



## DESENVOLVENDO CONTEÚDOS ATITUDINAIS UTILIZANDO SIMETRIAS NO PLANO – ATIVIDADES COM MATERIAIS MANIPULATIVOS

Carla Montorfano – UEM

[cmontorfano@uem.br](mailto:cmontorfano@uem.br)

Clélia Maria Ignatius Nogueira – UEM

[cminogueira@uem.br](mailto:cminogueira@uem.br)

João Roberto Gerônimo – UEM

[jrgeronimo@uem.br](mailto:jrgeronimo@uem.br)

Rui Marcos de Oliveira Barros – UEM

[rmobarros@uem.br](mailto:rmobarros@uem.br)

Valdeni Soliani Franco – UEM

[vsfranco@uem.br](mailto:vsfranco@uem.br)

### Introdução

O tópico *simetrias no plano* vem sendo estudado há alguns anos por dois dos autores desse texto. O primeiro texto sobre o tema produzido por eles, destina-se ao ensino superior, porém, frente à fecundidade do assunto, particularmente no que se refere às atividades não essencialmente teóricas, vislumbraram a possibilidade de se trabalhar com simetrias desde a Educação Infantil.

A partir de então, com a equipe já completa, os autores realizaram reuniões periódicas com o objetivo de verificar, antes de mais nada, a pertinência e a conveniência da idéia e, principalmente, se existiriam impedimentos para que a tarefa fosse levada a bom termo.

Dentre as muitas questões abordadas nas reuniões de preparação, foram debatidos, entre outros, os seguintes aspectos relacionados ao tema “Simetrias no Plano”:

- Qual a importância do assunto para a Matemática, para a criança e seus estudos posteriores?
- Por quê trabalhar com simetria desde a Educação Infantil?
- Pode ser tratado como tema transversal?

- Quais as possíveis relações com outras disciplinas (interdisciplinaridades) e com outros campos da matemática?
- Quanto do assunto o professor precisa conhecer? E o aluno?
- Como proporcionar aos alunos que “conversem” sobre o assunto?

Para responder a estas questões foram pesquisados alguns textos já existentes sobre o tema, tais como:

*Ornamentos x Criatividade*, de Maria Salett Biembengut e Nelson Hein; *Geometria dos Mosaicos*, de Luiz Márcio Imenes e *Descobrendo Padrões em Mosaicos*, de Ruy Madsen Barbosa, os quais, apesar de apresentarem o tema de maneira pontual ou buscando ensinar a Geometria das séries iniciais mediante idéias de simetria, em muito colaboraram com nosso trabalho.

Buscávamos, porém, algo diferente, algo que não se resumisse e nem se relacionasse simplesmente com o tema Simetrias no Plano enquanto conteúdo matemático, mas que, principalmente, pudesse contribuir para que as aulas de Matemática se transformassem num ambiente de aprendizagem completo, onde os alunos desenvolvessem conteúdos não apenas conceituais e procedimentais, mas, particularmente, os atitudinais, que, por serem expressos sempre de maneira genérica, induzem à idéia de que são complexos para serem trabalhados.

Por este motivo, direcionamos nossas sugestões de atividades para o desenvolvimento de conteúdos atitudinais, sem descuidar, entretanto, dos conteúdos específicos, cuidando, porém que ao executarem as atividades propostas, com o imprescindível auxílio de seus professores, as crianças desenvolvessem sua criatividade e iniciativa, tornando-se sujeitos seguros e autônomos.

É evidente que entendíamos o quanto esse objetivo poderia parecer ambicioso, porém, acreditávamos que sua consecução estava longe de ser complexa, se resumindo em enfatizar as características naturais da criança, sua criatividade, sua curiosidade e, principalmente, incentivando a troca de idéias e experiências.

Com esse espírito, orientamos nossas discussões e, as respostas obtidas para as questões anteriormente arroladas complementadas por estudos a cerca de uma educação direcionada ao desenvolvimento da autonomia na criança, culminaram com a elaboração de um material que já foi testado mediante cursos de extensão destinados a professores da

Educação Infantil e séries iniciais do Ensino Fundamental da região de Maringá, e as sugestões dos participantes possibilitaram melhorias significativas no nosso trabalho.

