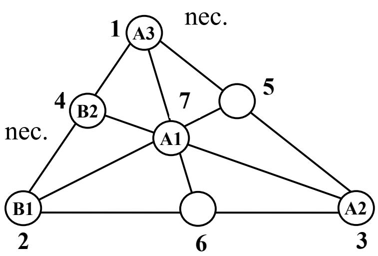
3. Se B jogar num intermediário (seja célula 6)



- ***Estratégia para o jogador A - A inicia no centro (célula 7)***

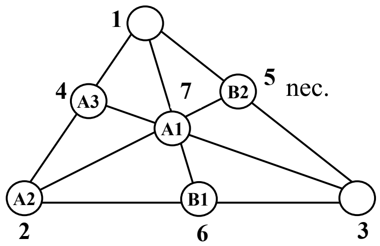
Nessa outra situação o jogador A dá saída na célula 7, centro, e o jogador B variando para célula 2, (opção 1) e célula 6 (opção 2). Aplicando estratégia, A obtém duas possibilidades de vencer (opção 1) A vence, nas células 5 ou 6 e (opção 2), células 1 ou 3.

1. Se B jogar num canto
(seja célula 2)



A Vence

2. Se B jogar num intermediário
(seja célula 6)



A Vence

Neste jogo a idéia principal é motivar o aluno e introduzir o conceito de Cevianas[6], conceito unificador, e dos Pontos Notáveis correspondentes.

3.3 Equivalência de Configurações

Seja a configuração Simples (CS), conforme Figura 5, com 6 retas e 7 células, apresentaremos as equivalências dessa configuração a partir da primeira transformação.

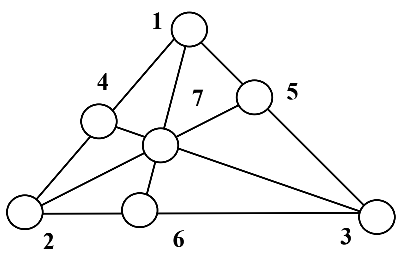


Figura 5: CS para Equivalência

[6] Uma reta é ceviana de um triângulo se e somente se um vértice do triângulo pertence à reta.

a) Primeira Transformação

Desloquemos as cevianas 3-4 e 2-5 de tal maneira que a célula 4 pertença ao prolongamento do segmento 1-2 e 5 pertença ao prolongamento de 1-3. Obtemos a configuração dada abaixo que indicaremos como C n.1.

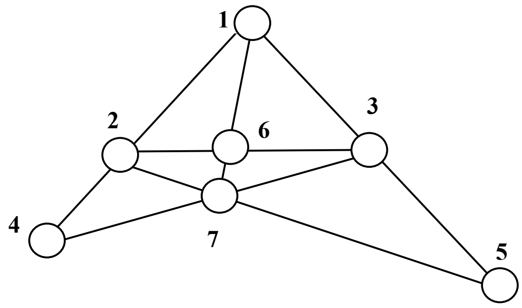
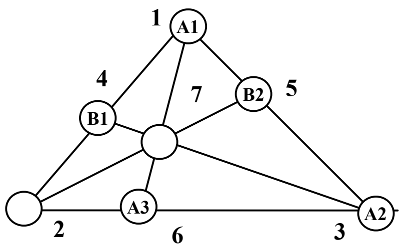


Figura 6: Configuração n.1

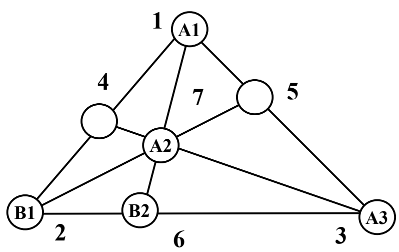
Pelo fato de que as incidências não foram alteradas, as estratégias descobertas para CS são válidas para essa configuração n.1, como mostraremos a seguir.

Caso I: Na CS temos as estratégias para o primeiro jogador A com início em uma das células do canto, neste caso célula 1.

