



## **UM ESTUDO SOBRE A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE TRIÂNGULO E PARALELOGRAMO EM ALUNOS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA ANÁLISE SOBRE OS ATRIBUTOS DEFINIDORES E EXEMPLOS E NÃO-EXEMPLOS**

Nelson Antonio Pirola – UNESP – Bauru – [npirola@uol.com.br](mailto:npirola@uol.com.br)  
Ana Maria Brosco de Carvalho – UNESP – Bauru – [ambcarvalho@terra.com.br](mailto:ambcarvalho@terra.com.br)  
Hugo Leandro do Nascimento – UNESP – Bauru – [hlnasce@fc.unesp.br](mailto:hlnasce@fc.unesp.br)  
Janete Marmontel Mariani – UNESP – Bauru – [janet.mm@terra.com.br](mailto:janet.mm@terra.com.br)  
Wagner Monger – IESB – Bauru – [wmonger@uol.com.br](mailto:wmonger@uol.com.br)

### **Introdução**

A formação de conceitos tem sido objeto de estudo de pesquisadores ligados a diferentes áreas do conhecimento, entre elas a área da Psicologia, da Pedagogia, da Matemática e da Psicologia da Educação Matemática. Os estudos ligados à formação de conceitos matemáticos são importantes pois propiciam aos educadores identificar os níveis conceituais em que os alunos se encontram e assim propor atividades de acordo com esses níveis.

Herbert Klausmeier realizou, nas décadas de sessenta e setenta, várias pesquisas transversais e longitudinais sobre a formação e o ensino de conceitos (Klausmeier, 1977, Klausmeier e Feldman, 1975, Feldman e Klausmeier 1974). Uma grande parte dessas pesquisas foi conduzida tendo em vista a investigação sobre a formação do conceito de triângulo equilátero, estudando a aquisição e os níveis de formação desses conceitos através de dados obtidos em sala de aula, tendo como sujeitos alunos de diferentes idades e séries.

Para Klausmeier (1977, p.310), o ensino-aprendizagem de conceitos é:

um objetivo educacional muito importante em todos os níveis escolares. De acordo com isso, professores, especialistas em currículo e planejadores de materiais de ensino estão envolvidos na identificação de conceitos que os alunos podem aprender em níveis sucessivamente superiores; também trabalham regularmente, visando o aprimoramento de materiais e procedimentos para ensinar conceitos.

O estudo sobre a formação de conceitos pode proporcionar aos educadores: a compreensão sobre a aquisição de conceitos, o conhecimento sobre o processamento das informações na estrutura cognitiva bem como o conhecimento sobre a retenção e a transferência de conceitos e princípios em situações-problema. No trabalho de sala de aula, o professor pode desenvolver situações em que os estudantes sejam levados a adquirir competência para discriminar e generalizar os vários conceitos de uma disciplina. Segundo Gagné,

a capacidade que se cria no aprendiz quando adquire um conceito distingue-se de todas as outras formas de aprendizagem... por sua característica de poder ser generalizada. Quando forma o conceito de ângulo, por exemplo, o indivíduo torna-se apto a generalizá-lo a outras situações estimuladoras que não tomaram parte no próprio processo de aprendizagem. Assim, ele torna-se capaz de, imediatamente e sem hesitação, identificar um ângulo em uma grande variedade de situações (Gagné, 1973, p.122).

Para facilitar o desenvolvimento da capacidade de discriminação e generalização é importante conhecer os atributos definidores e os exemplos e não-exemplos dos conceitos. Os primeiros dizem respeito às características e propriedades de um conceito. Por exemplo: os atributos definidores de triângulo são: plana, simples, fechada, três segmentos de reta, três ângulos internos etc. Os segundos dizem respeito à discriminação entre objetos, processos e eventos a partir dos atributos definidores, propiciando a generalização.

Sabendo que os atributos definidores e os exemplo e não-exemplos são elementos de extrema importância na formação conceitual, podendo sem eles, não ocorrer a aquisição de conceitos ou ocorrer a formação de falsos conceitos, ou ainda, ocorrer a supergeneralização, é que as seguintes questões de pesquisa foram formuladas:

- 1- Quais os atributos definidores são utilizados por alunos do Ensino Fundamental quando é solicitada a definição de triângulo e paralelogramo?
- 2- Os sujeitos conseguem discriminar exemplos e não-exemplos de triângulo e paralelogramo?

