



FUNDAMENTOS E METODOLOGIA DE MATEMÁTICA PARA OS CICLOS INICIAIS

José Luiz Magalhães de Freitas

Departamento de Matemática – CCET – UFMS – Brasil

jluiz@dmf.ufms.br

Marilena Bittar

Departamento de Matemática – CCET – UFMS – Brasil

marilena@dmf.ufms.br

Iraci Cazzolato Arnaldi

UNIDERP – Campo Grande – MS – Brasil

jfreitas@nin.ufms.br

1. INTRODUÇÃO

Este minicurso destina-se a acadêmicos de pedagogia, professores e outros profissionais que atuam na formação inicial e continuada de professores dos ciclos iniciais na área de Matemática. Ele foi elaborado a partir de trabalhos realizados pelos autores, em particular a partir de um curso de Licenciatura Plena em Pedagogia, oferecido pela Coordenadoria de Educação Aberta e a Distância da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, que ministramos.

Este texto não tem a pretensão de ser exaustivo. Os conteúdos serão apresentados juntamente com discussão sobre metodologia de ensino. Apresentamos inicialmente algumas reflexões gerais sobre teorias e práticas na aprendizagem matemática relativas a resolução de problemas, uso de materiais concretos, laboratório de Educação Matemática, informática nos dois primeiros ciclos do Ensino Fundamental e alguns temas contidos nos PCN. Em seguida abordaremos, de forma um pouco mais

aprofundada, alguns tópicos envolvendo geometria, medidas, aritmética e tratamento da informação, dando ênfase para importância do uso de materiais concretos de manipulação, do cálculo mental e das estimativas, a partir de questionamentos e problemas.

2. REFLEXÕES SOBRE TEORIAS E PRÁTICAS PEDAGÓGICAS EM MATEMÁTICA

Visando uma reflexão inicial sobre valores e objetivos da Matemática no Ensino Fundamental, bem como sobre tendências no mundo atual concernentes ao processo de ensino e aprendizagem de conteúdos dessa disciplina, apresentamos algumas questões cujas respostas devem nortear o trabalho sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental.

- Por que ensinar Matemática no Ensino Fundamental?
- Quais as principais tendências em Educação Matemática?
- Quais os principais conteúdos matemáticos que deveriam ser trabalhados nas séries iniciais do Ensino Fundamental? E, sobretudo, como tratá-los?

Sabemos que é difícil responder a essas questões, mas buscaremos, nesse curso, dar alguns elementos de respostas. Gostaríamos de deixar claro que não acreditamos que as dificuldades para o aprendizado da Matemática tenham origem na Matemática, pois ela é rica de valores estéticos, de coerência interna, além de ser extremamente útil para resolver problemas da realidade. Por outro lado, também não acreditamos que o problema esteja nas pessoas, ou seja, que a capacidade de gostar de Matemática e apreciá-la seja apenas para alguns poucos talentosos. Ao contrário, pensamos que qualquer pessoa tem condições de compreendê-la, de gostar dela e de “produzir” Matemática. Não queremos com isso concluir que o professor de Matemática do Ensino Fundamental é o “grande vilão dessa história”. Queremos apenas repensar e trocar idéias sobre práticas de sala de aula, conteúdos matemáticos que se trabalham e também sobre os alunos, suas expectativas, sobre como pensam e como aprendem Matemática.

Os principais conteúdos matemáticos dos ciclos iniciais do Ensino Fundamental poderiam ser abordados através de dois problemas que consideramos essenciais: o problema da contagem e o problema da medida. Contar e medir se caracterizam tanto

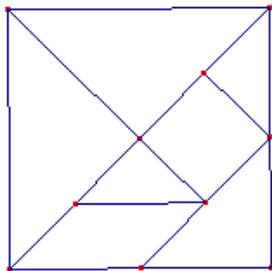
como necessidade individual quanto social, desde a antiguidade até os tempos atuais. As atividades de contar deram origem às operações fundamentais, aos números, aos sistemas de numeração, à aritmética, à álgebra. As medidas, em particular das terras, deram origem à Geometria e ao estudo comparativo de grandezas diversas, em particular de distâncias, áreas, volumes, massa, tempo, temperatura, velocidade, densidade. Para organizar e tratar dados, torna-se necessário integrar vários conteúdos matemáticos e produzir tabelas e gráficos que nos ajudem a compreender relações existentes entre grandezas distintas.

