Educação Matemática em Revista

Ano 14 - nº 26, Março de 2009

Diretoria Nacional Executiva
Gestão 2011-2013

Presidente
Cristiano Alberto Muniz

Vice-Presidente
Rute Elizabete de Souza Rosa Borba

Primeira Secretária
Regina da Silva Pina Neves

Segunda Secretária
Marilena Bittar

Terceiro Secretário
Lucas Gabriel Seibert

Primeiro Tesoureiro
Cleyton Hércules Gontijo

Segundo Tesoureiro
Wagner Rodrigues Valente

Comitê Executivo

Luiz Marcio Pereira Imenes

Nilza Eigenheer Bertoni

Paulo Figueiredo Lima

Regina da Silva Pina Neves

Edição

Célia Curto e Edson Lima (colaborador)

Cristiano Alberto Muniz

Regina da Silva Pina Neves

Revisão de Textos
Célia Curto

Criação e Produção
Célia Curto Comunicação

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EM REVISTA
é uma publicação trimestral da

SOCIEDADE BRASILEIRA
DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
ISSN 1517-3941

SUMÁRIO

02 **Apresentação**

03 **Crianças elaborando problemas de estrutura multiplicativa**
Gilda Lisboa Guimarães e Roberta Rodrigues dos Santos

10 **As aulas de Matemática e as práticas avaliativas possíveis**
Carmyra Oliveira Batista

16 **Reflexões sobre o ensino de Matemática nos anos iniciais de escolarização**
Gilda Lisboa Guimarães e Rute Elizabete de Souza Rosa Borba

17 **Integrando Modelagem Matemática nas práticas pedagógicas**
Jonei Cerqueira Barbosa

26 **Explorando o Teorema de Pitágoras com Geogebra**
Adriana da Conceição de Souto Brito e Marília Lidiane Chaves da Costa

33 **Tecnologias e Educação Matemática**
Norma Suely Gomes Allevato

34 **Jogos como recursos didáticos nas aulas de Matemática no contexto da Educação Básica**
Diva Marília Flemming

41 **O perímetro do Tangram e suas aplicações no desenho industrial**
Antônio José Lopes

46 **Sugestão de sites e softwares educativos para o professor de Matemática**
Jorge Cássio Costa Nóbriga

47 **XII Conferência Interamericana de Educação Matemática**

48 **Normas para a submissão de propostas**

51 **Regionais da SBEM**

Os materiais assinados são de responsabilidade dos autores.
É permitida a reprodução dos materiais, desde que citada a fonte.
2009 SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA- SBEM

Apresentação

Nova revista, novo portal

Na perspectiva da continuidade dos grandes projetos da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), lançamos, neste momento, o número 26 da Educação Matemática em Revista (EMR), com novo projeto editorial, tendo como objetivo atender, cada vez mais, ao professor da Educação Básica. Para tanto, apresentamos conteúdos mais voltados à práxis pedagógica, ampliamos a oferta de imagens e diversificamos as seções para abranger mais temas e abordagens. Enfim, iniciamos a construção de uma nova EMR, como há muito tempo reivindicavam os professores que ensinam matemática.

Os autores e autoras que colaboraram neste número apresentam reflexões sobre momentos de sua prática e socializam suas experiências docentes, ao mesmo tempo em que discutem temas vitais ao trabalho do professor, auxiliando a todos na interpretação da produção matemática de escolares de diferentes níveis de ensino.

Desejamos que estas matérias sejam fonte de consulta para professores e coordenações pedagógicas, difundidas e discutidas entre os colegas, no interior da escola e fora dela, e que fomentem atividades/ações em sala de aula. Desejamos, mais ainda, que elas sejam inspiradoras e que, no próximo número da EMR, muitos dos agora leitores ocupem o espaço de autores, divulgando suas experiências e materiais.

Fazer com que a EMR chegue aos professores e às escolas é outro desejo imposto, que nos faz lançar inicialmente a revista em formato digital para posterior impressão e envio. Com o gradativo aumento do acesso à internet, acreditamos que a versão digital facilitará sua difusão junto aos filiados e à comunidade, ampliando as oportunidades de divulgação das matérias por ela veiculadas.

O lançamento desse novo projeto editorial da EMR vem junto à inauguração do novo portal da SBEM, que buscará ser de constante visitação dos professores uma vez que nele encontrarão, além da EMR, material didático para consulta, contatos com as Regionais e com os grupos de trabalho, divulgação de eventos e muito mais.

Em função do novo projeto editorial da EMR, a Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (RIPEM) torna-se a revista de difusão científica da SBEM e deve congregar a produção acadêmica da área de caráter internacional e buscar sua excelência enquanto editoração científica, devendo ser publicada exclusivamente na versão digital.

Cristiano Alberto Muniz
Presidente da SBEM

Relato de Experiência

Crianças elaborando problemas de estrutura multiplicativa

Resolver problemas tem sido recomendado, com frequência, para a formação Matemática. Você pode conhecer, neste artigo, como são ricas as experiências de sala de aula em que o aluno é chamado a elaborar problemas

Gilda Lisboa Guimarães[1]
Roberta Rodrigues dos Santos[2]

O trabalho em sala de aula exige que o professor proponha situações que favoreçam aos alunos a apropriação de conhecimentos novos e significativos. Assim, ele precisa buscar, constantemente, estratégias que viabilizem a aprendizagem dos alunos em relação aos conhecimentos que deseja serem por eles construídos.

Hoje, todos os educadores comentam que a aprendizagem da matemática deve passar pela resolução de problemas. Porém, trabalhar matemática a partir de problemas é comumente interpretado, ou utilizado, como praticar problemas para aprender matemática. Essa questão envolve o uso de listas de problemas a serem resolvidas a partir de um modelo recentemente ensinado. Essa prática explicita a ideia de que é preciso exercitar muito para aprender matemática. Essa forma de trabalho favorece o uso de modelos de resolução que habilitam os alunos a resolverem problemas restritos a situações propostas, sem levá-los a, de fato, aprender a resolver problemas.

Muitas vezes, nos deparamos com situações nas quais o enunciado solicita do aluno que resolva os problemas, mas a solução deles já está pré-definida no enunciado. Vejamos um exemplo: o livro didático ou o professor coloca o título "Problemas de multiplicação" e abaixo encontramos uma lista de problemas. Em uma situação como essa, será que o aluno precisa resolver o problema ou simplesmente efetuar uma conta? Resolver o problema implica saber que relação vai estabelecer entre as informações (numéricas ou não) e escolher a forma de solucionar ou uma operação matemática para solucionar. Por outro lado, realizar a conta é saber multiplicar um número pelo outro. Assim, na situação apresentada, o que o aluno de fato vai fazer é resolver a conta, pois o problema ele já sabe que é de multiplicar. Da mesma forma, a clássica pergunta dos alunos "que conta fazer?", quando respondida, retira do aluno a oportunidade de, efetivamente, resolver o problema, deixando para o estudante apenas a tarefa de executar a conta.

Dessa forma, podemos distinguir dois tipos de cálculos na resolução de um problema: o cálculo relacional, que está ligado à compreensão lógica do problema, e o cálculo numérico, ligado à computação que o aluno faz.

Apresentamos, abaixo, dois problemas nos quais uma mesma conta de multiplicar (cálculo numérico) pode ser utilizada em diferentes situações lógicas

[1] *Doutora em Psicologia Cognitiva (gilda@ufpe.br)*
Universidade Federal de Pernambuco
[2] *Mestre em Educação (robertarodriguessantos@hotmail.com)*
Universidade Federal de Pernambuco

(cálculo relacional).
A conta 3 x 4 pode ser utilizada para resolver tanto o problema 1 como o problema 2:

Problema 1. Tânia vai participar de um campeonato de salto em altura e precisa treinar muito. Ela está treinando 3 vezes por semana. Se ela treinar durante 4 semanas, quantos dias ela terá treinado?

Problema 2. Uma fábrica produz bolas de 3 tamanhos (pequeno, médio e grande) e de 4 cores diferentes (azul, amarela, verde e rosa). Quantos tipos de bola essa fábrica produz?

No problema 1, a quantidade 3 dias é repetida 4 vezes, enquanto no problema 2, é necessário fazer uma combinação entre todos os tamanhos (3) com todas as cores (4). Observe que o cálculo relacional é diferente, mas o cálculo numérico é o mesmo.
Porém, muitas vezes, o aluno, para resolver o problema, não faz uma conta "armada" – ele faz desenho, faz mentalmente uma parte e registra outra, faz contas, mas não necessariamente aquela que o professor desejava e, infelizmente, essas estratégias não são valorizadas na sala de aula.

Ao contrário dessa posição, acreditamos que é preciso oferecer às crianças diferentes possibilidades de resolver os problemas, sem vetar as estratégias criadas por elas nas resoluções. Os alunos precisam ser livres para pensar sobre qual a melhor forma de resolver os problemas e essas formas devem ser consideradas possíveis pelos professores. Diferentes formas ou estratégias de solução podem implicar também diferentes registros. É partindo dessas formas que podemos confrontá-las com o algoritmo convencional, levando os alunos a sua compreensão. Acreditamos que os alunos devem saber realizar as quatro operações básicas, entretanto, salientamos que o algoritmo convencional é apenas uma das formas.

Na verdade, quanto maior o número de estratégias que dominamos, maiores serão as chances de resolvermos as situações-problema, uma vez que podemos escolher a estratégia que melhor se adequa a cada uma das situações que nos defrontamos. Se estivermos em um supermercado, por exemplo, e o dinheiro que temos não for muito, em geral, vamos mentalmente arredondando e somando os números para que, quando chegarmos ao caixa, não tenhamos pego mais produtos do que podíamos comprar. Por outro lado, se estamos em casa fazendo a contabilidade dos gastos no mês, em geral, optamos por utilizar uma calculadora. Podemos pensar, ainda, em uma situação na qual queremos saber o preço de uma mercadoria anunciada no jornal em 17 prestações e, se tivermos lápis, poderemos resolver a conta e saber o preço total.

Assim, cabe ao professor propor diferentes situações-problema e permitir, ou mesmo incentivar, que os alunos possam analisar as situações e buscar solucioná-las de formas variadas. Por outro lado, também é necessário levar os alunos a compreender que uma mesma operação está relacionada a problemas diferentes e um mesmo problema de por diferentes operações.

Uma maneira bastante interessante de proporcionar aos alunos a compreensão de diferentes lógicas envolvidas em uma situação-problema é solicitar que eles mesmos elaborem problemas. Neste artigo, apresentamos algumas situações vivenciadas por alunos do 5o ano de uma escola pública do Recife.

Como foi realizado o trabalho?

Essa experiência fez parte de um processo de formação continuada na qual refletíamos sobre como proporcionar uma melhor aprendizagem dos alunos em relação à resolução de problemas de estrutura multiplicativa (problemas chamados de multiplicar ou de dividir). Foram realizados com duas professoras de 5º ano cinco encontros de formação. No intervalo desses encontros, elas experimentavam atividades com seus alunos, que eram analisadas nos encontros seguintes.

Iniciamos propondo atividades que levassem as professoras a refletir sobre as lógicas de cotição e partição e sobre diferentes formas de se solucionar um problema, inclusive a partir de desenhos.
Observamos que, a partir do que as professoras vivenciavam, elas iam efetivando mudanças na forma

de conduzir as atividades. Elas, por exemplo, pararam de direcionar a resolução dos problemas a partir de uma estratégia (a que acreditavam ser a melhor), deixando os alunos escolherem como solucioná-los. Durante a resolução dos problemas pelos alunos, elas circulavam pelos grupos sem fornecer uma forma de pensar, mas os fazendo pensar sobre como resolver. Elas não estavam agindo de forma espontaneísta, tinham clareza do que queriam e valorizavam a importância de conceder um tempo para o aluno pensar sem apresentar logo o cálculo numérico, algo que elas afirmaram que faziam corriqueiramente. Essa forma de organizar as atividades, de maneira que os alunos pudessem explicar suas estratégias, assim como defendê-las, permitiu a eles um espaço para reflexão e o exercício de argumentação e contra-argumentação, assim como deu às professoras uma possibilidade de avaliar os alunos de maneira mais individual e efetiva, podendo compreender como eles estavam pensando na ação.

É perceptível na fala das professoras uma surpresa diante dos resultados positivos dos alunos a partir de uma dinâmica diferente da habitual e avançando para além do esperado por elas:

Normalmente a gente começa falando o nome do assunto, diz a continha, como é que faz, os termos (...) Eu vejo a atividade realizada como instigadora e que faz os alunos trabalharem de verdade com o raciocínio e não ficar somente repetindo ações que a gente dá".
(Professora 1)

É, e depois a gente vai fazer os problemas e agora a gente começou como de trás pra frente. E foi muito mais interessante pra eles. Despertou muito mais curiosidade e interesse..
(Professora 2)

Após esse período de reflexão sobre as diferentes lógicas dos problemas de multiplicação e sobre diferentes formas de solucioná-los, iniciamos uma reflexão sobre o que os alunos poderiam aprender se solicitássemos que elaborassem problemas a partir de uma pergunta. Perguntamos, então, às professoras o que seria preciso para que os alunos elaborassem problemas. Elas responderam que os alunos não saberiam escrever muito bem e aí iriam escrever errado. Com essa resposta, pudemos perceber que, a princípio, o foco da análise delas estava voltado para a questão da correção gramático-ortográfica. Assim, continuamos a discussão até chegarmos a um consenso sobre o que precisaríamos observar nas atividades: a compreensão da lógica dos problemas.