## **A teoria de Klausmeier sobre a formação conceitual**

Klausmeier (1977, p.312) definiu conceito como a *informação ordenada sobre as propriedades de uma ou mais coisas-objetos, eventos ou processos - que torna qualquer coisa ou classe de coisas capaz de ser diferenciada de ou relacionada com outras coisas ou classes de coisas.*

Os conceitos são definidos de acordo com suas propriedades (atributos definidores) que os diferenciam e/ou relacionam a outro. Klausmeier (1977) diferencia dois tipos de conceitos: conceito como constructo mental e conceito como entidade pública. O primeiro, de caráter idiossincrático, capacita o indivíduo não somente a discriminar exemplos e não-exemplos, mas também propicia o seu uso como instrumentos importantes para o processo do pensamento, sendo construída a partir das informações pessoais que o indivíduo dispõe sobre os objetos, fatos e coisas. O segundo, o conceito como entidade pública, refere-se ao conceito aceito pela sociedade e/ou pelos membros de um grupo, podendo ser encontrado em dicionários e enciclopédias. É definido por palavras (símbolos que o nomeiam) que são aceitas por grupos de pessoas que se comunicam através de uma mesma língua.

Segundo Pirola e Brito (2001, 1995):

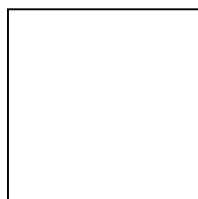
Se for tomado o conceito de triângulo, como exemplo, o que é pensado e verbalizado a partir da experiência do sujeito com essa figura é o conceito como constructo mental; já a definição que aparece no dicionário e nos livros didáticos e técnicos é o conceito como entidade pública.

Klausmeier (1977) chamou de princípio a relação entre dois ou mais conceitos e afirmou que grande parte do conhecimento que orienta o comportamento do indivíduo é formada por princípios ou afirmações de relações, dentre elas, as relações de causa e efeito, probabilidade e correlação.

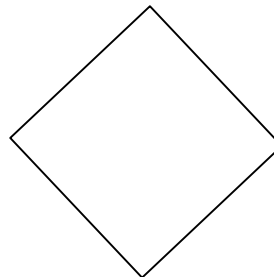
De acordo com este autor os conceitos podem ser formados em quatro níveis sucessivos (denominados níveis cognitivos): nível concreto, identidade, classificatório e formal.

*Nível Concreto:* Um conceito é formado no nível concreto quando o indivíduo, prestando atenção às características perceptíveis de um objeto, consegue reconhecê-lo em outras ocasiões. Quando mostramos uma figura geométrica a uma criança e, depois de um certo tempo apresentamos a mesma figura à criança e ela conseguir reconhecê-la, dizemos que essa criança formou o conceito no nível concreto.

*Nível de Identidade:* Um indivíduo desenvolve um conceito no nível de identidade depois que este já foi formado no nível concreto. Variando-se as posições de um determinado objeto, o indivíduo deverá perceber que este continua o mesmo. É muito comum encontrar alunos que, variando a posição do quadrado, não o identifica como quadrado e sim como losango. O trabalho de Pirola (1995) mostrou esse aspecto. Muitos alunos consideram a figura 1 como sendo um quadrado e a figura 2 como sendo um losango.



*Figura 1*



*Figura 2*

*Nível Classificatório:* O aluno forma um conceito no nível classificatório, quando, antes, apresentar as operações desenvolvidas no nível de identidade. Além disso, o indivíduo deve generalizar que dois ou mais exemplos são equivalentes e pertencem à mesma classe de coisas.