Estamos vivenciando um grande movimento de idéias que desafiam os professores quanto à organização e ao tratamento dos conteúdos. Dentre os vários elementos norteadores que estão sendo propostos, podemos, entre outros, destacar os seguintes: problematização contextualizada; articulação dos conteúdos; valorização de conhecimentos prévios dos alunos; abordagem dos conteúdos em forma de espiral; pesquisa e elaboração própria; incorporação de avanços científicos e tecnológicos; avaliação processual e permanente; estímulo ao raciocínio e à socialização de conhecimentos. Acreditamos que todos esses elementos estão interligados entre si e são indicadores importantes para práticas pedagógicas atuais.

Apesar dessas tendências permearem a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o Projeto Nacional de Livros Didáticos (PNLD) e, em parte, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), de modo geral, elas continuam ainda distantes das práticas pedagógicas da maioria dos professores que estão atuando em sala de aula. É necessária uma maior participação dos docentes nessas políticas e, sobretudo, é imprescindível investir na melhoria das condições de ensino e na formação inicial e continuada do professor.

Ao observarmos algumas das principais tendências atuais na área de Educação Matemática, constatamos que a **resolução de problemas** aparece freqüentemente como “motor” de muitas propostas inovadoras. Sobre esse tema, podemos apresentar questões importantes, como: O que é um problema? Quais os principais tipos de problemas? Quais as principais formas de se trabalhar com resolução de problemas em sala de aula? Como os livros didáticos e os professores de Matemática estão tratando esse assunto? Para análise e discussão, apresentamos abaixo um problema particular.

Problema: Sabendo-se que a área total de um tangram (figura abaixo) é igual a 32 unidades de área (u.a.), calcular a área de cada uma de suas sete peças.



O recurso a *História da Matemática* pode contribuir para dar sentido a conceitos estudados; assim, por exemplo, estudar diferentes sistemas de numeração usados no passado permite compreender melhor nosso atual sistema. Conceitos como: base 10, valor posicional e até mesmo a importância do zero, tornam-se mais compreensíveis quando comparados a outros sistemas nos quais não valem essas mesmas propriedades. As formas de medir terras usadas por civilizações antigas são também elementos que podem ser explorados na introdução de conteúdos de geometria elementar.

As escolas têm sido equipadas com computador e o professor têm sido chamado a usar esse instrumento com seus alunos desde a primeira série do Ensino Fundamental. O computador pode, efetivamente, contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática e isso de formas variadas. O *recurso às tecnologias de comunicação* no ensino apresenta algumas vantagens como: informações de fácil acesso e comunicação a distância, maior agilidade na realização das tarefas, ganho de tempo e novas possibilidades para a construção do conhecimento.

A socialização da criança ocorre por meio da compreensão do funcionamento de regras e dos seus limites, nas relações entre as pessoas. Nesse sentido, o *recurso aos jogos* e às brincadeiras são instrumentos importantes para que elas conheçam a si mesmas, os outros e o seu ambiente social. Existem muitos jogos em grupo que podem ser realizados com crianças dos ciclos iniciais do Ensino Fundamental. Como ilustração, as operações com números, envolvendo cálculo mental e o uso de registros, podem ser exploradas através de diversos jogos, entre eles o de “boliche”. O jogo consiste em dispor dez garrafas em forma de v, e cada jogador deve jogar uma bola a partir de uma linha traçada visando derrubar as garrafas. O objetivo é verificar qual equipe consegue derrubar mais garrafas, após um número fixado de jogadas. Esse jogo possibilita o

desenvolvimento da coordenação motora e da abstração reflexiva através de cálculos mentais. Além disso, ele favorece o registro de pontos e pode-se desenvolver com pouca intervenção do professor.

Além do recurso ao uso de problematizações contextualizadas, de materiais concretos de manipulação, da história da matemática, de tecnologias da comunicação e de jogos, os PCN apresentam outras idéias inovadoras para o trabalho pedagógico em sala de aula, dentre elas: o uso do conteúdo como meio para desenvolver idéias matemáticas fundamentais; a organização e o tratamento dos conteúdos em espiral; a valorização do trabalho em pequenos grupos em sala de aula; a articulação intramatemática (aritmética, álgebra, geometria, tratamento de dados), intermatemática (com outras áreas do conhecimento) e transmatemática (abordagem de temas transversais).