A proposta da atividade era que os alunos elaborassem problemas a partir de uma pergunta que lhes seria entregue. Em seguida, haveria um rodízio dos problemas elaborados, para que outras duplas os resolvessem e fossem observadas durante a resolução as principais dificuldades do enunciado proposto, caso houvesse. Como conclusão da atividade, outra dupla faria a correção.

É importante frisar que os alunos não tinham nenhum "modelo" a seguir, entretanto, já tinham vivenciado atividades envolvendo problemas com estruturas multiplicativas e com formas diferentes de proposições, como figuras, textos e tabelas.

A professora 1 acreditava que a atividade seria bastante difícil para os alunos, pois sempre oferecera problemas com uma estrutura de texto convencional, ou seja, um pequeno enunciado que culminava numa pergunta. Sendo assim, sentiu necessidade de questionar sobre o que os alunos entendiam sobre problema de Matemática, obtendo a seguinte resposta: *uma tarefa que no final tem uma conta.*

A professora 2, também temerosa, optou por propor a atividade dizendo: "*Hoje a gente vai ser como o homem que escreve o livro de Matemática. Vocês é que vão criar probleminhas pra os alunos que vão ler o livro resolverem, certo?*" Os alunos mostraram-se empolgados, acreditamos que por estarem produzindo algo que seria interessante de ser lido por outras pessoas, como acontece com os livros a que eles têm acesso.

Assim, a atividade constou de três etapas realizadas pelos alunos: elaboração, resolução e a análise de problemas.

Durante todo o processo de realização da atividade, as intervenções das professoras eram no sentido de esclarecer o que estava sendo solicitado, nunca no in-

tuito de dar "dicas" ou de corrigir falhas gramaticais, de pontuação ou mesmo de coerência textual.

As produções dos alunos surpreenderam as professoras

Como já dissemos, essas professoras nunca tinham proposto esse tipo de atividade, assim, elas pressupunham que os alunos iriam apresentar muitas dificuldades em respondê-las. Entretanto, as produções dos alunos surpreenderam-nas, como podemos ver nos exemplos a seguir.

No exemplo 1, a dupla recebeu a seguinte pergunta: "Quantas laranjas a fazenda produzirá?" A partir dela, os alunos elaboraram o problema: Uma fazenda tinham 6 pés de laranja. Cada pé tinha 50 laranjas. Quantas laranjas a fazenda produzirá? A dupla que respondeu, registrou a conta que realizou e o seu resultado, que foi aprovado pela terceira dupla.

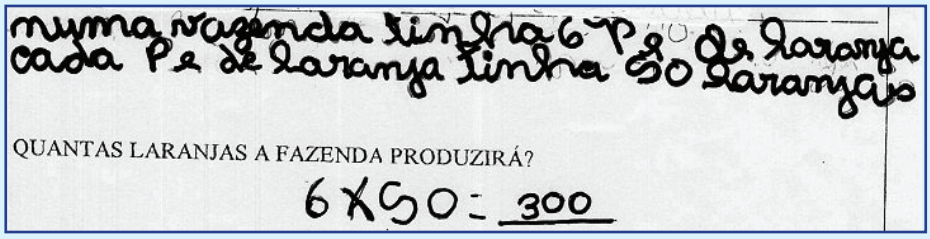


Figura 1. Problema elaborado pela primeira dupla

Nesse exemplo, podemos perceber que as duplas que participaram conseguiram elaborar um problema de forma coerente, resolvê-lo e corrigi-lo. Já no exemplo 2, observa-se que o enunciado elaborado não permite que o problema seja resolvido. Mas ele foi resolvido por outra dupla! Como?

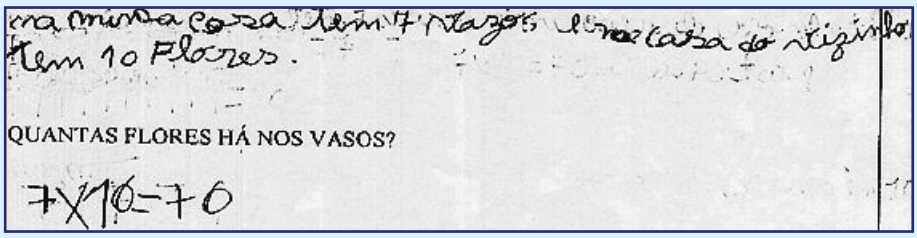


Figura 2. Dupla responde a problema elaborado por outros alunos

Quando a terceira dupla foi corrigir, vejam o diálogo realizado:

Alunos que corrigiam: "*Ôche! Esse problema não dá pra resolver... Comé que vai fazê isso? A flor tá numa casa e o jarro tá na outra? Então, não tem flor dentro do jarro!*"

Alunos que elaboraram: *"Tem sim, num tá vendo aí, que tem 10 flor dentro?"*

Alunos que corrigiam: *"Não. Vocês disseram que tinha 10 flor na casa do vizinho e não no jarro! E vocês* (dirigindo-se ao grupo resolvedor), *como é que fizeram isso?* (a resposta)"

A dupla que elaborou demonstrou saber que precisava relacionar quantidade de vasos com quantidade de flores neles, mas não conseguiu finalizá-lo de forma adequada. Os alunos que resolveram, como sabiam que estavam estudando situações-problema que envolviam a multiplicação, selecionaram os dois numerais apresentados e os multiplicaram. Apenas o grupo que tinha a função de corrigir percebeu a impossibilidade de relacionar os dados diante do enunciado. Convém observar que a tarefa desse grupo envolve algo mais complexo, que vem a ser compreender o problema e, ainda, a estratégia utilizada pelo grupo que resolveu o problema.

No Exemplo 3, a dupla recebe a questão "Quantos conjuntos será possível José fazer?". Os alunos compreendem que a pergunta exigia a combinação de dois conjuntos e corretamente elabora o problema. A dupla que resolve também compreende a relação que precisa ser estabelecida entre as quantidades e resolve o problema montando um esquema no qual combina todas as calças com todas as camisas e faz o registro da operação Matemática que pode ser utilizada, chegando à resposta correta.

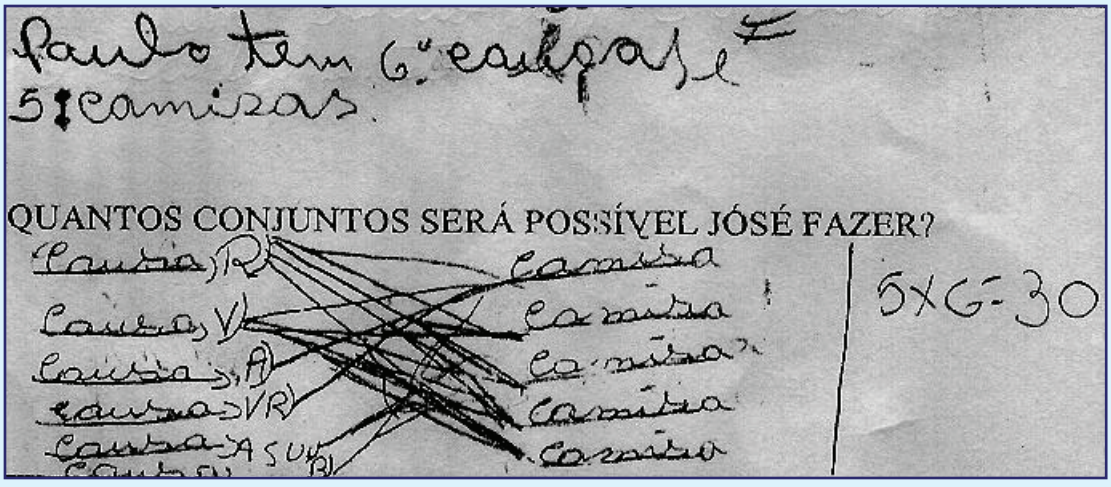


Figura 3. Exemplo de resolução de problema

Nesse caso, o grupo que elaborou o problema percebeu que era uma questão combinatória. Entretanto, não conseguiu expressar as características que diferenciavam as peças do problema. Já o grupo que resolveu sentiu necessidade de criar características para cada peça e assim gerar conjuntos diferentes para poder resolver a questão. Eles ainda resolveram sob duas formas de representação, uma como um diagrama e em forma de cálculo numérico.

Gostaríamos de ressaltar que, para a compreensão do cálculo relacional envolvido ou da lógica do problema, o desenho pode ser uma representação eficiente para levar os alunos à compreensão. Esse tipo de resposta, muitas vezes, não é incentivado na escola e, em outras, nem é permitido de ser utilizado. As professoras desses alunos afirmaram reconhecer esse fato e acrescentaram que não tinham sido preparadas para trabalhar com resoluções por meio de desenhos, como pode ser observado nos depoimentos abaixo:

É, se ele (o aluno) começa pela representação através de desenho, fica mais fácil aprender o algoritmo, pois o conceito vai estar claro na cabeça dele. (Professora 2)

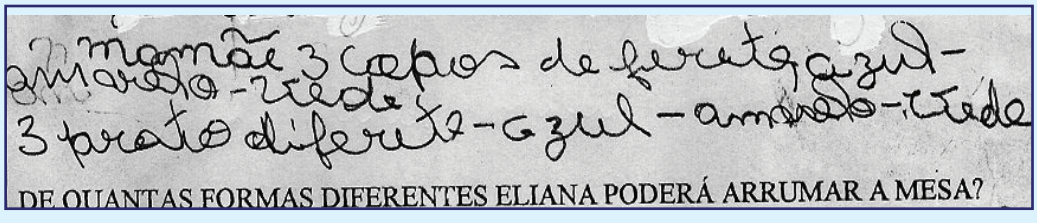


Figura 4. Alunos elaboraram problema e descriminaram a cor dos objetos

Eu uso um pouco a "representação" por desenho, mas realmente não parei para pensar nas possibilidades que estão envolvidas nos problemas. (Professora 1)

Já nesse exemplo 4, podemos ver que os alunos tiveram a preocupação de recorrer a cores para informar que os copos eram distintos entre si, o mesmo ocorrendo com os pratos. Além disso, o enunciado da questão de base deixa mais claro que se pedem conjuntos constituídos de um prato e um copo (arrumação de uma mesa).

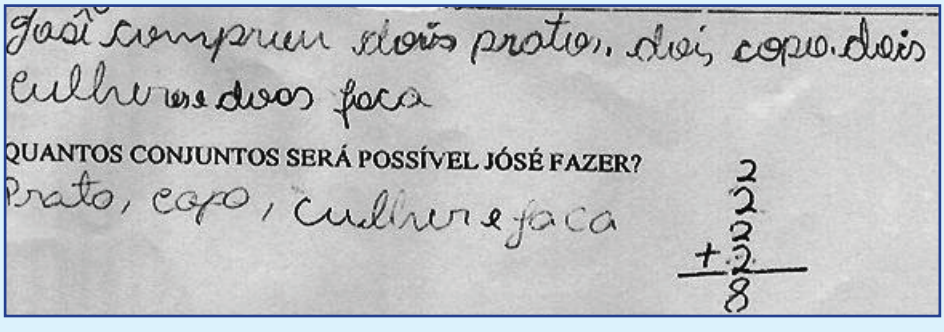


Figura 5. Problema elaborado com mais elementos

A dupla que elaborou o problema do exemplo 5 percebeu que a pergunta indicava uma combinatória e que, portanto, deveria ter elementos diversos a serem combinados, apesar de não ter definido cada elemento, como no exemplo 3. Entretanto, eles acabaram criando um problema bastante complexo, pois exigia a combinação de 4 objetos sendo que, para cada tipo, teriam dois modelos. Assim, podíamos ter, por exemplo: prato (pequeno e grande), copo (de vidro ou de plástico), colher (pequena e grande) e faca (pequena e grande).

a) prato pequeno, copo de vidro, colher pequena e faca pequena ou
b) prato pequeno, copo de vidro, colher pequena e faca grande ou
c) prato pequeno, copo de vidro, colher grande e faca pequena ou ainda vários outros.

A dupla que respondeu parece não ter compreendido a necessidade das combinações ou, diante de tantas combinações possíveis, acabou considerando que a solução passava pela soma de todos os objetos. Ao ver a solução, a professora pergunta:

Professora: Por que você juntou tudo?
Grupo: Precisava ser de vezes, tia?
Professora: Não!
Grupo: Então, de vez ou de mais é a merma coisa.