Uma criança forma o conceito de triângulo no nível classificatório quando, frente a vários tipos de triângulos, ela os reconhece como sendo figuras pertencentes a uma mesma classe. (Pirola e Brito, 2001, p. 97)

*Nível Formal:* Segundo Klausmeier, o nível formal é o mais elevado dos níveis. Neste nível o aluno é capaz de fazer definições utilizando os atributos definidores, exemplos e não-exemplos e as relações entre os conceitos. Para Klausmeier (1977, p.55) a formação de um conceito no nível formal é inferida

*quando o indivíduo sabe dar o nome dos conceitos, sabe definir o nome em termos dos seus atributos definidores, sabe discriminar e nomear seus atributos e sabe diferenciar entre exemplos e não exemplos em termos dos seus atributos.*

É importante salientar que os níveis referem-se a conceitos específicos. Um indivíduo pode estar no nível classificatório para o conceito de triângulo e estar no nível de identidade para o conceito de losango.

Além de realizar estudos sobre aspectos cognitivos envolvendo a formação de conceitos, Klausmeier (1977) preocupou-se também em relacionar alguns procedimentos que o professor poderia utilizar em suas aulas para proporcionar aos seus alunos uma aprendizagem de conceitos que valorizasse os atributos definidores, os exemplos e não-exemplos.

Abaixo relacionamos alguns desses procedimentos:

1- Identificar o nível em que o aluno pode formar o conceito: É importante que o professor conheça qual o nível conceitual em que o estudante pode formar os conceitos (concreto, identidade, classificatório e formal) para que, desta forma, possa organizar atividades em sala de aula de acordo com esses níveis.

2- Ensinar uma estratégia para formar o conceito: Este aspecto diz respeito a ensinar o estudante a perceber as características que distinguem exemplos de não-exemplos.

3. Programar uma seqüência adequada de conjuntos de exemplos e não-exemplos para o ensino e a avaliação do conceito: Este aspecto visa evitar erros de subgeneralização, supergeneralização e má-concepção. A subgeneralização ocorre quando os exemplos são poucos ou muito semelhantes. A supergeneralização ocorre quando são apresentados não-exemplos em pouca quantidade ou excessivamente parecidos.

Se prismas ou pirâmides não são dados como não-exemplos de polígonos, o estudante pode supergeneralizar que esses dois sólidos são polígonos. A construção inadequada de um conceito pode ocorrer quando alguns exemplos do conceito são identificados como não-exemplos ou quando não-exemplos são tomados como exemplos; ou ainda quando um atributo irrelevante de um não-exemplo é considerado como atributo definidor. Por exemplo, quando o estudante encontra um quadrado vermelho e assume esta cor como um atributo definidor de quadrado, ele poderá, também, chamar um trapézio vermelho de quadrado, enquanto um quadrado pintado na cor verde poderá não ser identificado como quadrado. (PIROLA E BRITO, 2001, p. 100)

4. Tomar claros os atributos definidores do conceito: O aluno deve ser direcionado a verificar por si só os atributos definidores do conceito e não recebê-los já pronto. No caso do triângulo e no caso do paralelogramo, o aluno deverá prestar atenção às características dessas duas figuras, ser capaz de nomeá-las, representá-las através de desenho ou de outras atividades que mostrem que conhece as características essenciais do conceito.

5. Estabelecer a terminologia correta para o conceito e seus atributos: A definição de um conceito deve ser apresentada ao aluno apenas quando este se encontrar em um nível

apropriado de aprendizagem. Neste aspecto, o nome do conceito e de seus atributos definidores pode facilitar a aprendizagem dos conceitos.

6. Fornecer "feedback informativo". Quando o estudante está aprendendo um conceito é importante que ele saiba se está caminhando ou não na direção correta. Assim, a informação sobre o acerto ou o erro deverá estar presente depois da realização de cada etapa da tarefa proposta e ao final desta.

Isso não significa punir o estudante pela resposta incorreta, apenas que ele deverá ser direcionado a pensar sobre novas possibilidades a respeito do conceito, pois a manutenção de respostas inadequadas poderá dificultar novas aprendizagens. (PIROLA E BRITO, 2001, p. 101)

7. Propiciar o uso do conceito: A aprendizagem de conceitos deve estar direcionada para a solução de problemas; isto significa que a escola precisa valorizar e ensinar tanto o conhecimento declarativo como o conhecimento de procedimentos.