A problemática da *avaliação da aprendizagem* é outro tema importante. Os educadores buscam novas alternativas como: diagnosticar conhecimentos prévios dos alunos, para que sirvam como subsídio ao trabalho do professor em sala de aula; promover avaliação processual, que deve favorecer as retomadas, diminuindo os intervalos de tempo entre elas; variar as formas e os instrumentos, dando retorno imediato aos educandos; ser inclusiva, para servir como meio para reintegrar os alunos no processo educativo e outras.

3. GEOMETRIA E MEDIDAS

A introdução da Geometria nos ciclos iniciais

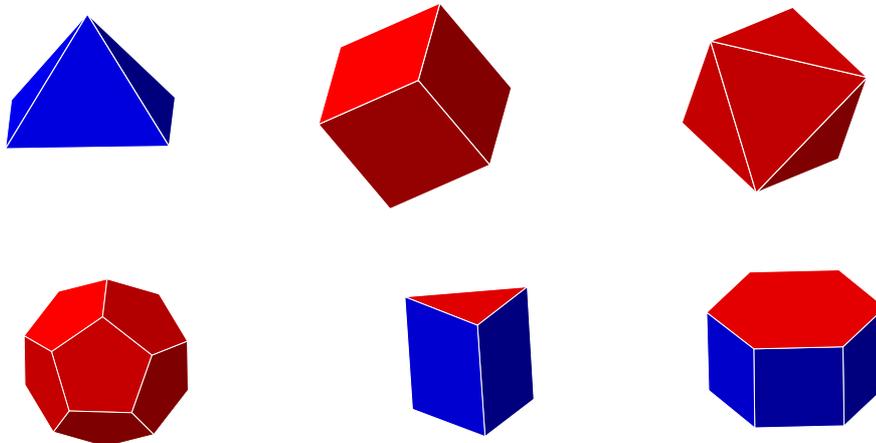
Toda criança brinca com caixas de diversos tamanhos e formatos, com bolas e outros objetos que devem ser explorados para a construção do pensamento geométrico. A Geometria Plana pode ser introduzida a partir do estudo de sólidos geométricos. É razoável, portanto, iniciar esse estudo pela exploração de objetos conhecidos das crianças, como as caixas, que servem não somente para trabalhar a Geometria Espacial como também a Plana, uma vez que podem ser manuseadas, recortadas, desdobradas e, então, tem-se exemplos de polígonos e segmentos de reta. Nesse sentido é importante juntar coleção de sólidos, constituída de caixinhas (embalagens de chocolate, perfume), e outros, que podem ser confeccionados com cartolina, madeira ou outro material.

Apresentamos a seguir, para discussão e análise, algumas propostas de atividades.

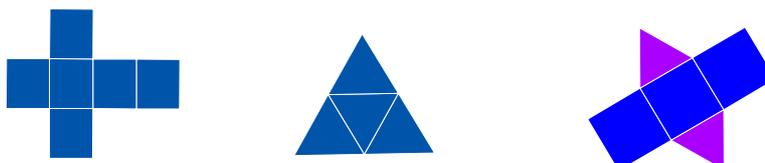
Atividade 1:

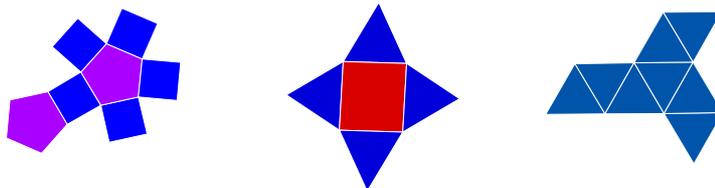
O objetivo principal desta atividade é identificar propriedades geométricas a partir de questionamentos, da manipulação e da observação de uma coleção de objetos com forma de poliedros.

- Quais são os poliedros que possuem todas as faces “iguais”?
- Como se chama o poliedro que possui duas faces “iguais” e paralelas, tendo todas as faces laterais em forma de paralelogramos? Quais dentre as figuras abaixo são desse tipo?
- Há poliedros que têm todas as faces laterais triangulares e um único vértice não-pertencente ao plano da base?
- Quais os nomes dos sólidos geométricos representados abaixo?