O material resultante desta pesquisa é constituído de texto, contendo parte teórica escrita de maneira acessível aos professores da Educação Infantil e sugestões de atividades com materiais manipulativos, para serem desenvolvidas em salas de aula, e de um software denominado SIMIS, que permite trabalhar simetrias com a intervenção de recursos computacionais. No presente mini-curso, vamos nos restringir as atividades com materiais manipulativos.

Como, para o desenvolvimento de conteúdos atitudinais o que realmente importa é a postura do professor e que nenhuma mudança acontece sem que seja antecedida de reflexões, o texto proporciona, também, subsídios para tais reflexões, além de destacar, em cada atividade, os principais aspectos a serem explorados.

Assim, o objetivo deste mini-curso é colaborar com o professor subsidiando-o, teórica e metodologicamente, para o desenvolvimento de conteúdos atitudinais nas aulas de Matemática.

### **Por que simetrias no plano?**

Ao analisarmos os currículos de Matemática das escolas brasileiras, constata-se que o ensino de geometria não recebe o mesmo tratamento que o da álgebra por exemplo, ficando mesmo relegado a um segundo plano. As razões para este fato tem sido estudadas por diversos pesquisadores em Educação Matemática. Destacamos aqui duas delas, que dizem respeito diretamente ao nosso trabalho.

A primeira, é referente a esta desatenção com o ensino da geometria que também está presente nos cursos de formação de professores para a educação básica, o que, segundo Fainguelernt (1999), seria uma das razões para o relaxamento do ensino da geometria, “já que ninguém pode ensinar o que não conhece”.

A outra razão que destacamos, é relacionada à metodologia do ensino da geometria que não tem acompanhado as diversas tendências de renovação do ensino da matemática e, por não ter se renovado, apresenta-se desinteressante tanto para quem aprende, quanto para quem ensina.

Hoje em dia, a preocupação mais presente no ensino da matemática é com a contextualização dos conteúdos transmitidos. A matemática é essencialmente dedução e generalização, e a geometria é um campo fértil para o exercício dessas habilidades, pois sendo a parte mais intuitiva e concreta da matemática, é indispensável para a compreensão do espaço em que vivemos.

A aritmética é explícita para a contextualização, no entanto a geometria por estar implícita em muitas de nossas atitudes mais corriqueiras, e por ser extremamente ligada à nossa intuição, parece ser um dom natural, e não um processo de construção. Assim, é muito mais comum nos depararmos com “problemas do cotidiano” envolvendo a aritmética do que a geometria.

Porém, isto é decorrência, novamente, do pouco conhecimento que se tem da geometria e de suas infindáveis possibilidades, tanto no que se refere a aplicações práticas, quanto ao próprio desenvolvimento cognitivo da criança, pois seu estudo exige intuição, dedução e abstração.

De acordo com Fainguelernt (1999), a intuição, o formalismo e a dedução constituem a própria essência da geometria, o que a torna “um campo fértil para o exercício do aprender a fazer e aprender a pensar”, devendo integrar os currículos escolares desde a educação infantil.

Por essas razões, acrescidas do próprio valor intrínseco da geometria para a ciência matemática, é que optamos por um texto nesta área. Mas porque simetria?

Além do caráter lúdico, a construção do conceito de simetria e o estudo de suas propriedades geométricas, possibilita ao aluno a obtenção gradativa de idéias geométricas importantes para o desenvolvimento da própria geometria, ou seja, a simetria permite e exige uma imensa variedade de concretizações, e com isso, surgem muitas representações que através do processo de comparação, leva ao objetivo da geometria que é a generalização e abstração.

Quando se pensa em simetria, geralmente a primeira idéia que nos vem à mente, é a do senso estético, não deixando transparecer de imediato, suas inúmeras aplicações nas diversas áreas do conhecimento humano, em particular, na Matemática.

Mas, não é só nas ciências que as simetrias se revelam (a própria arte já é um exemplo disso), na verdade, estamos imersos num mundo de simetrias naturais ou não. Um

olhar mais atento ao nosso redor nos revela não só a presença, mas a necessidade da simetria para que muitas coisas funcionem.