8. Encorajar e orientar a descoberta e a auto-avaliação: Como já foi mencionado, o professor não deve apresentar os conceitos já prontos (por exemplo, apresentar apenas a definição e alguns exemplos), mas deverá apresentar tarefas desafiadoras aos estudantes levando-os a participar ativamente da construção do conhecimento. A participação do aluno, a valorização de suas descobertas, o uso de livros textos, filmes, jogos e atividades realizadas no computador encorajam o estudante a descobrir generalizações do conceito. Isso não significa que o estudante terá que descobrir sozinho o que é cada um dos conceitos e seus atributos; significa apenas que o professor, em determinados momentos, atua muito mais como um orientador da descoberta, de forma a possibilitar que o estudante tenha uma aprendizagem mais significativa. Livros, filmes e outros materiais não devem ser encarados como os únicos agentes eficazes para a formação significativa do conceito, mas devem ser vistos como recursos para que o aluno faça suas próprias descobertas.

Esses procedimentos são apenas sugestões de uma possível maneira de ensinar conceitos, podendo ser combinados com outros tipos de estratégias (desenhos, manipulação de figuras e confecção de materiais concretos) para se obter uma aprendizagem mais significativa. Para que isto ocorra, é necessário que o professor faça um planejamento detalhado e sistemático para o ensino de cada tópico do programa. Com relação a isso, Klausmeier (1977, p.343) afirmou que não se pode esperar que *a maioria dos professores seja capaz de colocar todos os passos precedentes em ação, sem que*

*tenham excelentes materiais de ensino e bastante tempo para planejar e se preparar para ensinar conjuntos específicos de conceitos e princípios.* O professor necessita de tempo para preparar atividades que motivem a aprendizagem de conceitos e para planejar ações que possibilitem uma maior compreensão dos princípios. Se a escola não possui materiais apropriados, esses poderão ser construídos pelos alunos com o auxílio do professor que poderá, a partir dessas construções, ensinar alguns conceitos e princípios, conforme foi apontado por Viana (2000).

### Sujeitos, materiais e procedimentos

**SUJEITOS:** Foram sujeitos da pesquisa 20 alunos das quatro últimas séries do ensino fundamental (5 alunos de cada série) de uma Escola da Rede Pública de Ensino do Estado de São Paulo. A escola e os sujeitos foram escolhidos aleatoriamente.

A tabela 1 mostra a distribuição dos sujeitos de acordo com o gênero e a tabela 2 indica a média das idades por série.

| GÊNERO           | Série          |                |                |                |       | %   |
|------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------|-----|
|                  | 5 <sup>a</sup> | 6 <sup>a</sup> | 7 <sup>a</sup> | 8 <sup>a</sup> | TOTAL |     |
| <b>Masculino</b> | 02             | 03             | 01             | 03             | 09    | 45  |
| <b>Feminino</b>  | 03             | 02             | 04             | 02             | 11    | 55  |
| <b>TOTAL</b>     | 05             | 05             | 05             | 05             | 20    | 100 |

Tabela 1 – Distribuição dos sujeitos de acordo com o gênero.

| IDADE | Série          |                |                |                |
|-------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|       | 5 <sup>a</sup> | 6 <sup>a</sup> | 7 <sup>a</sup> | 8 <sup>a</sup> |
|       | 11             | 12             | 13             | 14             |

Tabela 2 – Distribuição dos sujeitos de acordo com a média de idade.

**MATERIAIS:** Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram os seguintes:

- 1- Questionário onde aos sujeitos foram solicitados definir triângulo e paralelogramo e, em continuação, construir três exemplos de cada figura, com o auxílio da régua. Essa atividade foi baseada nos instrumentos sobre triângulos e quadriláteros, elaborados por Burger e Shaughnessy (1986);
- 2- Teste de atributos definidores que era composto de várias afirmações sobre os atributos de triângulo e paralelogramo. Nele, aos alunos era solicitado a assinalar

"verdadeiro ou falso" diante de cada uma das afirmativas. Esta atividade foi elaborada baseada em um trabalho de Klausmeier e Feldman (1975);

3- O teste de exemplos e não-exemplos foi elaborado a partir de um instrumento usado em um estudo anterior de Feldman e Klausmeier (1974). O teste era composto de várias figuras de triângulos e paralelogramos e os sujeitos deveriam assinalar quais eram exemplos de triângulo e quais eram de paralelogramo. Havia no teste figuras com atributos irrelevantes (segundo Klausmeier), como hachuras e diferentes tamanhos de figuras. Todos os testes mencionados acima foram utilizados em pesquisas desenvolvidas por Pirola e Brito (2001).