Os problemas de estrutura multiplicativa, às vezes podem ser resolvidos pela soma, como no exemplo 1. No problema de laranjas por pé, era possível responder usando a soma:

50 laranjas
50 laranjas
50 laranjas
50 laranjas
50 laranjas
+ 50 laranjas
6 pés
300 laranjas

Entretanto, isso não quer dizer que o problema envolve uma lógica de somar as quantidades, pois quem resolve dessa forma compreende que existe uma relação multiplicativa, ou seja, uma quantidade que se repete um certo número de vezes. Se alguém responder 50 + 6 = 56, aí sim, podemos dizer que a pessoa que respondeu não conseguiu entender a lógica do problema, apesar de ter realizado a operação que se propôs (50 + 6) corretamente. Algumas vezes, os alunos só trabalham com problemas de estrutura multiplicativa com situações que podem ser resolvidas pela soma, como a apresentada, e acabam considerando que todo problema de estrutura multiplicativa pode ser resolvido pela soma, o que não é verdade, como pode ser visto nos exemplos 3, 4, e 5.

Assim, não é a quantidade de atividades, muitas vezes repetitivas, que leva os alunos a decorar estratégias de resolução, que de fato geram a aprendizagem dos alunos, mas, sim, situações que os levem à reflexão sobre as soluções. Vejam, por exemplo, a clareza da argumentação de um dos alunos das professoras que modificaram suas práticas diante do seguinte problema:

Mamãe vai fazer vários tipos de sanduíche usando dois tipos de pão (pão bola e pão cedinha). Cada tipo de sanduíche terá apenas um tipo de recheio que poderá ser queijo coalho, queijo prato, mortadela e presunto. Quantos tipos de sanduíche mamãe poderá fazer?

A gente fez assim: desenhou dois pães e embaixo de cada um fez o desenho dos recheios que tinha e ligou. Depois, a gente contou quantos deu para fazer. Só que na hora de fazer a conta a gente pensou de dois jeitos. Ou a gente junta os sanduíches de um pão com o do outro, ou a gente faz os pães vezes os recheios. (Aluno do 5º ano)

Finalmente, podemos concluir...

Apesar de as professoras nunca terem proposto algo parecido para seus alunos e demonstrarem insegu-

rança para realizar tal proposição, elas concordaram em efetivar a nova didática. Ao contrário do que elas esperavam, os alunos realizaram as atividades sem maiores dificuldades. A surpresa das professoras era tão transparente que os alunos ficaram com sua autoestima bastante elevada diante de tantos elogios recebidos delas pelos rendimentos.

A proposta de elaboração de problemas pelos alunos revelou-se, assim, bastante positiva. Por meio dela, tornou-se possível uma reflexão com as professoras participantes sobre as estruturas dos problemas, os dados necessários, as relações entre as quantidades envolvidas, a coerência entre a pergunta e os dados fornecidos e as operações que podem ser realizadas.

Relatar a experiência vivenciada foi um prazer, mas foi, principalmente, mais uma forma de refletir sobre o que fizemos e aprendemos. Você já experimentou escrever para outros leitores suas experiências? As questões do cotidiano de sala de aula de uma escola devem ser registradas, analisadas e publicadas, para que milhares de experiências bem sucedidas não fiquem perdidas e possam contribuir com outras salas de aula.

Assim, consideramos necessário que os professores se percebam como professores pesquisadores, que consigam teorizar e produzir conhecimentos sobre suas práticas levando em conta as condições institucionais, sociais e históricas do ensino que realizam, a fim de promover a emancipação dos educadores envolvidos no processo educativo.

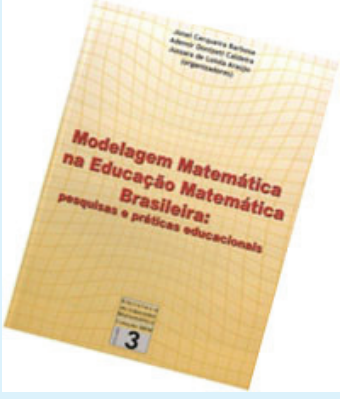
Professor,

O site da Sociedade Brasileira de Educação Matemática está repleto de novidades.

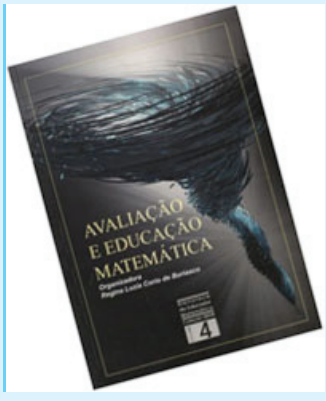
Acesse: **www.sbem.com.br**

Biblioteca do Educador Matemático

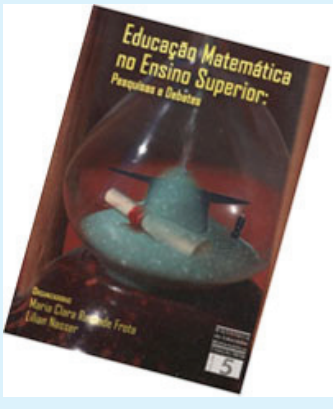
Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira:
pesquisas e práticas educacionais



Avaliação e Educação Matemática



Educação Matemática no Ensino Superior *Pesquisa e Debate*



Adquira já o seu!

www.sbem.com.br

As aulas de Matemática e as práticas avaliativas possíveis

Entre as rotinas diárias de um professor está a necessidade de avaliar os alunos. Saiba qual a maneira mais adequada de avaliar e conheça a diferença entre avaliação e exame

Carmyra Oliveira Batista[1]

Nós, professores, temos uma rotina interessante, quando pensamos sobre o trabalho pedagógico que desenvolvemos: para entrar em uma sala de aula, organizamos, mesmo que mentalmente, as atividades que desenvolveremos no dia. Dito assim, parece ser muito simples o que fazemos, mas não é. Vamos adentrar à sala de aula refletindo sobre o que vivenciamos?

As aulas e a sala de aula

Para organizar a aula de maneira a torná-la efetiva, geralmente, planejamos as atividades: sejam listas de exercícios criadas por nós ou que retiramos de alguma fonte de consulta, seja uma atividade para a introdução, o aprofundamento ou a revisão de conteúdo/conceitos. Munidos desse planejamento, lá vamos nós para a nossa rotina de entrar em várias salas de aula por dia, para desenvolvermos os conteúdos na busca de atingir os objetivos educacionais do nível de ensino no qual trabalhamos, aliados aos objetivos específicos da disciplina. E assim passamos um mês, um bimestre, um semestre, um ano letivo. Essa é a dimensão da mediação que desenvolvemos no nosso trabalho pedagógico, isto é, colocar o estudante em contato com informações que expressem parte do conhecimento socialmente construído para que eles constituam suas aprendizagens.

Quando chegamos à sala de aula, nos deparamos com estudantes: crianças, jovens ou adultos, de cores, tamanhos e receptividades variadas. De alguns, sabemos os nomes, de outros reconhecemos os rostos, outros, talvez, nos sejam indiferentes. Alguns, já sabemos que gostam muito de Matemática, outros, nem tanto, mas todos estão ali e é com eles que convivemos a maior parte de nossos dias. Essa é a dimensão relacional do trabalho pedagógico que desenvolvemos.

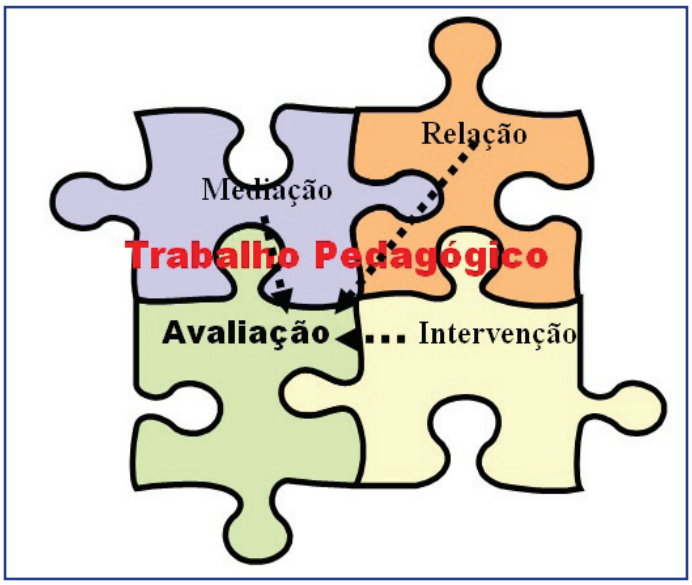
No instante em que começamos o trabalho pedagógico em uma sala, temos que organizar o encaminhamento das atividades no espaço/tempo da aula e, para isso, confrontamos nossas concepções de aprendizagem/ensino de Matemática com o saber individual dos estudantes, com as crenças pessoais e sociais deles e dos colegas professores, com as regras sociais, com os materiais que propomos para a aula. Tudo isso faz parte da organização do ambiente educativo para a promoção das aprendizagens. Assim, constituímos a terceira dimensão, a intervenção e sua qualidade, que, pedagogicamente, seria meter-se no pensar/agir do outro para compreendê-lo ou propor-lhe novos caminhos de pensamento-ação que incitem possibilidades de criação de estratégias para a resolução de problemas e situações-problema.

Essa descrição geral e inicial nos leva ao desenho de uma aula de Matemática que "funciona numa dupla direção: recebe a realidade, trabalha cientificamente, [por meio de uma transposição didática] e volta a ela

[1]*Doutora em Educação e Especialista em Educação Matemática (carmyra.batista@gmail.com)*
Escola de Aperfeiçoamente dos Profissionais da Educação - EAPE/SEEDF.

de uma forma nova, enriquecida com a ciência e com propostas novas de intervenção" (MASETTO, 2003, p. 75).

Mas, nosso trabalho não acaba aí, nunca é inócuo e, portanto, tudo o que propomos no espaço/tempo pedagógico da sala de aula é intencionado pelos objetivos que queremos alcançar com os estudantes: desenvolver aprendizagens que envolvam a capacidade de utilizar a Matemática para fazer e validar conjecturas; para utilizar raciocínios dedutivo e indutivo; para ler, interpretar e utilizar representações matemáticas, entre tantos outros objetivos mais específicos. Como, então, ver esses objetivos em ação?



As práticas do professor e a avaliação

Aqui aparece a quarta dimensão de nosso trabalho pedagógico, a avaliativa, que contém, dialeticamente, em si as demais dimensões e é sobre essa que vamos desenvolver nossa conversa. Para isso, é necessário que façamos o reconhecimento da palavra avaliação.

Avaliação significa apreciação; análise, conforme o Dicionário Aurélio Eletrônico-Século XXI. Aqui, cabe uma diferenciação entre exame, que no mesmo dicionário significa ato de examinar, interrogatório, inspeção, vistoria e avaliação.

É a avaliação que inicia, permeia e conclui todo o trabalho pedagógico que nos propomos a fazer nas instituições educacionais, porque é por seu intermédio que escolhemos os objetivos que queremos alcançar, os conteúdos que precisam ser desenvolvidos, a metodologia e os recursos adequados para o bom andamento do trabalho proposto.

Voltemos ao trabalho pedagógico que desenvolvemos na escola. Especificamente, na sala de aula, por vezes, convivemos com esses dois modelos de determinar a valia das aprendizagens dos estudantes e da efetividade de nossa prática. Mas, é importante que saibamos distinguir em que momento estamos avaliando e em que momento estamos apenas examinando. Vamos tentar?

Imaginemos esta situação, retirada de uma dada realidade de sala de aula (BATISTA, 2005) - fragmentos de aulas de Matemática em uma turma de 6ª série (atualmente 7º ano) e, a partir dela, vamos pensar nas práticas avaliativas possíveis.

A professora introduziu o conjunto de números inteiros com atividades variadas. Em uma atividade específica, ela aproveitou e retomou o conceito de porcentagem que, desde os anos iniciais, é trabalhado nas escolas, mas nem sempre é bem compreendido. A situação apresentada para ser resolvida em grupo:

Seu João, funcionário de uma empresa, abriu uma conta no banco para receber o salário. Seu João trabalha há dez anos nessa empresa e ganha, mensalmente, um salário mínimo, que atualmente tem o valor de R$ 415, 00.

Veja sua situação bancária e calcule seu saldo final:

Quadro 1. Exemplo de tabela de situação bancária

DATA	HISTÓRICO	DÉBITO	CRÉDITO	SALDO
20/jan				20
10/fev	Depósito de salário		415	
12/fev	Conta de luz	45		
15/fev	Conta de água	20		
16/fev	Cheque compensado	25		

Com o que sobra de saldo, o seu João paga o aluguel de sua casinha. Isso compromete 30% do seu salário.

Para resolver a questão do aluguel, os grupos fizeram cálculos diferenciados.

Grupo 1

30 de 415
100
aluguel = 415 : 100 x 30 = 124,50

Grupo 2

Aluguel 415
X 0,3 (calcularam 30% como decimal)
. 124,5[0] - zero colocado após a resolução 3 X 415

Grupo 3

Ao passar nesse grupo, a professora perguntou ao Luiz como o grupo chegou a R$ 124,50. O estudante olhou e disse para perguntar ao André

41,4
x 3
124,50

André explicou que 10% de 415 é 41,50. Então, disse que 3 x 41,50 = 124,50

A profesora perguntou a Luiz como ele faria. Luiz se manteve em silêncio por um breve tempo e respondeu "Não sei".