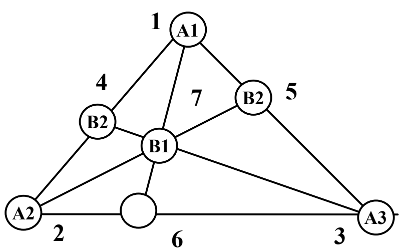
1) B responde na célula 4 intermediária vizinha



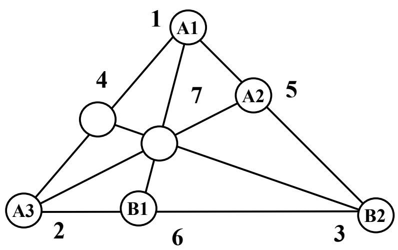
2) B responde na célula 2 de canto



3) B responde na célula 7 central

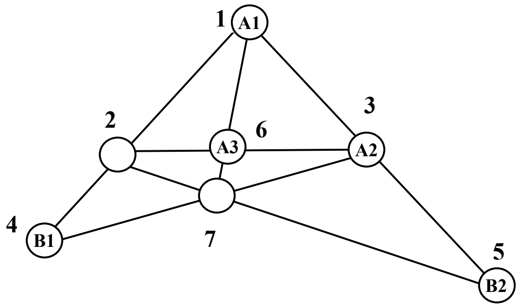


4) B responde na célula 6 intermediária

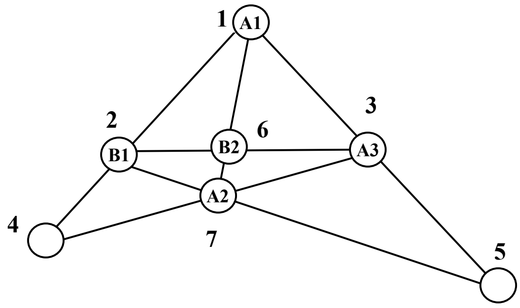


A essas correspondem as estratégias para C n.1 com A iniciando no canto 1

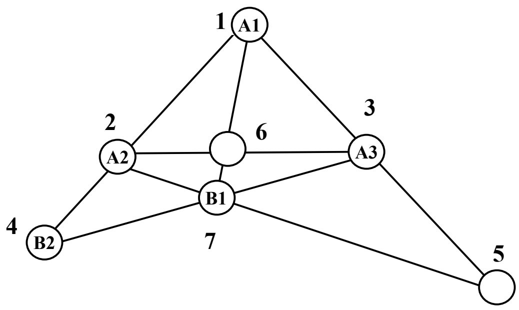
1) B respondendo na célula 4
num canto inferior



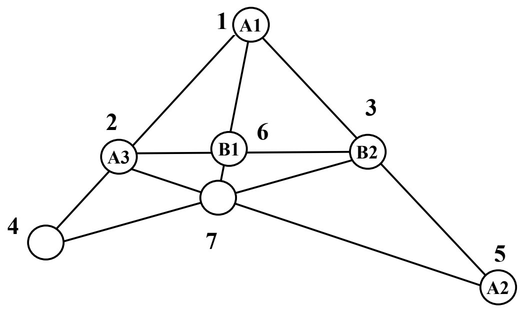
2) B respondendo na célula 4
lateral intermediária