**PROCEDIMENTOS:** Os alunos realizaram a tarefa em uma aula de matemática, cedida pela professora da série e demoraram, em média, 2 horas para completar a prova. Primeiramente era fornecida ao estudante uma folha onde eram solicitados a definição de triângulo e de paralelogramo e o desenho de três tipos diferentes de cada figura. O aluno poderia utilizar somente o lápis e a régua. Após o término dessa parte, o aluno entregava a folha respondida e em seguida recebia a folha contendo os testes de atributos definidores. Após o término deste, o sujeito recebia a folha com os testes de exemplos e não-exemplos.

### **Análise dos resultados e discussão**

A primeira questão de pesquisa procurava identificar os atributos definidores utilizados por alunos do Ensino Fundamental quando era solicitada a definição de triângulo e paralelogramo. A análise dos dados mostrou que os sujeitos tiveram um desempenho melhor na definição do conceito de triângulo do que na definição de paralelogramo. Do total de sujeitos, cinco deles (02 da quinta, 02 da sexta e 01 da sétima série) utilizaram a definição *triângulo é uma figura com três partes*. Somente 01 aluno, da oitava série deu uma definição mais completa de triângulo: *polígono de três lados*. Um aluno afirmou que triângulo era uma *figura de três lados iguais*, demonstrando uma possível supergeneralização. Outras definições foram dadas: *figura geométrica com três lados iguais ou diferentes* (01 sujeito da sétima série e 01 da oitava); *objeto com três partes* (01 sujeito da sétima série); *figura geométrica com três lados e três ângulos* (01 sujeito da oitava série); *três linhas retas* (01 sujeito da sétima



série). O total de sujeitos que afirmou não saber a definição foi de 04 sujeitos, 03 da quinta série e 01 da sexta.

Em relação aos testes de atributos definidores de triângulo, a tabela 3 apresenta o total de acertos dos alunos por série.

| TESTE DE ATRIBUTOS DEFINIDORES                            | Série          |                |                |                |            |           |
|---|----------------|----------------|----------------|----------------|------------|-----------|
|   | 5 <sup>a</sup> | 6 <sup>a</sup> | 7 <sup>a</sup> | 8 <sup>a</sup> | TOTAL      | %         |
| Triângulo é uma figura que possui 3 lados iguais          | 04             | 01             | 04             | 01             | 10         | 50        |
| Todo triângulo possui um ângulo de 90° (ângulo reto)      | 02             | 04             | 04             | 04             | 14         | 70        |
| Triângulo é uma figura que possui três ângulos iguais     | 02             | 01             | 03             | 02             | 08         | 40        |
| Triângulo é um retângulo que possui três lados            | 02             | 05             | 02             | 05             | 14         | 70        |
| Todo triângulo possui dois lados iguais                   | 02             | 03             | 02             | 05             | 12         | 60        |
| Todo triângulo é uma figura plana                         | 02             | 00             | 01             | 03             | 06         | 30        |
| Há triângulos que possuem lados paralelos                 | 01             | 02             | 03             | 02             | 08         | 40        |
| Triângulo é um ângulo que possui três lados               | 03             | 02             | 01             | 04             | 10         | 50        |
| Todo triângulo é uma figura que possui três lados         | 04             | 05             | 05             | 04             | 18         | 90        |
| Todo triângulo é uma figura formada por segmentos de reta | 05             | 02             | 04             | 04             | 15         | 75        |
| Triângulo é uma figura fechada                            | 05             | 05             | 05             | 04             | 19         | 95        |
| <b>TOTAL</b>  | <b>32</b>      | <b>30</b>      | <b>34</b>      | <b>38</b>      | <b>134</b> | <b>47</b> |

Tabela 3 – Distribuição do número de alunos por série que acertou a afirmação no teste de atributos definidores de triângulo.