Atividade 2: Para cada um das figuras planas dadas a seguir (planificações de poliedros), identifique o poliedro correspondente.





Pode-se apresentar questões do tipo: Quantos vértices terá o sólido? Quantas arestas ele terá? Quantas faces? Quantas faces são triangulares? E quadradas? Existirão faces paralelas?

Atividade 3: Cubos e vistas

Cada grupo de alunos deve receber três cubos de mesmo tamanho, tendo cada um deles todas as faces da mesma cor, por exemplo : verde, amarelo e azul. Cada grupo de alunos deverá fazer uma construção justapondo os três cubos e representá-la segundo as vistas : superior (de cima), frontal (de frente) e lateral direita. Por exemplo :

Vistas

Modelo de cima (superior) de frente (frontal) lateral direita



Essa atividade permite variações e mudanças de níveis de dificuldade. Por exemplo :

- Propor o problema inverso, ou seja, a partir de três vistas dadas (de cima, de frente e da direita) construir o modelo usando cubos.
- Variar a quantidade de cubos (ao invés de 3, usar 2, 4, 5, ...)
- Representar somente uma ou duas vistas pedir para que os alunos construam modelos correspondentes a elas.
- Pedir para que representem apenas uma ou duas vistas de um modelo dado.

Atividade 4:

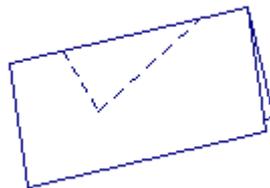
Para o desenvolvimento dessa atividade, sugerimos o uso do mecano (material constituído de ripinhas articuladas).

Classifique as afirmações abaixo em verdadeiras ou falsas:

- () Todo quadrado é um losango.
- () Todo retângulo é um quadrado.
- () Os lados opostos de um paralelogramo são paralelos.
- () Existem paralelogramos que são trapézios.
- () Existem polígonos equiláteros que não possuem todos os ângulos iguais.
- () Existem polígonos que possuem todos os ângulos iguais e que não são equiláteros.

Atividade 5: Uma dobra e dois cortes

a) Dobre uma folha de papel ao meio e corte vários triângulos (conforme a figura abaixo). Desdobre os pedaços de papel que obteve e diga quais as formas geométricas que eles têm. Quantos eixos de simetria elas possuem?



- b) Cortando dessa forma, como devem ser os cortes no papel para obter:
- b₁) um losango b₂) um quadrado b₃) um triângulo equilátero
 - b₄) um triângulo isósceles b₅) um triângulo escaleno.

Sistema Métrico Decimal

Sabemos que medir nada mais é que comparar grandezas de mesma natureza. O surgimento do Sistema Métrico Decimal está intimamente relacionado com a intensificação das trocas e do comércio. Para compreender sua importância, basta imaginar uma grande feira na qual as pessoas se utilizam de diferentes padrões de medida para vender e comprar mercadorias.

Para a exploração de relações métricas julgamos importante o uso de materiais como: material dourado, fita métrica, papel pardo, papel centimetrado, garrafa de um

litro, entre outros. Está previsto discutir formas de utilização desses materiais para responder questões como:

Um decímetro equivale a quantos centímetros?

Quantos decímetros possui o metro?

Um dm^2 corresponde a quantos cm^2 ?

Um m^2 corresponde a quantos dm^2 ?

Um m^2 corresponde a quantos cm^2 ?

Um hectare (ha) corresponde a quantos m^2 ?

Qual a relação que existe entre um decímetro cúbico (dm^3) e um mililitro (ml)?

Qual a capacidade, em litros (dm^3) de uma caixa cúbica de um metro de aresta?

Um litro de água pesa um quilograma?

4. NÚMEROS DECIMAIS, PORCENTAGENS, CÁLCULO MENTAL, ESTIMATIVAS E TRATAMENTO DE DADOS

Números decimais

Os números decimais fazem parte da vida da criança desde cedo, devido, sobretudo, ao uso no sistema monetário. Mesmo se a criança não conhece, formalmente, “números com vírgulas”, elas sabem quanto é “um real e cinquenta centavos” e certamente já tomou contato com registros decimais, por exemplo, folhetos com preços de produtos de supermercados. Os números decimais são, portanto, muito mais “naturais” para as crianças do que as frações, apesar de serem, usualmente, trabalhados nas escolas após o estudo de fração.