A profesora perguntou se ele havia entendido o cálculo do colega e ele disse também que não. Então, ela interveio:

415 reais ———— 100%
? reais ———— 30%

Ainda assim ele não entendeu. Então, outro colega do grupo falou: queremos achar 30 de 415
. 100

Assim, ele entendeu. Mais uma vez a professora interveio perguntando "Como posso resolver?"E acompanhou o registro reflexivo do estudante:

10% são R$ 41,50. 3 de 10% = 124,50
Ele fez 10___41,50
10___41,50
10___41,50

Ao final, perguntou a ele qual seria a resposta para 30% de 150 e ele respondeu prontamente que 10% de 150 era 15, então 30% era R$ 45.00 e sorriu.

Grupo 4

30 de 415 Embora tenham representado dessa maneira, fizeram os cálculos
100 igual ao grupo 1, isto é, 415 : 100 x 30 = 124,50

Grupo 5

Aluguel 415
X 0,30 (calcularam 30% como decimal)

000
1245
000

124,50

Após a realização efervescente da atividade, a professora convidou a turma para mostrar as formas de resolução. Momento marcante para a turma, porque todos os que foram ao quadro demonstrar como o grupo resolveu estavam seguros em explicitar seus pensamentos. Os grupos transitaram sem dificuldades pelas representações fracionária e decimal de 30% e a professora, com essa socialização, possibilitou que os estudantes se envolvessem com formas diferenciadas de pensar para resolver a situação.

Ao depararmos com essa situação, podemos nos perguntar: o que isto tem a ver com a avaliação? Muita coisa.

1. Todas as atividades que desenvolvemos em sala têm seus objetivos específicos e vê-los em ação para a promoção das aprendizagens é função da avaliação.

A professora, ao transitar pela turma vendo o que os grupos faziam, percebeu (pelas dimensões relacional e mediacional) que Luiz, no grupo 3, apenas acompanhava a resolução do colega, mas não compreendia. A professora, então, buscou, pela dimensão da intervenção, que Luiz expressasse o seu pensamento, mas, ainda assim, ele não conseguiu. Então, aconteceu algo muito importante: um cole-

ga, assumiu o papel da intervenção e tentou fazer com que Luiz compreendesse a ação desenvolvida. Quando fez isso, utilizou uma linguagem mais próxima à de Luiz e, talvez por isso, alcançou o objetivo pretendido pela professora. A professora, por meio da observação, praticou a avaliação informal, aquela que é expressa em gestos ou oralidade e que não se formaliza em um instrumento específico.

Essa avaliação praticada no dia a dia de sala de aula é de fundamental importância porque é por meio dela que promovemos aprendizagens significativas e não apenas mecânicas[1].

> [...] a aprendizagem é caracterizada como aprender a aprender, isto é, um processo em que o próprio sujeito mobiliza suas capacidades cognitivas e afetivas para compreender, controlar e decidir sua aprendizagem. Trata-se da auto-aprendizagem, em que o sujeito toma consciência do seu próprio processo de cognição e torna-se capaz de identificar as estratégias utilizadas para aprender, assume a auto-regulação da aprendizagem (ROMANOWSKI, 2006, p.102).

Mas, a professora também poderia ter utilizado a avaliação informal de maneira restritiva se meneasse a cabeça demonstrando insatisfação com Luiz ou lhe dizendo algo que o desqualificasse ou, simplesmente, sendo indiferente à sua dificuldade.

2. A avaliação não está obrigatoriamente ligada a uma nota, a um conceito, a uma menção. Ela está ligada à promoção de aprendizagens e, por isso, deve ser registrado pelo professor o que ele evidenciou da aprendizagem dos estudantes em ação. Esse item, portanto, puxa outro.

Aqui começa a se delinear a avaliação formal, aquela que produz documento: uma prova, uma atividade resolvida no caderno, um trabalho, uma apresentação, desde que para avaliá-la sejam explicitados os critérios objetivos.

3. O registro avaliativo não pode se limitar à anotação de pontuação ou ao famoso "cemitério avaliativo", aquele papel onde, algumas vezes, escrevemos os critérios, isto é, os itens que nos servem de base para a avaliação e que enchemos de cruzinhas (+++) ou tracinhos (- - -).

O registro avaliativo deve levar em consideração de onde o estudante partiu; que caminhos percorreu; onde apresenta avanços; em que precisa avançar; e que intervenção necessita ser planejada para propiciar uma aprendizagem significativa (HOFFMANN, 2006, p. 56).

Isso nos leva a outro item.

4. A avaliação deve, necessariamente, acontecer para todos ao mesmo tempo? Se o objetivo da avaliação é a aprendizagem, não. A professora, como vimos acima, por meio da observação dos objetivos em ação, promoveu a aprendizagem significativa do Luiz e não precisou proceder da mesma forma com todos. Inclusive, compreende a importância de outro colega intervir e ajudar o Luiz também.

Se a professora confundisse avaliação com exame, provavelmente faria essa atividade valendo ponto e, por isso, transitaria pela sala apenas para fiscalizar e não para intervir e propiciar a construção de aprendizagens, porque, no momento do exame, o estudante é isolado e lhe é proibido o diálogo da dimensão interventiva.

Agora, vamos ver outra situação. A mesma professora aplicou uma prova para a turma. Uma das questões era:

A seguir temos um extrato bancário. Faça os cálculos e complete os saldos na coluna "Valor":

Quadro 2. Exercício com extrato bancário

DATA	DOC	HISTÓRICO	VALOR
20/03		Saldo	7.000,00
		Depósito	3.000,00
	174	Cheque	-9 000,00
21/03		Saldo	
	175	Cheque	-6 000,00
24/03		Saldo	
		Depósito	1.000,00
26/03		Saldo	

(BATISTA, 2005, p. 15)

A prova é um instrumento da avaliação formal. Após

[1] *A aprendizagem mecânica é aquela em que as informações são processadas sem interagirem com conceitos relevantes já formulados pelo sujeito. Essa informação é apenas armazenada de forma arbitrária. A famosa "decoreba".*
A aprendizagem significativa é aquela que em que uma idéia nova se relaciona de maneira substantiva à estrutura cognitiva relevante já significada. Para maiores esclarecimentos buscar MOREIRA, 2006.

o tempo destinado à resolução individual, a professora recolheu e foi para a sua casa fazer a correção. Sobre isso, cabe-nos refletir:

Ele [o professor] que escolhe os assuntos das provas, ele elabora as questões, ele mesmo julga se elas são adequadas ou não, ele as aplica, corrige, qualifica, dá nota, classifica, aprova ou reprova. Ao educando, cabe submeter-se a esse ritual e temer a exclusão (LUCKESI, 2003, p.21).

Mas, independentemente do ritual que criamos para a aplicação da prova, voltemos a pensar em alguns procedimentos que a professora da situação acima poderia ter, quando se deparou com essa questão deixada em branco por uma estudante.

1. Por meio do nome da estudante, em sua casa, a professora fez uso da memória e da dimensão relacional da avaliação para lembrar quem era ela. Lembrando ou não, a professora teve que proceder a correção de alguma forma e, hipoteticamente, ela teria pelo menos duas formas de tratar a questão. A primeira, riscar indicando que a questão estava em branco e descontar o ponto da não resolução. Com esse procedimento, a professora estaria praticando a lógica do exame, que visa a um balanço final e que admite apenas uma correção do tipo binária: +/-; certo/errado; feito/não feito; apto/não apto.

A segunda seria levar a prova para a sala, dar a oportunidade de nova resolução da questão e dialogar com a estudante para saber o que aconteceu. Essa segunda hipótese segue a lógica da avaliação formativa, que tem por interesse a aprendizagem de todos, inclusive aquela relacionada à melhoria da prática pedagógica do professor. Por que a estudante deixou em branco? Vejamos o diálogo que se sucedeu, quando a professora entregou a prova para Marta Luíza:

P- Marta Luíza por que você deixou a questão 2 em branco? O que foi que você não entendeu?

ML- Não entendi porque tinha o saldo de 7 mil. Aí, saldo? Não me lembrei na hora o que significava saldo. Eu pensava que representava o que eu estava devendo. Aí depois ficou tudo complicado e eu resolvi deixar em branco.

P- E agora, você compreende como fazê-la?

ML- Sei, porque o saldo é o que a pessoa tem. Aí ia fazer 7 mil + 3 mil, entrou um cheque de 9 mil, então, você ainda tem 1 mil, no dia 21.

P- E agora, o saldo nesse dia ficou...

ML- 1 mil

P- Hoje você entende esse movimento bancário?

ML- Entendo

P- Então, complete a questão para eu ver.

Marta Luíza respondeu corretamente a questão.

(BATISTA, 2005)

É interessante notar que, mesmo trabalhando em sala questões semelhantes àquela colocada na prova, talvez os estudantes possam não ter acesso a esse tipo de informação de movimento bancário ou mesmo escutem em casa que o saldo dos pais ou familiares "está devedor". Sabemos que, no caso de números inteiros, nem sempre as situações de créditos, débitos, contas correntes representam um contexto significativo para os estudantes. Há outras situações de saldo de gols, pontos perdidos e pontos ganhos que são mais significativas, mas, mesmo assim a professora tentou trazer um contexto social-econômico para a sala de aula, mas aquilo que parece óbvio para o mundo dos adultos nem sempre o é para o mundo dos jovens aprendizes do ensino fundamental, por exemplo.

"É a avaliação que inicia, permeia e conclui todo o trabalho pedagógico que nos propomos a fazer nas instituições educacionais, porque é por seu intermédio que escolhemos os objetivos que queremos alcançar para o bom andamento do trabalho proposto."

De acordo com Abrantes (1991, p.13), em uma nova visão de aprendizagem "não é importante apenas a correção ou incorreção das respostas do aluno numa dada prova de avaliação, mas, também, os processos que o levam a produzir essas respostas".

Esse é um exemplo em que houve um confronto entre a concepção de aprendizagem/ensino de Matemática da professora com o saber individual e as crenças da estudante, dimensão mediacional da avaliação.

Ao dar nova chance de a estudante responder/apren-

der, a professora praticou, mais uma vez, a avaliação formativa. Se praticasse a lógica do exame, apenas entregaria a prova, daria uma recuperação e ficaria a nota pela nota. Recuperação tem o sentido de se readquirir o que se perdeu. Essa concepção não cabe quando tratamos das aprendizagens porque,

como os professores indicam que a prática de aula para a aprendizagem interativa põe em movimento o projeto pedagógico, o planejamento da aula do professor, o reconhecimento, o método, a avaliação, o interesse e a participação dos alunos, estão em jogo a organização da sala, a disposição dos móveis, os materiais utilizados, a organização do tempo, os rituais e as tramas das relações. Assim, é possível reconhecer que relação pedagógica foi posta em ação. [...] Faz diferença compreender uma ação docente efetiva com o aluno e não sobre o aluno (ROMANOWSKI, 2006, p.104-105).

Concluindo, mas ainda pensando na avaliação

Pela conversa até aqui, espero que tenha sido possível diferenciar avaliação de exame; que é nossa intenção via procedimentos que fazem esta diferença; perceber que existe a avaliação formal e a informal; que há muitos instrumentos que podem servir à avaliação formativa, tudo depende de nossos objetivos, intenções, criatividade, sensibilidade.

O que talvez não tenha ficado evidente, mas é necessário afirmar, é que uma avaliação, para se tornar efetivamente formativa, deve se apresentar:

a) espaço de diálogo;
b) direito de o educando avaliar e se auto-avaliar;
c) oportunidade de expressão diferenciada do pensar; autoria.
d) processo de promoção de melhorias;
e) acompanhamento de todo o trabalho pedagógico que considera o ser humano: o professor e o estudante em processo contínuo de desenvolvimento e, por isso, passível de construir aprendizagens.

Portanto, é fundamental que, ao avaliar, o educador matemático utilize sua sensibilidade para a promoção de aprendizagens. Entrar em sala de aula pensando apenas no conteúdo "a ser dado" por si só é pouco. Quando o professor trabalha em uma visão de avaliação como aprendizagem, não perde o foco da importância da "presença" dos estudantes no processo de construção de seus conhecimentos, do diálogo somado à promoção de boas situações que promovam aprendizagens realmente significativas.

Bibliografia

ABRANTES, P. Avaliação e Educação Matemática. MEM/USU GEPEM [1991] Série Reflexões em Educação Matemática.

BATISTA, C. O. A prova como instrumento de avaliação: da intenção do professor à compreensão do estudante. Monografia de Especialização em Educação Matemática – Universidade de Santa Catarina – UNISUL Virtual, 2005.

HOFFMANN, J. Avaliação na pré-escola: um olhar sensível e reflexivo sobre a criança. 13ª ed. Porto Alegre: Mediação, 2006.

MASETTO, M. T. Competência pedagógica do professor universitário. São Paulo: Summus, 2003.

MOREIRA, M. A. A teoria da aprendizagem significativa. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2006. 186 p.