Senão, vejamos: imagine se as linhas deste texto não estivessem dispostas de uma maneira simétrica, ou seja, não preservando a distância entre elas, ou que este livro não fosse dividido bem ao meio, produzindo folhas de tamanhos diferentes, isto não dificultaria a leitura? E isso é só o começo.

Você conhece algum esporte de natureza coletiva que seja praticado num local não simétrico? E quanto a natureza, será que uma ave poderia voar se seu corpo não fosse “projetado” simetricamente? E as borboletas? E o que dizer das folhas das plantas? Através da História, percebe-se a presença constante de simetrias em ornamentos de tecidos, desenhos, cerâmicas, construções e esculturas das mais remotas e diversas civilizações. Como a maioria destas civilizações não mantinham contato entre si, por estarem separadas no tempo e no espaço, o que se conclui é que a simetria é um conhecimento inerente ao ser humano e não de natureza cultural.

Por estarmos desde sempre imersos num mundo simétrico, evolutivamente, temos a tendência de achar as formas simétricas mais agradáveis, talvez em razão da sua familiaridade, o que não significa que formas assimétricas não sejam belas. Basta lembrar as obras de Salvador Dali ou das pedras de Vila Velha, no Paraná.

A importância de se conhecer simetria, destaca-se também nos trabalhos de “marketing”, de engenharia, arquitetura, marcenaria, biologia, medicina, entre outros.

Na Matemática, a noção de simetria possibilita, por exemplo, uma melhor compreensão das figuras geométricas e suas propriedades, ampliando a percepção geométrica do aluno. Isso, por sua vez, nos permite trabalhar sua relação com o desenho geométrico, com a geometria plana, com a geometria analítica, com a trigonometria e mesmo com a álgebra.

É importante que se faça aqui, algum comentário quanto ao uso da palavra simetria (e derivadas) em contextos não geométricos.

A simetria é em sua essência, um conceito geométrico, na verdade, a história nos mostra que ela constitui-se mesmo, na gênese do pensamento geométrico. Todavia, a associação com o conceito de simetria surge naturalmente, sempre que nos deparamos com situações envolvendo regularidades ou padrões que se repetem.

Assim, podemos falar, por exemplo, em números simétricos, em matrizes simétricas, na simetria dos coeficientes do Binômio de Newton; das raízes complexas da unidade; em simetrias de gráficos de funções, etc..., sem que, nestes casos, estejamos nos referindo necessariamente à simetria propriamente dita.

Devido à generalidade do assunto, ele pode ser tratado como tema transversal tanto no âmbito da Matemática, como interdisciplinarmente.

Neste breve mini-curso, o tema Simetrias no Plano, será visto de forma que possa ser aplicado na Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental, deixando claro, o nível de profundidade que pode ser atingido nos diferentes momentos de abordagem.

Ao se pensar na abordagem de um conteúdo num contexto pedagógico, é fundamental que se tenha clareza de sua importância. Essa clareza, juntamente com o domínio de conteúdo possibilita ao professor uma atitude metodológica que promova o envolvimento dos alunos, favorecendo o aprendizado.

Um outro ponto que precisa ficar claro é que um conceito possui diversas formas de representação que podem ser a palavra falada, a escrita, um desenho, um gráfico ou mesmo uma escultura. Por esta razão, procuramos diversificar as atividades, mediante a utilização de materiais e técnicas diferentes, possibilitando ao educando o contato com as mais variadas formas de representação do conceito de simetria no plano. A representação escrita do conceito é a última a ser apresentada, quando isso for possível é aconselhável, respeitando sempre a idade e o nível dos alunos.

Por outro lado, salientamos também, que nenhuma atividade é completa por si só. A participação do professor questionando, desequilibrando, provocando a reflexão dos alunos, antes e durante a realização das atividades, bem como a exploração dos resultados obtidos, mediante um “resumo teórico” como fechamento do processo, é fundamental para a consecução dos objetivos das atividades.