Comparações entre alguns números decimais e frações poderiam ser feitas com o auxílio de um quadrado dividido em 100 (10×10) quadradinhos iguais. O material dourado é um material adequado para esse tipo de atividade.

A partir de uma figura, por exemplo um quadrado 10×10 , poderiam ser apresentadas questões do tipo:

- Um décimo corresponde a quantos centésimos?

- A metade desse quadrado corresponde a quantos décimos? E a quantos centésimos?
- Ao adicionarmos quarenta e cinco centésimos com quinze centésimos, obtemos quantos décimos? Quantos décimos devemos retirar desse total para ficar com a metade?
- As regras e algoritmos para as operações com números decimais podem ser justificadas a partir das regras para operar com frações decimais?
- Como encontrar o número decimal correspondente à divisão de 33 por 4 ?

Está previsto a discussão e o desenvolvimento de atividades visando encontrar elementos de respostas a essas questões.

Porcentagens

A todo momento, as pessoas vêm-se diante de notícias, anúncios e propagandas, tanto nos jornais como em rádio e televisão, em que se utilizam números seguidos do símbolo % , significando “por cento”.

Porcentagem é um número representado por uma fração decimal de denominador 100. A representação de porcentagem pode ser escrita na forma fracionária ou decimal.

$$\text{Assim, } 50 \% = \frac{1}{2} = \frac{50}{100} \text{ ou } 50 \% = 0,5.$$

Essas formas devem ser introduzidas informalmente, não exigindo que os alunos as decorem como “fórmulas” mas, privilegiando o *cálculo mental* assim como problemas onde a porcentagem pedida seja mais simples, como 50%, 10%, 20% e 25%. A medida em que a criança for familiarizando com algumas porcentagens, outras podem ser gradativamente introduzidas.

Apresentamos abaixo alguns exemplos de questões, envolvendo porcentagem, que podem ser exploradas:

- Se o salário de José era de R\$300,00 e teve um aumento de 10%, qual é o salário de José atualmente?

- O salário de José passou de R\$300,00 para R\$350,00. Qual a porcentagem de aumento que teve José?

- 75% de um número é 900. Calcule a metade desse número.

- Na composição de uma bebida há 45% de suco de laranja. Uma pessoa tomou dois copos de 300 ml dessa bebida, quantos ml de suco de laranja ela ingeriu?

Cálculo mental e estimativas

É importante saber efetuar cálculos mentalmente? Em que tipo de situações o raciocínio (ou bom senso) pode ajudar ou até mesmo fornecer a resposta procurada? Como trabalhar com o cálculo mental nos ciclos iniciais?

O cálculo mental e rápido já foi bastante valorizado na educação básica antes da década de 70. Com a matemática moderna e a chegada em grande escala das calculadoras e dos computadores, houve um período de duas décadas em que ele foi negligenciado pelos livros e programas escolares.

Hoje há um largo consenso de que o cálculo mental é muito importante para o conhecimento dos números. Há inúmeros motivos que justificam o emprego do cálculo mental. Ele ajuda o desenvolvimento da atenção, da concentração e da memória. Ele permite que as crianças desenvolvam seus próprios procedimentos sem se limitar a um único processo. Isso as torna mais autônomas, pois têm maior liberdade de escolher caminhos para obter soluções para um problema. Além disso, ele possibilita compreender com mais facilidade técnicas de cálculo. E o mais importante, estimula o raciocínio, uma vez que, para as crianças, há sempre um desafio, isto é, a procura do melhor procedimento de cálculo. As crianças que dominam técnicas de cálculo mental demonstram, em geral, mais segurança ao resolver situações-problema do dia-a-dia.