O melhor desempenho ocorreu na oitava série, seguida da sétima série, da sexta e da quinta série. É interessante notar que em relação ao atributo *figura plana*, nenhum sujeito da sexta série conseguiu relacionar esse atributo ao conceito de triângulo. O atributo que foi melhor identificado pelos alunos foi *figura fechada*.

A análise dos protocolos mostrou que os elementos que os alunos mais variavam ao desenhar os três tipos de triângulos foram lados e ângulo, um total de 15 sujeitos. Apenas 01 sujeito da sexta série variou a posição do triângulo, ou seja, desenhou o mesmo triângulo (com mesmas medidas dos lados) em posições diferentes.

Em relação aos atributos definidores do paralelogramo foi possível observar que somente 07 sujeitos responderam à questão *o que é um paralelogramo?* utilizando algum atributo definidor. Desse total, 04 deles definiram essa figura como sendo uma figura geométrica com quatro ou mais partes. As outras definições dadas pelos alunos foram: *forma geométrica com quatro ou mais lados (01 sujeito da sétima série)*; um sujeito da oitava série definiu paralelogramo como sendo *um polígono de 4 lados* e um sujeito da oitava série definiu paralelogramo como sendo *uma figura que apresenta 2*

*retas paralelas umas das outras.* Um número significativo de sujeitos (12), afirmou que não sabia qual era a definição de paralelogramo.

Em relação ao teste de atributos definidores de paralelogramo, a tabela 4 ilustra o número de alunos de cada série que acertou cada afirmação.

| TESTE DE ATRIBUTOS DEFINIDORES<br>(Quantidade de acertos) | Série          |                |                |                |       |    |
|---|----------------|----------------|----------------|----------------|-------|----|
|   | 5 <sup>a</sup> | 6 <sup>a</sup> | 7 <sup>a</sup> | 8 <sup>a</sup> | TOTAL | %  |
| O paralelogramo é um quadrilátero                         | 03             | 03             | 02             | 04             | 12    | 60 |
| O paralelogramo possui somente dois lados iguais          | 02             | 02             | 01             | 03             | 08    | 40 |
| O paralelogramo possui os lados opostos paralelos         | 02             | 02             | 03             | 03             | 10    | 50 |
| Os lados opostos do paralelogramo possuem a mesma medida  | 04             | 04             | 04             | 02             | 14    | 70 |
| Um paralelogramo pode ter os quatro ângulos iguais        | 03             | 02             | 01             | 02             | 08    | 40 |
| Um paralelogramo é uma figura com 6 lados                 | 02             | 04             | 02             | 04             | 12    | 60 |
| O quadrado é um paralelogramo                             | 04             | 00             | 02             | 03             | 09    | 45 |
| O losango não é um paralelogramo                          | 04             | 01             | 03             | 02             | 10    | 50 |
| Todo retângulo é um paralelogramo                         | 04             | 01             | 00             | 03             | 08    | 40 |
| Paralelogramo possui os 3 lados iguais                    | 05             | 04             | 03             | 02             | 14    | 70 |
| Paralelogramo é uma figura fechada                        | 05             | 05             | 04             | 04             | 18    | 90 |
| Paralelogramo não é uma figura plana                      | 04             | 01             | 01             | 03             | 09    | 45 |
| O paralelogramo é formado somente por segmentos de reta   | 03             | 05             | 04             | 04             | 16    | 80 |
| Todo paralelogramo possui 2 lados inclinados              | 02             | 01             | 01             | 01             | 05    | 25 |
| <b>TOTAL</b>  | 47             | 35             | 31             | 40             | 153   | 53 |

**Tabela 4 - Distribuição do número de alunos por série que acertou as afirmações no teste de atributos definidores de triângulo.**

O melhor desempenho neste teste ocorreu na quinta série, seguida da oitava série, da sexta e da sétima série. Na análise dos protocolos é possível verificar que em relação aos casos particulares de paralelogramo – quadrados e retângulos – os alunos tiveram um baixo desempenho nas respostas. Nenhum sujeito da sétima e da oitava série acertou os testes relativos ao quadrado e ao triângulo respectivamente. O atributo que foi melhor identificado pelos sujeitos em relação ao paralelogramo foi *figura fechada*.