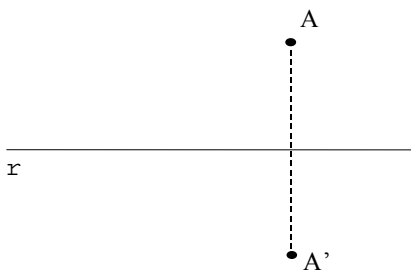
Finalmente, esperamos que nossas sugestões possam ser úteis, e mais do que isso, que sirvam de “ponto de partida” para exploração do deslumbrante mundo das formas que é a geometria.

## Subsídios teóricos

O mini-curso contará com um texto onde serão apresentados os subsídios teóricos necessários para a realização das atividades que serão propostas e, apenas como ilustração, citaremos abaixo um dos conceitos que será explorado.

### Reflexão

A **reflexão  $R_r$  em torno de um eixo  $r$**  (chamado **eixo de simetria**) é uma transformação que leva um ponto  $A$ , num ponto  $A'$ , onde  $A'$  se situa numa reta que passa por  $A$  e é perpendicular ao eixo de simetria, e tal que a distância de  $A'$  ao eixo  $r$  é igual à distância de  $A$  ao eixo  $r$ . Geometricamente, representamos a reflexão de um ponto  $A$  em torno de uma reta  $r$ , por:



Em outras palavras, a reflexão  $R_r$  funciona como um espelho, refletindo a imagem dos pontos que estão fora do eixo  $r$  e fixando os do eixo, isto significa que se um ponto  $P$  está em  $r$ , então sua imagem  $P'$ , coincidirá com o próprio  $P$ .

### Sugestões de Atividades:

A seguir apresentamos exemplos de duas atividades que serão desenvolvidas durante o mini-curso.

### Utilizando espelho

Os espelhos além de serem muito divertidos e exercerem um fascínio sobre as crianças, possibilitam visualizar, por inteiro, uma figura desenhada pela metade, sem a necessidade de completá-la. O objetivo desta atividade é levar o aluno a concluir que o espelho funciona como um “eixo de simetria”.

Nesta atividade, você atuará inicialmente como modelo e depois, como orientador do processo. Enquanto você atua como modelo (nesta ou em outras atividades) é

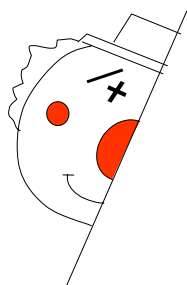
interessante “pensar alto”, referindo-se a cada uma das suas ações, inclusive deixando claro como organizou seu pensamento para realizar a atividade, de modo a contribuir para que os alunos tomem consciência das suas ações quando do desenvolvimento de suas próprias atividades.

**Material necessário:**

1. Uma folha de papel sulfite;
2. Lápis e borracha;
3. Lápis de cor;
4. Espelho.

**Desenvolvimento da atividade:**

1. Trace uma linha no papel sobre sua mesa (você, professor).
2. Num dos lados da linha faça a metade de um desenho, como por exemplo a figura abaixo.
3. Mostre para as crianças e peça para elas adivinharem o que é, incentivando a troca de opiniões.
4. Para verificar a resposta das crianças, coloque o espelho sobre a linha traçada e observe se as crianças estão vendo o desenho inteiro. Chame-as em grupos até a mesa.
5. Peça para as crianças fazerem o mesmo com a folha de sulfite, discutindo com os colegas qual será a figura resultante.
6. Auxilie-os com o espelho, para verificar se os colegas “adivinharam” a figura.



Uma flor, uma árvore, uma joaninha, uma cruz, ou um pião, são outras idéias para o desenho da metade da figura.



Diga que a reta é chamada eixo de simetria. É muito importante que as crianças conversem sobre o que estão aprendendo, por isso, toda atividade deve ser acompanhada de motivações para esta troca de idéias, por exemplo:

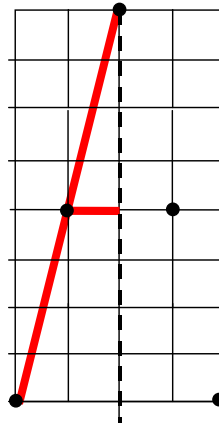
Pergunte se um avião poderia voar se não fosse simétrico; qual seria o eixo de simetria do avião? E os pássaros, as borboletas? Enfim, explore ao máximo as idéias já trabalhadas de figuras simétricas e eixos de simetrias. A troca de idéias possibilita o respeito pelo pensamento do outro e a valorização do trabalho cooperativo.