PAIS, Luiz Carlos. Transposição Didática. In MACHADO, S. D. A. et al. Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999.

ROMANOWSKI, J. P. Aprender: uma ação interativa. in VEIGA, Ilma P. A. (org). Lições de Didática. Campinas Papirus, 2006 (Coleção Magistério: Formação e Trabalho Pedagógico)

Professor,
Se seu Estado ainda não tem uma regional SBEM, entre em contato conosco para orientação
E-MAIL: sbem@sbem.com.br

Lendo e comentando

Reflexões sobre o ensino de Matemática nos anos iniciais de escolarização

A publicação tem como objetivo auxiliar o desenvolvimento do trabalho de ensino e aprendizagem de Matemática pelas crianças

Gilda Lisboa Guimarães[1]
Rute Elizabete de Souza Rosa Borba[2]

O livro *Reflexões sobre o ensino de Matemática nos anos iniciais de escolarização* é uma iniciativa do Grupo de Trabalho 1 (GT1) da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). O grupo de pesquisadores/professores desse GT tem apresentado e discutido investigações diversas com o objetivo de auxiliar o desenvolvimento do trabalho de ensino e de aprendizagem de Matemática nas salas de aula dos anos iniciais de escolarização. Acredita-se que, unindo a pesquisa acadêmica às experiências práticas vivenciadas pelas professoras, em muito se pode avançar. Os nove capítulos desse livro retratam a diversidade de conceitos teóricos e metodológicos desenvolvidos, que são refletidos a partir de exemplos diversos.

Rute Borba defende a importância da pesquisa e discute como os professores dos anos iniciais podem realizar e registrar investigações em sala de aula. Monica Mandarino descreve a seleção de conteúdos privilegiados em aulas de Matemática, defendendo uma articulação intra e intermatemática para um melhor trabalho. Clélia Nogueira reflete sobre como são recebidas hoje crianças surdas numa escola inclusiva. Regina Pavanello discute como o diálogo entre o professor e seus alunos pode contribuir para a aprendizagem. Ana Luna propõe uma articulação entre geometria e grandezas e medidas e apresenta propostas de trabalho. Gilda Guimarães traz uma discussão sobre conceitos e habilidades relacionados à Educação Estatística que precisam ser trabalhados considerando os símbolos e a função de representações gráficas. Cristiano Muniz discute a diversidade conceitual das operações aritméticas que devem ser consideradas na resolução de problemas. Ana Selva apresenta diferentes aspectos quanto à resolução de problemas de divisão a partir de diversas estratégias. Finalmente, Tânia Campos, Angélica Silva e Ruy Pietropaulo discutem questões relacionadas ao ensino aprendizagem dos números racionais em sua representação fracionária.

Esperamos que tanto estudantes e pesquisadores universitários quanto professores(as) de anos iniciais de escolarização – que também podem e devem ser pesquisadores de suas salas – possam tirar o melhor proveito das discussões efetuadas nesse livro. Desejamos uma boa leitura, que implique novas reflexões e mudanças efetivas no ensino de Matemática.

[1] *Doutora em Psiciologia Cognitiva (gilda@ufpe.br)*
Universidade Federal de Pernambuco
[2] *Doutora em Educação e Pós-graduada em Educação Matemática e Tecnológica (borba@talk21.com)*
Universidade Federal de Pernambuco

Integrando Modelagem Matemática nas práticas pedagógicas

A abordagem dos modelos matemáticos e como utilizá-los no dia a dia podem facilitar a aprendizagem e despertar o interesse dos alunos

Jonei Cerqueira Barbosa [1]

Este texto não é propriamente um artigo, mas uma conversa com outros professores, entre colegas. Além de desenvolver atividades de Modelagem na minha sala de aula por anos, tenho tido a rica oportunidade de conversar com muitos outros professores pelo país, trocando experiências. Por vezes, falarei apenas a palavra Modelagem em substituição à expressão Modelagem Matemática, como um recurso para evitar repetições.

A seguir, falo sobre tópicos que têm estado presentes nessas interlocuções, em particular sobre como traduzir em prática aquilo que falamos no nível da argumentação. Orientar-me-ei pelas seguintes questões: Por que Modelagem? O que é Modelagem? Como desenvolver Modelagem? O que os alunos discutem quando desenvolvem Modelagem? Neste texto, o leitor encontrará um ponto de vista sobre o assunto, com o propósito de gerar tantas outras conversas e discussões entre os leitores e seus pares.

Além dos argumentos, também apresentarei alguns exemplos de sala de aula. Não especificarei o nível escolar, pois a Modelagem pode ser desenvolvida em qualquer um deles, alterando-se os conteúdos matemáticos mobilizados pelos alunos. Portanto, este texto pode ser útil para professores que ensinam Matemática em qualquer nível escolar.

[1] *Doutor em Educação Matemática (joneicerqueira@gmail.com) Universidade Federal da Bahia*

Por que Modelagem Matemática?

Quando comecei a ensinar Matemática nos ensinos fundamental e médio, alguns anos atrás, logo me deparei com as dificuldades dos alunos nessa disciplina. Quando os alunos perguntavam-me o porquê de estudar Matemática, ficava tremendamente perturbado, pois os argumentos de que a Matemática é usada no dia a dia ou que eles iriam precisar dela no ano seguinte não eram muito convincentes.

"A Matemática possui um papel muito importante na sociedade, em particular, por meio das representações matemáticas resultantes do processo de Modelagem Matemática, ou seja, os modelos matemáticos."

Foi nesse contexto que ocorreu minha aproximação com a Modelagem Matemática. De modo geral, essa expressão significa a abordagem de situações do dia a dia ou das ciências (Biologia, Economia, Física etc.) por meio da Matemática. Vislumbrei nela a possibilidade de motivar os alunos e favorecer a aprendizagem deles na disciplina. Mais tarde, pude perceber que Modelagem possui potencialidades para além disso.

Como argumentado por Skovsmose (2001), a Ma-

temática possui um papel muito importante na sociedade, em particular, por meio das representações matemáticas resultantes do processo de Modelagem Matemática, ou seja, os modelos matemáticos. Eles subsidiam a tomada de decisões em diversas situações. Por exemplo, em quase todas as grandes cidades brasileiras, há acirrados debates sobre o aumento da tarifa do ônibus coletivo. Grande parte da discussão se dá em torno de uma representação matemática que relaciona custos e receitas das empresas do sistema de transporte municipal, a chamada planilha de custos. Em geral, de "um ponto de vista técnico", é sobre ela que os conselhos municipais de transporte se debruçam.

Outros exemplos poderiam ser extraídos dos debates na sociedade e nas ciências. O ponto, entretanto, que quero sublinhar é que a produção de modelos matemáticos não é um processo neutro. Se estivermos discutindo com os empresários do sistema de transporte público, podemos discordar sobre os itens considerados como "custos". Talvez eles queiram incluir o "pró-labore" como um item legítimo; talvez nós possamos discordar. Conforme a escolha que fizermos, teremos um modelo diferente para o fenômeno. Em outras palavras, diferentes critérios gerarão diferentes planilhas de custos. Notemos que o interesse de quem está construindo o modelo pode jogar um papel crucial na escolha das variáveis e no estabelecimento das hipóteses na abordagem da situação.

Casos como esse me fizeram ver a Modelagem para além dos argumentos da motivação e da aprendizagem de conceitos/algoritmos matemáticos. Parece-me que, do ponto de vista da cidadania, há um argumento mais crucial: a necessidade de os alunos perceberem a natureza enviesada dos modelos matemáticos e o papel que eles podem ter na sociedade e nas ciências. Isso não significa o esquecimento do conteúdo matemático, mas seu posicionamento como um "meio" para convidar os alunos a enxergarem seu uso para além dos limites da disciplina escolar. Em Barbosa (2003), chamei esse modo de ver a Modelagem de "perspectiva sociocrítica", a qual também é compartilhada por muitos outros colegas no país.

O que é Modelagem Matemática?

Essa pergunta é muito mais especulativa do que provedora de uma resposta única. De qualquer sorte, a seguir, apresento como "entendo" Modelagem na Educação Matemática.

Se quisermos discutir com os alunos o papel da matemática no dia a dia, no mundo do trabalho ou nas ciências, então, é justamente daí que podemos extrair ou formular situações-problema. A ideia é atravessar a fronteira entre a escola e o contexto extraescolar, apreender uma situação e trazê-la para análise. Isso implica algum nível de reformulação, de acordo com a lógica escolar, o que me parece inevitável. Porém, a "veracidade" dos dados e das circunstâncias sociais é mantida. Em resumo, a situação-problema deve ter referência no dia a dia, no mundo do trabalho ou em outras áreas científicas que não a Matemática.

"Para que os alunos possam refletir sobre o modo com que a matemática é usada ou como pode ser usada na situação, é necessário que eles compartilhem/ discutam opiniões, estratégias etc."

Entretanto, para que os alunos possam refletir sobre o modo com que a Matemática é usada ou como pode ser usada na situação, parece-me necessário que eles compartilhem/discutam opiniões, estratégias etc.

Os alunos não devem ser guiados sobre como fazer, mas podem tentar produzir os próprios caminhos. Podem levantar hipóteses, coletar dados, organizá-los, estruturá-los etc., mas sem serem conduzidos por esquemas prévios ou pelo professor. Em outras palavras, a situação-problema deve ser um problema para os alunos.

Nesse contexto, o professor pode colocar questões aos alunos. Observemos que isso não significa o enfraquecimento da figura do professor no ambiente de aprendizagem, pois ele tem uma participação intensa, interagindo com os alunos por meio da colocação

de questionamentos, comentários etc., ou mesmo, em certos momentos, arbitrando sobre questões ou formalizando posições.

Assim, delimitamos melhor o que pode ser um ambiente de Modelagem: ter referência no dia a dia, no mundo do trabalho ou nas ciências e ser um problema para os alunos. De modo mais específico, em Barbosa (2007), tenho definido como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar ou investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade.

Notemos que a Modelagem não é o único ambiente de aprendizagem em que os alunos se defrontam com um problema para ser resolvido. Isso também ocorre em outras propostas, como na resolução de problemas. Essa é uma característica transversal a muitos ambientes inovadores. Entretanto, o uso de situações do cotidiano, do mundo do trabalho e das ciências é uma linha de corte que estabelece a especificidade da Modelagem Matemática em relação a outros ambientes inovadores.

Como organizar o ambiente de Modelagem?

À primeira vista, o desenvolvimento de ambientes de aprendizagem , tal como o de Modelagem na Matemática escolar, pode não ser tão trivial. Muitas vezes, existe uma forte pressão para o cumprimento dos programas pré-estabelecidos. Os pais, outros professores, supervisores e até mesmo os alunos podem reagir a inovações como essas. A reação me parece normal, já que existe uma longa tradição e uma expectativa consolidada sobre como deve ser uma aula de Matemática. Entretanto, uma vez que os alunos envolvem-se em Modelagem, em geral, há uma reação positiva deles, dos pais, dos supervisores etc.

Não estou propondo organizar o currículo de Matemática em torno de Modelagem, mas, sim, que esta deve fazer parte da Matemática escolar pelas razões acima apresentadas. Particularmente, penso que outros ambientes, como resolução de problemas, investigações matemáticas, etc., e mesmo as aulas expositivas e exercícios, devem ser mantidos/remanejados, mas, também, Modelagem deve/pode ser integrada às atividades curriculares.

Cabe ao professor identificar as oportunidades no contexto escolar para desenvolver Modelagem – e o como fazê-la – na aula de Matemática. Tenho apresentado a noção de "casos" para denotar diferentes formas de organizar atividades de Modelagem na sala de aula (BARBOSA, 2001), conforme as responsabilidades são compartilhadas entre professor e alunos.

Terça-feira, 27 de Novembro de 2007

Tribuna da Bahia **Cidade**

Produção de grãos virou poeira

O maior reservatório de água do Nordeste, o lago de Sobradinho do Estado, está com apenas 15% de sua capacidade total. A seca prejudica os produtores: falta água para irrigar plantações de manga, milho e feijão. Desde abril não chove na região norte da Bahia, e o lago Sobradinho, o maior reservatório de água do Nordeste, está secando. Em alguns lugares, as margens recuaram mais de cinco quilômetros. Na barragem, as turbinas estão gerando 450 megawatts por hora, menos da metade da capacidade da usina. Hoje, o lago está com apenas 15% da capacidade; a previsão é de que chegue a 13% até o próximo mês.

Parece pouco, mas é a água de Sobradinho que abastece as hidrelétricas de Paulo Afonso, Itaparica, e Xingó, que geram mais de 75% da energia nordestina. Há cinco anos o Lago de Sobradinho não secava tanto e os especialistas alertam que se não chover secará ainda mais. Para ter uma Idéia da gravidade da seca, basta olhar a marca escura no poste, onde a água fica quando o lago está em seu nível normal.

Onde em julho havia água agora tem mato, que serve de pastagem para os animais. As árvores, que ficavam submersas, também estão à mostra. Agricultores, por exemplo, contam com tristeza os seus dramas. A expectativa da maioria era para a próxima colheita colher toneladas das suas plantações, mas do jeito que a situação anda o sentimento é de que sequer irão produzir.