3) B respondendo na célula 7 do
ângulo côncavo

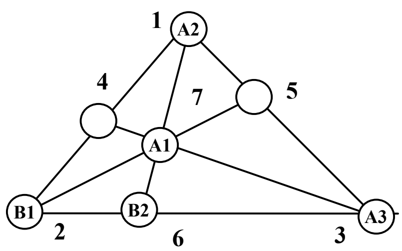


4) B respondendo na célula 6
central

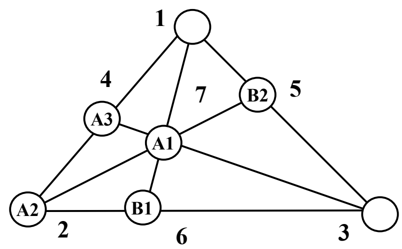


Caso II: Na CS temos estratégias para o jogador iniciando na célula central 7

1) B respondendo na célula 2
de canto

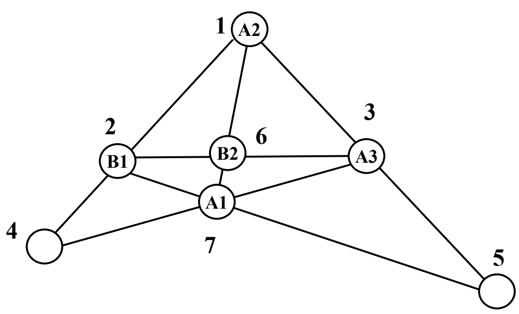


2) B respondendo na célula 6
intermediária

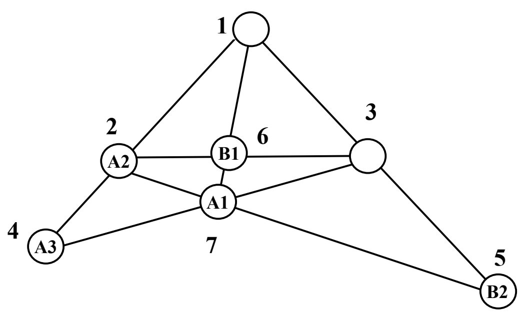


A essas estratégias na CS correspondem as estratégias na C n.1 com A iniciando na célula 6 do ângulo côncavo

1) B respondendo na célula 2
intermediária lateral

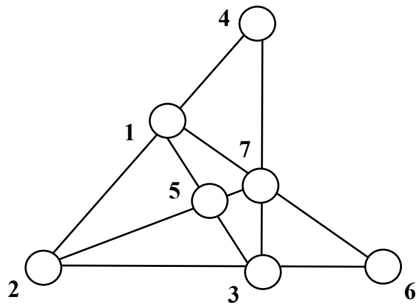


2) B respondendo na célula 6
central



b) Segunda Transformação

Analogamente podemos efetuar a transformação de CS em C n.2



Podemos fazer as correspondências das estratégias da CS para C n.2, entretanto dada a C n.2, sem as indicações numéricas das células, basta girá-la para a direita e as estratégias seriam as mesmas obtidas para C n.1.

Da mesma forma, poderíamos obter uma configuração C n.3, mas para que permaneça as estratégias, basta girá-la convenientemente.

4. Palavras Chaves

Jogos, Geometria, Ensino, Cevianas e Ponto Notáveis.

5. Referências Bibliográficas

BORIN, J. Jogos e Resolução de Problemas: uma Estratégia para as Aulas de Matemática. 2ª ed. São Paulo: CAEM/USP, 1996.

GARDNER, M. Mathematical Magic Show. Penguin Books: London, 1985.

GRANDO, R.C. *O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula*. Campinas, SP, 2000. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP.

KAMII, C. (Trad.) Aritmética: Novas perspectivas – Implicações da teoria de Piaget. Campinas: Papirus, 1994.

KISHIMOTO, T. M. O jogo e a educação infantil. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.

KISHIMOTO, T. M. (Org.) O Brincar e suas Teorias. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2002.

MOURA, M. O. A Construção do Signo Numérico em Situação de Ensino. São Paulo, 1992. Tese de Doutorado. Faculdade de Educação. USP.

MOURA, M. O. Jogo: do Lúdico na Matemática. A Educação Matemática em Revista. Ano II, Nº 3, p. 17-24, 2º Semestre de 1994.

O´BEIRNE, T. H. Puzzles and Paradoxes – Fascinating Excursions in Recreational Mathematics. New York: Oxford University Press, 1965. First Edition Dower 1984.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria – uma visão histórica. Dissertação de Mestrado. UNICAMP-SP. Faculdade de Educação, 1989.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências. Revista Zetetiké. Ano I, Nº 1, p.7-17, 1993.

PEREZ, G. Pressupostos e Reflexões Teóricas e Metodológicas da Pesquisa Participante no Ensino de Geometria para as Camadas Populares. Tese de Doutorado. UNICAMP-SP. Faculdade de Educação, 1991.