Professor, você pode perceber que no que se refere a conteúdos atitudinais, esta atividade permite a troca de experiências entre as crianças, a observação de formas geométricas em diversas situações, a conquista da confiança na própria capacidade para resolver problemas e, além disso, ela possibilita também, interpretar e produzir mensagens, que utilizam formas gráficas para apresentar informações.

### **Variação da atividade**

Letras também podem ser interessantes de serem desenhadas pela metade no quadro discutindo com as crianças qual seria a letra inteira. Com algumas letras, como o A, o V, o M, o O, o U, o H, o T ou o X, percebemos, facilmente, a simetria por reflexão por um eixo vertical. Para letras como o B, o C, o D, o E, o I e, de novo o H, o eixo de simetria será horizontal. Letras como o G, o J, o L, o N, o P, o Q, o R, o S, o F e o Z, não possuem simetrias de reflexão.

Para atividades com letras, o ideal é utilizar papel quadriculado, solicitando a criança que complete a metade que falta para obter uma determinada letra. Isto é importante, pois permite que a criança visualize a reflexão. Inicialmente, é necessário que as crianças busquem suas próprias formas de resolver o problema. Se nenhuma delas optar pela utilização de pontos simétricos como referência o professor, deve sugerir tal solução, destacando alguns pontos que facilitarão a construção.



Conforme a idade e o conhecimento prévio das crianças, podem ser desenvolvidas atividades em que elas troquem mensagens “cifradas”, utilizando apenas a metade das letras. Estas mensagens podem ser de uma única palavra ou de frases inteiras.

### **Utilizando recortes**

O objetivo desta atividade é a construção de uma figura simétrica por translação. É importante que você desenvolva as atividades antes de seus alunos, de forma a direcionar a execução por meio de questões.

### **Material necessário:**

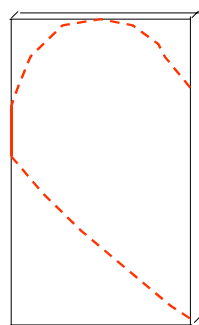
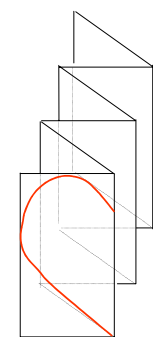
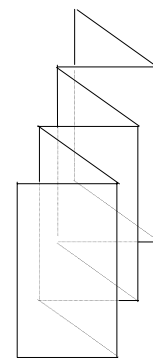
1. Uma tira de papel colorido;
2. Régua;
3. Tesoura;
4. Lápis e borracha.

### **Desenvolvimento da atividade:**

Dobre a faixa de papel colorido como uma “sanfoninha”, dividindo-a ao meio e dobrando cada metade em três partes iguais (pode-se dividir em mais partes, mas de tal forma que resulte sempre num número ímpar de dobras).

Na primeira face, faça um desenho qualquer, de tal modo que toque nas duas laterais desta face onde existem as dobras;

Recorte a sanfoninha conforme o desenho abaixo, tomando o cuidado para não recortar as dobras por inteiro, sem isso não será possível a obtenção da faixa desejada.



Mostre para as crianças o papel ainda dobrado e peça para elas imaginarem o que surgirá, incentivando a troca de opiniões.

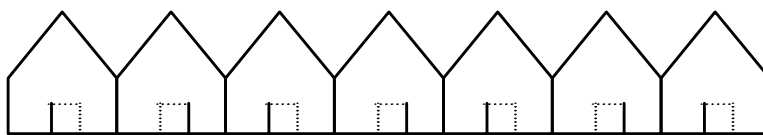
Para verificar a resposta das crianças, abra o papel.

Peça para as crianças fazerem o mesmo com a sua faixa de papel, discutindo com os colegas qual será a figura resultante.



**Observação:** Professor, observe que o resultado obtido é um “pedaço” de uma translação, e que no nosso exemplo, o padrão de repetição por translação é o coração por inteiro, embora tenhamos desenhado apenas sua metade utilizando a dobra como eixo de reflexão.