No entanto, o diretor de operações da Chesf garante que não há risco de racionamento de energia para o Nordeste; a esperança é de que a chuva, que deveria ter começado no início de novembro, chegue antes de dezembro.

A barragem de Sobradinho é usada para gerar energia e para controlar a vazão do rio São Francisco. Por enquanto, as compartas permanecem abertas.

A água que passa por lá ajuda a gerar energia e as hidrelétricas de Paulo Afonso e Itaparica – onde os reservatórios ainda estão cheios e não houve redução da geração de energia elétrica.

Figura 1. Reportagem extraída do Jornal Tribuna da Bahia, em 27/11/2007

Para ilustrar, consideremos o caso em que o professor tomou uma reportagem de jornal de 2007 sobre o baixo nível do Lago do Sobradinho devido à falta de chuvas.

Aliás, a utilização de reportagens é uma boa maneira de elaborar situações de Modelagem, pois os jornais estão repletos de casos atuais, discutidos na sociedade, que envolvem Matemática. Um olhar mais atento permite-nos identificar diversas situações que podem ser tomadas e levadas para a abordagem matemática com os alunos.

Essa é uma reportagem muito interessante para o desenvolvimento do ambiente de Modelagem. Ela trata de um assunto polêmico na sociedade naquele momento, ao mesmo tempo em que traz informações qualitativas e quantitativas sobre o tema. Segundo a reportagem, as águas do Lago do Sobradinho são responsáveis pela produção de energia elétrica para 75% da população do Nordeste brasileiro. Os dados apresentados preocupavam os moradores da região, que já tinham enfrentado racionamento de energia elétrica no passado. Apesar do Diretor da Chesf dizer que não havia risco de racionamento, a reportagem sugeria isso implicitamente, por meio da apresentação de informações quantitativas.

Para complementar os dados, o professor suplementou a reportagem com informações quantitativas retiradas do *Wikipédia* [1] sobre o Lago do Sobradinho (Quadro 1).

Quadro 1. Dados extraídos do Wikipédia sobre o Lago do Sobradinho

Lago de Sobradinho	
Proprietário	CHESF
Projetista	Hidroservice
Construtora	Servix Engenharia
Início das obras	Junho de 1973
Início da operação	Novembro de 1979
Rio	São Francisco
Longitude	40° 50' Oeste
Latitude	9° 35' Sul
Distância da foz	747,80 km
Município	Sobradinho - BA
Tipo de construção	Externa
Potência instalada	1.050.300 kW (6 UGs)
Comprimento da Casa de Força	250,00 m
Altura da Casa de Força	32,00 m
Largura da Casa de Força	27,00 m

O professor distribuiu aos alunos, organizados em grupos, cópias da reportagem e da página do Wikipédia. Depois de lerem, houve uma pequena discussão sobre o conteúdo do material. Na sequência, o professor apresentou a situação-problema: prever quando o Lago do Sobradinho atingiria o volume mínimo necessário para a produção de energia elétrica, supondo a não ocorrência de chuvas.

Observemos que se trata de um problema para os alunos, pois eles não possuem encaminhamentos previamente fixados de uma situação extraída do dia a dia.

Nesse caso, o professor apresentou a situação-problema e seus dados qualitativos e quantitativos, cabendo aos alunos a tarefa de resolução. É o que chamo de caso 1. De certo modo, o desenrolar da atividade é mais previsível para o professor, pois ele conhece, de antemão, a situação-problema e os dados disponíveis para resolução. Porém, como os alunos não possuem procedimentos fixos, certamente novas resoluções serão produzidas.

Nessa aula, os alunos trabalharam em grupos, enquanto o professor visitava-os para discutir seus encaminhamentos. Ainda no mesmo dia (poderia ser no próximo dia de aula também), o professor convidou as diferentes equipes a virem à lousa apresentar suas resoluções, ponto do qual se desenrolou a discussão. O papel do professor, nesse momento, é coordenar as discussões e, se necessário, fazer formalizações.

Em suma, podemos dizer que, no caso 1, a aula é dividida em quatro momentos:

- o convite – o professor apresenta a situação-problema e discute com os alunos;
- o trabalho em grupo – os alunos, organizados em grupos, buscam produzir uma resolução para a si-

[1] *Wikipédia é uma enciclopédia multilíngue on-line livre colaborativa, ou seja, escrita internacionalmente por várias pessoas comuns de diversas regiões do mundo, todas elas voluntárias. (Fonte: Wikipédia)*

tuação, tendo o acompanhamento do professor;

- a socialização – os grupos de alunos apresentam suas resoluções para discussão da turma;
- a formalização – o professor pode fazer formalizações (ou institucionalização) de estratégias ou de tópicos matemáticos.

Imaginemos, agora, a situação em que o professor apresentasse o mesmo problema para os alunos – o de antecipar quando o Lago do Sobradinho atingiria o volume mínimo para produção de energia elétrica –, porém, não disponibilizasse os dados para sua resolução, como aqueles disponíveis na reportagem e na página da *Wikipédia*. Nesse caso, para abordá-la, os alunos teriam de coletar informações quantitativas (e mesmo qualitativas) sobre a situação-problema. O desenvolvimento da atividade demandaria mais tempo, pois a tarefa de coletar dados ficaria sob a responsabilidade dos alunos. Em resumo, o professor apresenta o problema, mas a coleta de dados e a resolução são de responsabilidade dos alunos. É o que chamo de caso 2.

Consideremos, agora, uma forma mais aberta de organizar atividades de Modelagem, dessa vez, dando também aos alunos a responsabilidade de formular o problema a ser resolvido. Em certo momento do ano letivo, o professor pediu que os alunos se organizassem em grupos e escolhessem temas de interesse para o desenvolvimento de um projeto. Eles são orientados a levantar informações sobre o tema, a formular e a resolver problemas. Também, o professor determina duas ou três datas para a apresentação de relatórios parciais escritos sobre o projeto, que seriam lidos e comentados por ele. O papel dos relatórios parciais é permitir a interlocução entre o professor e os alunos durante o desenvolvimento do projeto. Por fim, um dia é agendado para a apresentação oral dos projetos, quando o professor e os demais colegas podem tecer comentários sobre eles. É o que chamo de caso 3. À medida que o projeto é desenvolvido, paralelamente, nas demais aulas, outras atividades também são desenvolvidas.

Vamos olhar, de perto, um grupo de alunos composto por Ana, Paula, Maria, Marcelo, Alan e Catarina, que escolheu o tema "cigarros". Tomando esse genérico assunto, em horário extraclasse, eles pesquisaram na internet, em livros e revistas, além de realizar entrevistas com especialistas. Após a discussão do primeiro relatório parcial, definiram um problema a ser atacado: relacionar o nível de nicotina no sangue com o número de cigarros consumidos pelo fumante.

No segundo relatório parcial, os alunos apresentaram dados de um experimento realizado com uma placa de nicotina posta sob o tecido epitelial. Eles relacionavam o nível de nicotina no sangue em função do tempo. Para os dados, uma parábola tinha sido ajustada (Figura 2).

Tempo (t)	Nível de Nicotina (N)
0	0
5	13
10	16
15	14
20	11
25	9
30	3

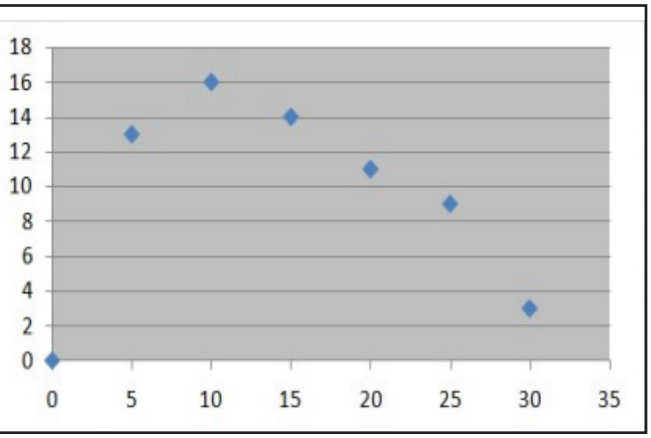


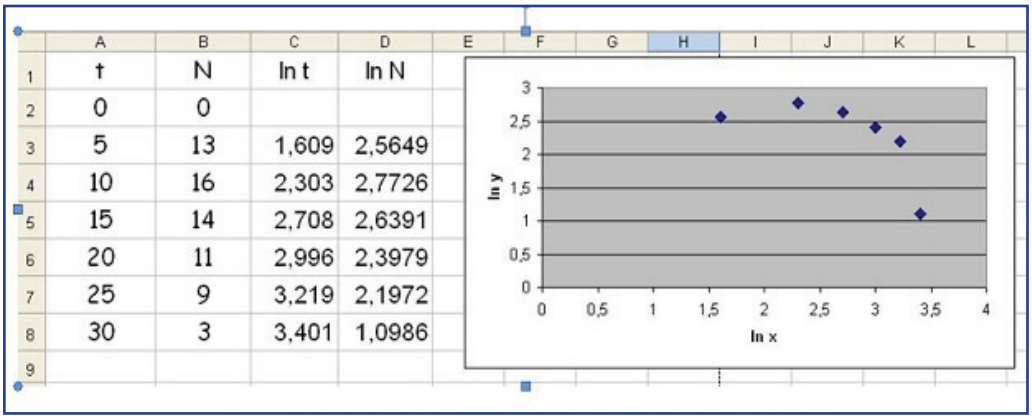
Figura 2. Slide extraído do relatório escrito dos alunos que relaciona o nível de nicotina no sangue (N), em ng/ml, em função do tempo (t), em horas.

Na discussão com o professor, os alunos foram desafiados quanto à plausibilidade da parábola representar o fenômeno.

O debate ocorreu em torno da adequação do modelo matemático para representar a situação. Como se concordou que não faria sentido o nível de nicotina atingir rapidamente zero e valores menores que zero, optou-se por limitar o domínio da função representada. Porém, o fato de o nível de nicotina rapidamente atingir zero continuou deixando os alunos e o professor desconfortáveis. Assim, eles foram desafiados a abordar essa "limitação" do modelo.

Na apresentação oral, no final do projeto, os alunos utilizaram a estratégia de "logaritmizar" os dados,

conforme a figura 3 a seguir.



t	N	ln t	ln N
0	0		
5	13	1,609	2,5649
10	16	2,303	2,7726
15	14	2,708	2,6391
20	11	2,996	2,3979
25	9	3,219	2,1972
30	3	3,401	1,0986

Figura 3. Slide apresentado pelos alunos na apresentação oral

Assim, de novo, ajustaram uma parábola. Porém, agora, não era uma limitação, pois ln N podia assumir valores iguais a 0 ou menores que 0, o que significa que N está se tornando um número muito pequeno.

Os alunos discutiram que, agora, teria sentido ajustar uma parábola para relacionar ln t e ln N. Considerando ln t como variável independente e ln N como variável dependente, e utilizando recursos da planilha eletrônica (Excel), eles acharam a seguinte equação:

$$\ln N = -0{,}9941(\ln t)2 + 4{,}7013(\ln t) - 3{,}6444,$$

da qual, utilizando a definição de logaritmo, decorre:

$$N = \exp(-0{,}9941(\ln t)2 + 4{,}7013(\ln t) - 3{,}6444)$$

Por hora, quero destacar que esse projeto demandou alguns meses, porém, ocupou apenas 12 horas-aula de um semestre, nos seguintes termos: 2 horas-aula para formação dos grupos, escolha dos temas e detalhamento do projeto pelo professor; 2 horas-aula para discussão do primeiro relatório parcial produzido pelos grupos; 2 horas-aula para a discussão do segundo relatório parcial produzido pelos grupos; 6 horas-aula para apresentação oral e discussão dos projetos realizados pelos diferentes grupos. Esses momentos foram espaçados no decorrer de um semestre, com datas previamente marcadas pelo professor. Nas demais aulas do semestre, o professor conduzia outros ambientes de aprendizagem e até mesmo exemplos do caso 1, o que pode ser importante para inspirar os alunos a manejarem situações com referência na realidade. Como se pode notar, o caso 3 é mais aberto, pois os alunos escolhem o tema, coletam informações, formulam e resolvem os problemas.

Em suma, podemos dizer que os casos 1, 2 e 3 sinalizam que é possível organizar o ambiente de Modelagem de diferentes maneiras na escola, com diferentes divisões de responsabilidades entre professor e alunos, conforme pode ser visto no Quadro 2.

Quadro 2. Os casos de modelagem

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Elaboração do problema	professor	professor	professor/ alunos
Coleta de dados	professor	professor/ alunos	professor/ alunos
Resolução	professor/ alunos	professor/ alunos	professor/ alunos

Também é possível pensarmos em adaptações desses casos padronizados, dependendo, em grande parte, de como o professor organiza as atividades.