Verificou-se também que nenhum dos alunos soube dar três exemplos corretos de paralelogramo, muitos sujeitos desenharam trapézios e hexágonos. Dos quatro sujeitos que desenharam dois exemplos corretos de paralelogramos, todos variaram o tamanho e o ângulo do paralelogramo.

Quanto à segunda questão de pesquisa “*Os sujeitos conseguem discriminar exemplos e não-exemplos de triângulo e paralelogramo?*”, o teste de exemplos e não-

exemplo de triângulo mostrou que 88,3% dos sujeitos souberam identificar as figuras de forma correta. Em relação aos acertos dos testes de exemplo e não-exemplo de triângulos, foi verificado que a 7ª série obteve 100% de acertos, seguido da 8ª série, que obteve 90% de acertos, seguida da 6ª série com 87% de acertos e por último a 5ª série que acertou 77% das questões.

Na figura que traz um triângulo hachurado, apenas um aluno da 5ª série acertou a questão.

Já no teste de exemplo e não-exemplo de paralelogramos foi verificado uma queda brusca de rendimento em relação ao mesmo teste aplicado para identificar triângulos. A 8ª série obteve o maior rendimento 71%, logo atrás ficou a 5ª com 60%, a 7ª série ficou em terceiro com 52% e por último ficou a 6ª série com 49%. No total um pouco mais de 58% acertaram as questões.

É importante salientar que todos os sujeitos não confundiram o triângulo com o paralelogramo. Por outro lado, todos os sujeitos afirmaram que trapézio é paralelogramo. Sabemos que existem casos particulares de paralelogramo, como por exemplo, o quadrado, o losango e o retângulo. Quando as figuras estavam caracterizadas como retângulo, variando a posição e o tamanho, e a presença de hachuras, alguns sujeitos não conseguiram discriminar os exemplos e não-exemplos. No caso do quadrado, apenas 7 dos 20 sujeitos identificaram o mesmo, como sendo um paralelogramo. No losango, 13 sujeitos identificaram corretamente como um exemplo de paralelogramo. Quando a figura estava aberta o índice melhorou, porém, esperava-se que os alunos acertassem essa figura, mas, sujeitos de todas as séries obtiveram pelo menos um erro. No teste também havia figuras com formas arredondadas, dois sujeitos também não obtiveram êxito nas respostas.

Quando foi dada uma figura que caracterizava o paralelogramo, figura muito comum nos livros didáticos, ainda assim dois alunos não obtiveram êxito.

### **Discussão dos resultados e implicações educacionais**

O presente trabalho buscou realizar um estudo no campo da formação conceitual, analisando quais os atributos definidores que alguns alunos do ensino fundamental mais identificavam em relação ao triângulo e ao paralelogramo. A análise dos dados confirmou resultados obtidos em pesquisas realizadas por Pirola e Brito (2001), mostrando que os estudantes apresentam dificuldades em definir o conceito

como entidade pública. No caso do conceito de triângulo foi possível observar que, embora os sujeitos apresentassem dificuldades em fornecer uma definição completa (conceito como entidade pública), reconhecendo o triângulo como polígono, os mesmos não apresentaram muitas dificuldades na discriminação de exemplos e não-exemplos. O atributo que foi menos identificado pelos sujeitos como sendo definidor de triângulo foi *plana*. Os trabalhos de Pirola (1995) e Pirola e Brito (2001) mostraram também os equívocos cometidos pelos alunos ao discriminarem figuras planas e não-planas, relatando que muitos estudantes consideram uma pirâmide como sendo um triângulo. A partir dos poliedros é possível planificá-los e estudar as diferenças entre figuras planas e não planas, as diferenças entre poliedros e polígonos. O montar e desmontar poliedros constitui-se em uma atividade bastante importante de ser realizada em sala de aula, pois pode evitar a formação de conceitos errôneos bem como as supergeneralizações.