O cálculo mental ajuda a fazer estimativas e a aproximar o aluno das situações do cotidiano. O estudo do cálculo mental deve ser iniciado desde o Ciclo I do Ensino Fundamental. No início, pode-se permitir o uso dos dedos ou de outros materiais de manipulação, como grãos ou o material dourado. É importante que os alunos descubram propriedades e desenvolvam maneiras eficientes de efetuar rapidamente “cálculos fundamentais” da adição e da multiplicação. Para isso, além do uso de materiais, o professor pode fazer questionamentos orais do tipo: “9 mais 7 é igual a 10 mais 6?” “Se

3 vezes 8 é igual a 24 então quanto é 4 vezes 8?” “6 vezes 8 é o mesmo que 6 vezes 5 mais 6 vezes 3?”. Para o aprendizado do cálculo mental é necessário um trabalho sistemático, pois ele necessita de uma progressão de atividades graduadas, com retomadas e aprofundamentos.

Desenvolver capacidade de efetuar cálculo mentalmente significa desenvolver habilidade em calcular sem necessidade de usar registros escritos e isso pode representar tanto independência quanto rapidez. Para essa forma de realizar operações aritméticas, há um universo inesgotável de estratégias a serem utilizadas, dentre elas a decomposição, composição e associação. Por exemplo:

$$9 + 8 = 9 + 1 + 7 = 10 + 7 = 17$$

$$17 + 25 = 10 + 7 + 20 + 5 = 10 + 20 + 15 = 30 + 15 = 45$$

$$99 - 27 = 100 - 27 - 1 = 100 - 28 = 100 - 20 - 8 = 80 - 8 = 72$$

$$6 \times 27 = 6 \times (20 + 7) = 6 \times 20 + 6 \times 7 = 120 + 28 = 120 + 20 + 8 = 148$$

$$\frac{428}{4} = \frac{(400+28)}{4} = \frac{400}{4} + \frac{28}{4} = 100 + 7 = 107$$

$$0,03 \times 40 = (0,03 \times 10) \times 4 = 0,3 \times 4 = 1,2$$

$$0,2 \times 0,1 = \frac{2}{10} \times \frac{1}{10} = \frac{2}{100} = 0,02$$

$$92 \times 0,5 = 92 : 2 = 90 : 2 + 2 : 2 = 45 + 1 = 46$$

Tratamento da Informação

Os PCN propõem para o primeiro ciclo a introdução de noções de probabilidade, estatística e análise combinatória, tendo por objetivo despertar na criança o espírito de investigação e a capacidade de organização de informações, além da interpretação de dados. As habilidades a serem desenvolvidas são essencialmente: leitura e interpretação de informações; coleta e organização de dados e interpretação e elaboração de tabelas simples, de dupla entrada e de gráficos de barras.

O estudo do Tratamento da Informação deve estar presente em todos os níveis da escolaridade. É importante que desde o início as crianças consigam fazer a leitura e a interpretação de gráficos. Ele não deve ser apresentado desvinculado de outros temas

estudados, ao contrário, trata-se de um tema rico e que pode contribuir para a aquisição de sentido dos conceitos matemáticos pelos alunos.

Nas informações veiculadas nos jornais, nas revistas ou na televisão, os estudos estatísticos são acompanhados de uma análise das informações. E para que as crianças aprendam a ler e a interpretar um gráfico, o professor poderá levantar, entre outras, as seguintes questões, relativas, por exemplo à uma pesquisa sobre o esporte preferido da turma:

a) Quantos alunos foram pesquisados?

b) Qual o esporte preferido pelas crianças?

c) Qual o esporte menos popular?

d) Quantos alunos preferem natação ou futebol?

e) Que gráfico lhes parece melhor para analisar? Há algum mais fácil ou mais difícil de interpretar?

Para uma atividade visando explorar a coleta, tratamento, análise e divulgação de dados, o professor pode dividir a classe em grupos para que investiguem preferências em relação a times de futebol, comida, fruta, programa de televisão, esporte, recreação e outros. Os alunos deverão elaborar perguntas claras e objetivas, do tipo: Qual é o seu time de futebol preferido? Após a coleta e organização dos dados, cada grupo deverá apresentar para a sala, num cartaz, os resultados de sua pesquisa.

Palavras chaves

Matemática

Ciclos iniciais

Professores

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BITTAR M., FREITAS, J.L.M. Conteúdos e Metodologia para os ciclos iniciais do ensino fundamental. Campo Grande-MS: Editora UFMS, 2004. (a aparecer)

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental, Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.