A escolha sobre a forma de inserir atividades de Modelagem na escola depende das oportunidades e limitações do contexto escolar, da maneira que o professor entende sua função de ensinar e o perfil dos alunos. Muitas vezes, não é possível implementarmos o caso 3; então, talvez, possamos desenvolver o 1, avaliar o processo e, então, dar outro passo. Outras vezes, podemos implementar o caso 3 diretamente. Enfim, isso depende do contexto escolar e da decisão do professor.

O que os alunos discutem no ambiente de Modelagem?

Agora, que já falamos de diferentes maneiras de

organizar atividades de Modelagem na sala de aula, podemos nos mover e olharmos, mais de perto, o que acontece quando os alunos estão envolvidos em atividades dessa natureza. A seguir, farei isso, focalizando em o que eles podem discutir, o que eles falam. Para ampliar esse ponto, o leitor pode consultar Barbosa (2007).

Vamos retornar aos alunos que tentaram antecipar quando o Lago do Sobradinho atingiria o nível mínimo de produção. Os grupos desenvolveram diferentes estratégias de resolução. Um deles, que vou chamar aqui de grupo 1, considerou t = 1 como instante inicial, ou seja, o momento em que o Lago do Sobradinho está com 15% de sua capacidade total de produção de energia elétrica.

Baseados na reportagem, eles assumiram que a capacidade está caindo à razão de 2% da capacidade total por mês, produzindo o Quadro 3 para representar o fenômeno. Nesse caso, os alunos estão assumindo que a variação do volume é constante, já que 2% da capacidade total é um valor constante.

Quadro 3. Material reproduzido do caderno dos alunos do grupo 1

Tempo (em meses)	Produção de energia (em % da capacidade total)
1	15%
2	13%
3	11%
4	9%
5	7%
6	5%
7	3%
8	1%
9	-1%

Para produzir esse modelo, os estudantes tiveram que discutir questões como as que seguem. O que vamos considerar? Tempo e volume? Como o volume está variando? Discussões como essa se referem a como representar matematicamente a situação-problema em estudo.

Vamos analisar o modelo produzido por outro grupo de alunos, que chamarei aqui de 2. Eles consideraram o volume útil total do Lago do Sobradinho, o qual, segundo a *Wikipédia*, é de 28.669 Hm3 e daí calcularam 15%, achando o volume atual de 4.300,35 Hm3 (volume no mês 1, V1). Para o mês seguinte, t = 2, como, segundo a reportagem, o volume é 13% do volume total, eles acharam 3.726,97 Hm3 (volume no mês 2, V2). Notando que V2 representa 86,666% de V1, eles, na prática, apesar de não a escreverem, generalizaram essa relação e assumiram que Vi = 0,86666 (Vi-1), gerando o Quadro 4.

Quadro 4. Material reproduzido do caderno dos alunos do grupo 2

Tempo (em meses)	Volume do Lago do Sobradinho (em Hm^3)
1	4300,35
2	3726,97
3	3230,01582
4	2799,325511
5	2426,063447
6	2102,572147
7	1822,215177
8	1579,241005
9	1368,66501
10	1186,167217
11	1028,003681
12	890,9296698
13	772,1331076

Apesar de o grupo 2 utilizar uma estratégia diferente do 1, eles se debruçaram sobre o mesmo tipo de questão: como estruturar a situação-problema e representá-la em termos matemáticos. Essa discussão demanda que os alunos conectem aspectos da situação-problema em estudo e os objetos matemáticos conhecidos em termos da plausibilidade do modelo matemático. Chamo esse tipo de discussão de técnica.

Como os alunos trabalharam sobre a situação-problema em grupos, eles são requisitados a apresentar seus resultados na lousa para toda a turma (a socialização). Esse é um momento crucial de discussão dos resultados, que é coordenado pelo professor, colocando questões e motivando o debate. No caso da aula acima, os alunos ficaram surpresos com os diferentes resultados achados, o que gerou uma imediata questão para eles: o que está errado e por que

os resultados estão tão diferentes?

A comparação dos resultados fez a turma discutir as diferentes resoluções produzidas pelos grupos. Isso trouxe à tona os critérios utilizados pelos grupos, como, por exemplo, o grupo, 1 que considerou a variação constante, e o grupo 2, que considerou a variação como diretamente proporcional. Igualmente, na discussão, os alunos perceberam os diferentes objetos matemáticos utilizados.

Nesse caso, os argumentos apresentados previamente como perspectiva sociocrítica para a Modelagem Matemática encontraram ressonância, pois os alunos tiveram a oportunidade de perceber como diferentes critérios geraram diferentes modelos matemáticos. A esse tipo de discussão empreendida pelos alunos costumo chamar de reflexiva. A prática de sala de aula tem mostrado que uma boa estratégia para gerar esse modelo de discussão é solicitar que os alunos confrontem seus resultados e expliquem as diferenças em termos dos critérios utilizados para sua geração.

Observemos que, independentemente da estratégia desenvolvida pelos alunos, eles estão utilizando noções, conceitos e algoritmos matemáticos já estudados. Retomemos o caso dos alunos que modelaram o nível de nicotina no sangue. Quando eles decidiram aplicar logaritmos aos dados da tabela da figura 2, inicialmente tentaram achar ln 0 na planilha eletrônica, mas o programa acusou erro. Isso gerou a discussão sobre a pertinência do cálculo de ln 0, fazendo-os falar sobre a definição de logaritmo.

De modo similar, o grupo de alunos que abordou o problema do Lago do Sobradinho teve que discutir medidas de volume quando se debruçou sobre a grandeza Hm3. Igualmente, muitas vezes, eles tiveram que suspender as discussões técnicas – como representar matematicamente a situação – e se debruçar sobre aspectos do tópico programático "grandezas proporcionais".

A esse tipo de discussão, especificamente focando conceitos e algoritmos matemáticos, chamo de discussões matemáticas. Ela é produzida pelos alunos quando se deparam com dúvidas e/ou questões sobre Matemática no decorrer da resolução da situação-problema.

Parece-me, assim, visível que Modelagem oferece uma boa oportunidade para revisar e ampliar a compreensão de tópicos anteriormente estudados pelos alunos. Porém, ao mesmo tempo, o professor pode aproveitar o ambiente para formalizar novos conceitos. No caso acima, por exemplo, podemos considerar a estratégia utilizada pelo grupo 1 que gerou uma sequência de números, como se segue:

15%; 13%; 11%; 9%;... (Sequência 1)

Podemos convertê-la em valores absolutos que representam o volume do Lago do Sobradinho em função do tempo:

4300,35; 3726,97; 3153,59; 2580,21;... (Sequência 2)

Por outro lado, o grupo 2 produziu outra sequência representando o volume do Lago do Sobradinho, tal como se segue:

4300,35; 3726,97; 3230,016; 2799,325; 2426,06;... (Sequência 3)

As diferenças de comportamento entre as sequências 2 e 3 podem ser exploradas e servir de suporte para a introdução de noções como as de progressão aritmética e geométrica. Assim, nesse caso, Modelagem, além de permitir a revisão/ampliação de tópicos matemáticos já conhecidos pelos alunos, pode servir de contexto para a introdução de novos conteúdos matemáticos. Porém, parece-me difícil prever quais serão eles, isso depende justamente das resoluções produzidas pelos alunos.

Se o professor e os alunos decidem, a partir do estudo das sequências acima, analisar outros casos de sequências, eles estarão caminhando para outros ambientes, como, por exemplo, investigações matemáticas ou mesmo aula expositiva. Talvez, eles decidam pesquisar mais as circunstâncias históricas do trabalho de Gauss sobre a produção de uma fórmula para a soma dos termos de progressão aritmética; nesse caso, estariam caminhando para um ambiente de história da Matemática. Em outras palavras, do

ambiente de Modelagem, os alunos e o professor podem caminhar para outros diversos ambientes.

Resumindo o que tenho exposto nesta secção, podemos dizer que os alunos são capazes de produzir três tipos de discussão no ambiente de Modelagem:

- matemáticas – referem-se a ideias, conceitos e algoritmos matemáticos;
- técnicas – referem-se à representação da situação-problema em termos matemáticos;
- reflexivas – referem-se à relação entre os critérios utilizados na construção de um modelo matemático e seus resultados.

De um ponto de vista sociocrítico, interessa-nos que os alunos cheguem a produzir as discussões reflexivas; do contrário, a Modelagem pode ficar restrita aos argumentos da aprendizagem, da motivação e do desenvolvimento de habilidade de exploração dos alunos.

Considerações finais

Neste texto, discuti algumas ideias sobre Modelagem na Educação Matemática. Como o leitor pôde perceber, reforcei a argumentação de que esse ambiente deve fazer parte da Matemática escolar. Trata-se de uma oportunidade ímpar para que os alunos reflitam sobre as formas como a Matemática é utilizada na sociedade. Não de um ponto de vista que assegure sua neutralidade, mas de um que produza reflexões sobre sua natureza enviesada. Parece-me que essa é uma contribuição fundamental que nós, professores de Matemática, podemos prover no desenvolvimento da cidadania de nossos alunos.

Fui professor de escolas públicas e privadas, atualmente, trabalho na universidade, mas mantenho direto contato com a escola básica. Então, estou ciente de possíveis limitações do contexto escolar para o desenvolvimento de ambientes como a Modelagem. Entretanto, parece-me que a noção de "casos" sinaliza que existem diferentes maneiras de desenvolver Modelagem no contexto escolar. Assim, podemos tentar identificar as oportunidades e as possibilidades e ousarmos inserir Modelagem em nossas práticas pedagógicas. Pelo menos, após a primeira experiência, certamente, o leitor se sentirá mais confiante para um próximo passo. Se possível, pode-se discutir com outro colega o planejamento e a execução de atividades de Modelagem. Assim, a conversa que, por agora, vou concluindo pode ser prolongada em muitas outras direções (e ações).

Sugestão de consulta

A SBEM mantém um Grupo de Trabalho (GT) sobre Modelagem Matemática, o GT10.

Na sua homepage, podem ser encontradas mais informações sobre publicações, recursos, pesquisadores para contato etc. Consulte www.sbem.com.br/gt10.

O Grupo Colaborativo em Modelagem Matemática (CGMM) da Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS) está construindo um ambiente virtual de colaboração de professores em torno de experiências de modelagem: o Colaboração Online em Modelagem Matemática (COMMA). Nele, já se podem consultar algumas experiências de sala de aula, incluindo narrativas, vídeos, registros de soluções dos alunos etc. O endereço é www.uefs.br/comma.

Agradecimentos

Apesar de não serem responsáveis pelas posições adotadas aqui, agradeço a Ana Virgínia de Almeida Luna, Andréia Maria Pereira de Oliveira e Elizabeth Gomes Souza pelos comentários à versão prévia deste texto.

Bibliografia

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. Anais... Caxambu: ANPED, 2001. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática e a perspectiva sócio-crítica. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2003, Santos. Anais... São Paulo: SBEM, 2003. 1 CD-ROM.

BARBOSA, J. C. A prática dos alunos no ambiente de Modelagem Matemática: o esboço de um framework. In: BARBOSA, J. C.; CALDEIRA, A. D.; ARAÚJO, J. L. (Org.). Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. p. 161-174.

SKOVSMOSE, O. Educação Matemática crítica: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001.

Relato de Experiência

Explorando o Teorema de Pitágoras com Geogebra

O estudo do Teorema de Pitágoras utilizando o Geogebra visa aliar o uso de tencologia no ensino da Matemática e promover uma interação maior entre professor, conhecimento matemático e aluno

Adriana da Conceição de Souto Brito[1]
Marília Lidiane Chaves da Costa[2]

Esse artigo tem como objetivo relatar como se deu o planejamento, a elaboração e a execução de uma aula, realizada em uma turma de 9º ano do ensino fundamental de uma escola pública no interior do Estado da Paraíba, a partir da utilização de tecnologia como recurso pedagógico. A proposta consistiu na elaboração de um roteiro de atividades que levassem os alunos a compreender os conceitos matemáticos envolvidos no estudo do Teorema de Pitágoras, tendo em vista sua aplicabilidade no campo da geometria escolar. Na tentativa de se chegar a esse objetivo, foi escolhido o software livre GeoGebra como ferramenta de mediação pedagógica entre professor, conhecimento matemático e aluno. Com isso, apresentamos a análise das atividades realizadas e discutimos as possibilidades e limitações decorrentes dessa experiência.

1. Aspectos teóricos

Nos últimos anos, os esforços em implementar iniciativas que motivem professores, alunos e educadores em geral a utilizar os diversos recursos tecnológicos disponíveis têm sido cada vez mais frequentes. Nas décadas de 80 e 90, o grande desafio foi o de inserir computadores nas escolas. Para isso, secretarias de educação e órgãos governamentais apoiaram iniciativas cujo objetivo era equipar as escolas com computadores e salas de informática. Porém, mesmo após muitas escolas disporem dos equipamentos necessários, muitos deles foram subutilizados. Em alguns casos, seu uso ficou restrito às secretarias para atividades administrativas ou, quando o aluno o utilizava, o fazia em tarefas simples, como, por exemplo, edição de textos (RICHIT e MALTEMPI, 2005).