Em relação ao paralelogramo, é importante destacar a grande dificuldade dos sujeitos envolvidos no estudo para definir e desenhar tipos diferentes de paralelogramos. A análise dos protocolos indicou que os sujeitos não apresentavam características do nível classificatório (segundo Klausmeier), pois tinham dificuldades na inclusão de classes. O estudo também indicou que a maioria dos alunos não apresentava características do nível formal para o conceito de paralelogramo, uma vez que não conseguiram identificar de forma satisfatória os atributos definidores dessa figura e os seus exemplos e não-exemplos. É importante, no ensino e aprendizagem de conceitos, que o professor valorize em suas aulas os conceitos como entidade pública sempre levando em consideração os constructos mentais desenvolvidos pelo aluno. A diversidade e numerosidade de exemplos e não-exemplos devem fazer parte constante do ensino de conceitos, pois auxiliam os estudantes a formarem os conceitos corretamente, evitando, desta forma, os erros de generalizações.

É importante esclarecer que o objetivo do estudo não foi identificar o nível cognitivo dos estudantes em termos de formação conceitual, pois outros critérios deveriam ser seguidos para essa finalidade. Apenas identificamos algumas características (atributos definidores, exemplos e não-exemplos) presentes em cada nível em relação aos conceitos de triângulo e paralelogramo e que podem servir de reflexão para estudos posteriores na área de formação conceitual.

**Palavras-chave:** formação conceitual – geometria – ensino de matemática

### Referências bibliográficas

BRITO, M.R.F. O ensino e a formação de conceitos na sala de aula *in* Novaes, M.H. e Brito, M.R.F.(Org.) **Psicologia na Educação: Articulação entre pesquisa, formação e prática pedagógica**. Coletâneas da ANPEPP, Vol. 1, N° 5, 1996, pp. 73 - 94.

BRITO, M.R.F.; PIROLA, N.A.; LIMA, V.S. Concept formation and representation: a study about triangles in first grade students. **Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**, edited by Erkki Pehkonen. Lahti, Finland: Lahti Research and Training Centre. University of Helsinki. Vol. 1, 1997, p. 221.

BRITO, M.R.F. E PIROLA, N. A. **Os níveis cognitivos e a aquisição de conceitos matemáticos em crianças de quarta e quinta séries do primeiro grau**. Santiago, Chile: Actas dei V Congreso Nacional de Psicología, 1997, p. 71.

BRITO, M.R.F. E PIROLA, N. A A formação dos conceitos de triângulo e paralelogramo em alunos da escola elementar. In: BRITO, M. R. F. (org). **Psicologia da Educação Matemática: Teoria e Pesquisa**. Florianópolis, Insular, 2001, p.85-106.

São Paulo (Estado). **Proposta Curricular para o Ensino de Matemática no primeiro grau**. São Paulo: CENP/SEESP, 1991.

BURGER, F. AND SHAUGHNESSY. **Characterizing the Van Hiele levels of development in geometry**. Journal for Research in Mathematics Education, 17, 1986, p. 31-48.

FELDMAN, K. V; KLAUSMEIER, H. J. **Effects of two kinds of definition on the concept attainment of four and eight graders**. The Journal of Educational Research, 1974, p. 219-223.

GAGNÉ, R.M. **Principios Básicos del Aprendizaje para la Instrucción**. Madrid: Editorial Diáua, 1974.

KLAUSMEIER, H. J. **Manual de Psicologia Educacional - Aprendizagem e Capacidades Humanas**. Traduzido por Maria Célia Teixeira Azevedo de Abreu. São Paulo: Harper e Row, 1977.

KLAUSMEIER, H. J. AND FELDMAN, K. V. Effects of a definition and varying number of examples and non-examples of concept attainment. **Journal of Educational Psychology**. 67, 1975, p. 174-178.

**PIROLA, N. A. Um estudo sobre a formação de conceitos de triângulos e quadriláteros em alunos da quinta série do primeiro grau.** Dissertação de Mestrado. Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática (PSIEM). Faculdade de Educação. UNICAMP., 1995.

**VIANA, O. A. O conhecimento geométrico dos alunos do CEFAM sobre figuras espaciais: Um estudo das habilidades e dos níveis de conceito.** Dissertação de Mestrado. Grupo de Pesquisa em Psicologia da Educação Matemática (PSIEM). Faculdade de Educação. UNICAMP, 2000.