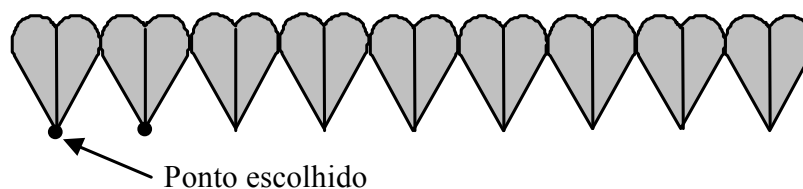
Um outro exemplo para deixar mais claro a idéia de que o padrão de repetição é a figura inteira, é dado a seguir, que foi obtida utilizando o mesmo procedimento anterior.



Neste “pedaço” de translação, fica claro pela abertura das portinhas que o padrão são duas casinhas geminadas.

Mas pelo que foi visto anteriormente, para se ter uma translação não basta que tenhamos um padrão de repetição, é preciso também que haja uma regularidade nesta repetição, isto é, o padrão deve se repetir segundo uma direção e distância fixas. Para explorar este aspecto com as crianças, devemos continuar a atividade.

1. Marque um ponto na primeira figura (procure escolher um ponto que se destaque na figura, por exemplo, no nosso caso, a ponta do coração).



2. Com o auxílio da régua meça a distância deste ponto até o seu correspondente na figura seguinte, e assim, sucessivamente até o última figura. Discuta com as crianças os resultados obtidos, chamando a atenção para o fato que as distâncias entre as figuras são iguais (esta medida é o comprimento do vetor de translação).

**Observação:** Figuras simétricas utilizando reflexões, rotações e translações numa única direção são denominadas **frisos**. Os frisos podem ser observados em diversos locais tais como paredes azulejadas, bordados em toalhas, barrados de cortinas, grades de portões e bordas de tapetes.

### Comentários finais

A evolução da educação brasileira nas últimas décadas, pode ser descrita pelos “slogans” governamentais ou “bandeiras” defendidas pelos educadores, tais como “universalização e democratização do ensino”; “escola para todos”; “escola pública de qualidade”; “educação e diversidade” ou “escola cidadã”, entre tantos outros.

Todavia, se podemos considerar que, pelo menos no que se refere aos números oficiais, temos hoje “escola para todos”, isto é, atingimos quantitativamente um dos objetivos propostos, um dos preços pagos para isso, foi a desvalorização da profissão de professor, pois com o aumento da demanda, houve a necessidade de rápida formação, daí a proliferação de cursos de licenciatura, muitos em finais de semana, sem falar na significativa redução de salários e aumento da carga horária de trabalho. Conseqüentemente, a qualidade do ensino brasileiro atualmente deixa muito a desejar.

Esta baixa qualidade do ensino brasileiro é preocupação unânime dos órgãos governamentais, universidades, organizações não governamentais e sociedade em geral, e são muitas as sugestões e iniciativas objetivando a melhoria desta situação angustiante. Dentre essas, a capacitação e instrumentalização do professor é, com certeza, a que mais freqüentemente aparece.

É evidente que muitas outras variáveis estão envolvidas na construção de uma escola de qualidade, porém, nenhuma merece mais atenção do que o trabalho do professor.

Compreendendo o contexto no qual o professor do Ensino Fundamental está inserido, suas necessidades, aspirações e condições, acreditamos que uma forma (entre muitas até melhores, talvez) de colaborar com o seu aperfeiçoamento teórico e metodológico é a produção de materiais acessíveis que possam subsidiar sua prática pedagógica.

### **Bibliografia**

BARBOSA, R. M. **Descobrimo Padrões em Mosaicos**. São Paulo: Atual, 1993.

BIEMBENGUT, M. S., SILVA, V. C., HEIN, N. **Ornamentos x Criatividade**. Blumenau, SC: FURB, 1996.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação Matemática: representação e construção em geometria**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

GERÔNIMO, J. R., FRANCO, V. S. **Simetrias no Plano**. Maringá, PR: EDUEM (aguardando publicação).

IMENES, L. M. **Geometria dos Mosaicos**. 8ed. São Paulo: Scipione, 1994.