Por outro lado, a formação de professores para o uso das chamadas Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) tem ganhado novos olhares e chamado a atenção para pesquisas no tema. Na Educação Matemática, são muitos os pesquisadores que desenvolvem estudos sobre ele, talvez, entre outros motivos, por compartilharem da compreensão de que não há mais como fugir de uma sociedade onde a informação se tornou uma das molas mestres da economia.

Para Miskulim, em um contexto mais amplo, a informática tem proporcionado o surgimento de ambientes onde se faz necessário uma nova formação do cidadão. Segundo a autora, esses ambientes condicionam um novo perfil para o trabalhador na sociedade contemporânea, cujas habilidades devem incluir "um nível qualificado de informação, com conhecimento crítico, criativo e amplo, resultando em condições que lhe permitam integrar-se plena e

[1] *Licenciatura em Matemática (drikinha_brito@yahoo.com.br)*
Universidade Federal de Campina Grande
[2] *Especialista em Ensino de Matemática (UNIPÊ) e Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, em andamento.*
Universidade Estadual da Paraíba (marilialidiane@gmail.com)

conscientemente nas tarefas que desempenhará em sua profissão e em sua vida" (MISKULIM, 2008, p. 221).

Apesar da crescente demanda por iniciativas de renovação do ensino, em acordo com as exigências da sociedade da informação, percebemos que a escola é uma das instituições mais resistentes à mudança e o que temos observado atualmente é uma instituição pouco atraente aos alunos (MORAN, 2007). O currículo está ultrapassado, as disciplinas estão soltas e os conteúdos, fragmentados, o que dificulta a interligação entre os conhecimentos adquiridos na escola e as reais necessidades do indivíduo em seu contexto social. Talvez esse fato possa explicar, pelo menos em parte, o porquê de tantas vezes nós, professores, sermos indagados por nossos alunos com as seguintes questões: Professor, por que nós estamos estudando isso? Onde vamos utilizá-lo? Por que isso é importante? A frequência com que nos deparamos com tais questionamentos pode ser um indicador de que os conteúdos ensinados, assim como a forma como são ensinados, estão se tornando cada vez mais obsoletos para nossos alunos. Sendo este último caso merecedor de uma análise mais profunda e detalhada no que se refere às suas causas.

A introdução das TIC no ambiente escolar possibilita um repensar nos papéis dos diversos sujeitos envolvidos nos processos de ensino e aprendizagem. Tais sujeitos passam a atuar em um contexto em que a informação e o acesso ao conhecimento não mais estão centralizados e restringidos à figura de uma única pessoa, o professor, mas é partilhado, acessado sob diversas formas e proveniente de fontes variadas. Para Costa e Lins (2010, p. 2):

Recursos como a internet e os softwares educativos promovem situações de ensino criativas e motivadoras, assim como modificam as relações entre professores e alunos, propondo atividades que estimulam uma maior autonomia do aluno no processo, em detrimento de um ambiente onde a fala do professor é a única verdade e, portanto, incontestável.

Nesse sentido, é importante reconhecer a necessidade de se estabelecerem parcerias em sala de aula. Professores e alunos são igualmente responsáveis pelo bom andamento do processo e, juntos, podem criar situações de ensino e aprendizagem criativas e atraentes, proporcionando um ambiente de maior autonomia do aluno em relação à construção do conhecimento. Além disso, esses espaços de aprendizagem e trabalho conjunto podem ser de grande valia para que o professor reveja e aprimore sua prática continuamente, pela reflexão e a análise sobre o que está sendo feito e quais os resultados obtidos.

Sabemos que o simples manuseio de equipamentos e conhecimento acerca de recursos como a internet e os softwares não são suficientes. É preciso que o professor, enquanto mediador em sala de aula, investigue e elabore situações de ensino capazes de explorar todo o potencial desses recursos tecnológicos no ensino da Matemática. De acordo com Almeida, o educador imerso nesse contexto de uso do computador e demais recursos informáticos deve se questionar sobre o seu papel e de sua profissão diante de uma sociedade em que afloram outros espaços de conhecimento e de aprendizagem fora dos muros da escola. Para a autora, "mesmo o professor preparado para utilizar o computador para a construção do conhecimento é obrigado a questionar-se constantemente, pois, com frequência, se vê diante de um equipamento cujos recursos não consegue dominar em sua totalidade" (ALMEIDA, 2000, p. 109). Lobo da Costa (2010, p. 93) complementa esse pensamento e nos oferece uma visão que vai além deste:

Para fazer uso adequado dos recursos tecnológicos e para facilitar o desenvolvimento das sequências didáticas, é importante que o professor conheça o modo de operação técnica (comandos, funções, linguagens etc.), de forma a explorar suas possibilidades e identificar as limitações. Também é necessário desenvolver a percepção das consequências do uso da tecnologia nos modos de pensar, de ser e de sentir os alunos.

Diante de toda essa problemática, pensamos na elaboração de uma aula em que pudéssemos aliar o uso de tecnologia no ensino da Matemática e promover uma interação maior entre professor, conhecimento matemático e aluno. A experiência e a proposta didática que descreveremos a seguir foram elaboradas, em um primeiro momento, como cumprimento de uma das atividades do Grupo de Estudos e Pesquisa em Tecnologia no Ensino de Matemática, cujos

membros são seis professores de Matemática que atuam na Escola Municipal Padre Simão Fileto, no município de Cubati, Estado da Paraíba. Os encontros do Grupo de Estudos foram iniciados no mês de março de 2010 a partir de uma proposta de pesquisa de mestrado elaborada por um dos membros (COSTA e LINS, 2010a). A seguir, o detalhamento das atividades.

2. Atividades elaboradas e realizadas

A aula que originou esse relato foi ministrada pela professora titular da turma e por uma professora convidada para auxiliar os trabalhos, ambas membros do Grupo de Estudos. O ambiente da aula foi o Laboratório de Informática da Escola e estavam presentes 19 dos 25 alunos matriculados na turma. No dia em que a aula foi ministrada, dispúnhamos de apenas 08 computadores, sendo necessário que a turma fosse dividida em pequenos grupos de duplas ou trios. A proposta era de os alunos responderem um questionário a partir das construções que os mesmos desenvolveriam com o software.

"Apesar da crescente demanda por iniciativas de renovação do ensino, em acordo com as exigências da sociedade da informação, percebemos que a escola é uma das instituições mais resistentes à mudança e o que temos observado atualmente é uma instituição pouco atraente aos alunos."

Diante da orientação das professoras e utilizando o software GeoGebra, os alunos construíram, a partir de retas perpendiculares, um triângulo retângulo e, logo em seguida, quadrados sobre os lados do triângulo, sempre refletindo sobre o que estava sendo feito. A atividade foi realizada de forma sequencial, observando a ordem dos passos a serem seguidos, sugeridos pelas professoras. Após a realização de cada passo, os alunos deveriam fazer algumas anotações.

Em algumas das questões foi proposto o uso da calculadora. Com ela, os alunos calcularam a área dos quadrados construídos, somaram suas áreas sobre os catetos, e em seguida, compararam os resultados com a área dos quadrados construídos sobre a hipotenusa. Após o uso da calculadora, os alunos fizeram esses cálculos no GeoGebra e anotaram também os resultados obtidos. Além disso, foi possível, a partir do software, mover a construção, aumentando e diminuindo as medidas dos lados do triângulo e, consequentemente, os lados dos quadrados e suas respectivas áreas. Um dos motivos para a escolha desse software foi exatamente o fato de ele possibilitar aos alunos mover a construção, comparando sempre os resultados obtidos.

O objetivo principal da atividade foi o de possibilitar aos alunos um ambiente de investigação, proporcionando uma maior aprendizagem dos conceitos envolvidos na aplicação do Teorema de Pitágoras. Esperávamos que, no final dessa atividade, os alunos fossem capazes de perceber que, ao utilizar esse teorema, eles estariam calculando áreas de quadrados e que, a partir dessas áreas, haveria a possibilidade de se encontrar a medida de um dos lados de um triângulo retângulo, caso fosse ela desconhecida.

A escolha da atividade descrita acima se deu pela necessidade de formalização de alguns conceitos envolvidos no conteúdo matemático contemplado. Depois de ministradas algumas aulas cuja temática envolvia conceitos e aplicações sobre o Teorema de Pitágoras, inclusive após ter sido realizada uma das muitas demonstrações que esse teorema nos permite fazer, observou-se que o significado dele não era percebido na aprendizagem dos alunos. Eles resolviam exercícios aplicando o Teorema de Pitágoras, na maioria das vezes, de forma correta. Porém, tentavam mostrar que ao utilizar o teorema eles estavam na verdade calculando áreas de quadrados. Percebeu-se que os alunos ficavam por muitas vezes confusos e inseguros com relação ao que de fato significavam as soluções obtidas. Ao observarmos algumas turmas de 9º ano do ensino fundamental, percebemos que em geral o que ocorre durante a exposição desse

conteúdo é que se faz uma demonstração do teorema e em seguida sua utilização em problemas contextualizados ou não, sendo que muitos dos alunos terminam por decorar mais uma fórmula em vez de realmente entendê-la e aplicá-la de forma segura e consciente.

Nesse contexto, houve a necessidade de uma abordagem um pouco diferente da tradicional. Algo que, além de ajudar na formalização desses conceitos, fizesse com que os alunos refletissem sobre vários outros conteúdos já estudados no decorrer do ano e que, de forma dinâmica, a aula se tornasse mais motivadora no que se refere à participação dos alunos, já que foi necessário que eles construíssem e refletissem sobre o que estava sendo feito todo o tempo.

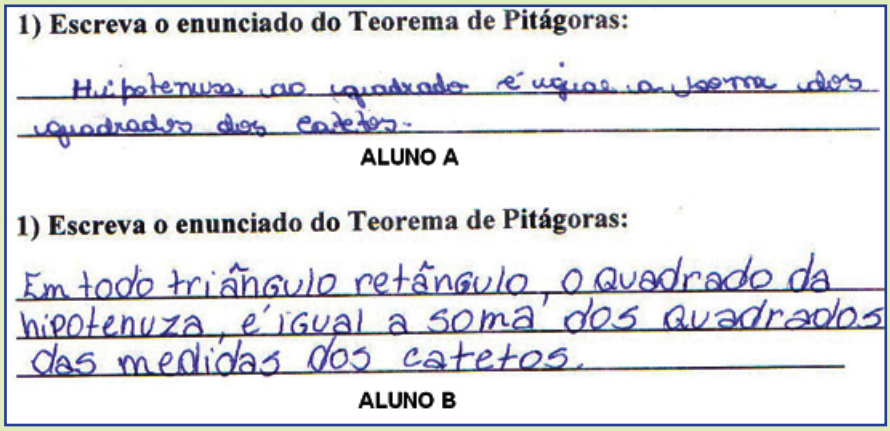
A utilização da tecnologia, em especial o uso do software GeoGebra, nos permite explorar esses conceitos de uma forma clara e objetiva, visto que, ao mesmo tempo em que nossos alunos estão realizando construções, eles podem refletir de forma mais detalhada sobre as mesmas, ao invés de apenas observar o que é feito pelo professor. O interessante é que, com relação à motivação dos alunos, ela foi de fato explícita, visto que o computador é um instrumento atrativo por natureza, principalmente para adolescentes.

O trabalho descrito foi desenvolvido ao final do segundo semestre de 2010 com 19 alunos entre 13 e 17 anos, em uma turma do 9° ano da escola mencionada anteriormente. Um dos principais motivos para a escolha dessa turma foi o de ela apresentar pouca motivação e empenho nas atividades propostas durante as aulas de Matemática, em especial. Porém, no dia a dia com a turma, pudemos notar que ela se tornou muito mais participativa quando o conteúdo trabalhado se deu de forma investigativa e atrativa.

Percebemos que a turma, de modo geral, não apresenta sérias dificuldades de aprendizagem, mas, sim, falta de concentração quando da exposição e do estudo dos conteúdos matemáticos. Concentração esta necessária para que possa ocorrer aprendizagem dos conceitos após serem apresentados e explorados nas aulas. Na tentativa de fazer com que os alunos se envolvessem com e durante a aula e que, a partir de suas construções, verificassem a validade do Teorema de Pitágoras, escolhemos então o software GeoGebra como ferramenta para despertar a motivação nesses alunos e para que, a partir dessa motivação, eles conseguissem alcançar a formalização dos conceitos envolvidos, uma vez que essa formalização não havia sido alcançada nas aulas anteriores, ministradas para a turma.

3. Um pouco mais de análise e discussão do relato

Como já mencionado, no início da aula, foi entregue um questionário para que os alunos respondessem, lançando mão de conhecimentos prévios e do que já havia sido exposto em aulas passadas, anterior a utilização do GeoGebra. Não apresentamos aqui a análise de todas as questões, mas, sim, de algumas que acreditamos relevantes para o nosso trabalho. A primeira questão da atividade procurava verificar qual a concepção do aluno acerca do Teorema de Pitágoras. As respostas dos alunos A e B foram:


1) Escreva o enunciado do Teorema de Pitágoras:

Hipotenusa ao quadrado é igual a soma dos quadrados dos catetos.

ALUNO A

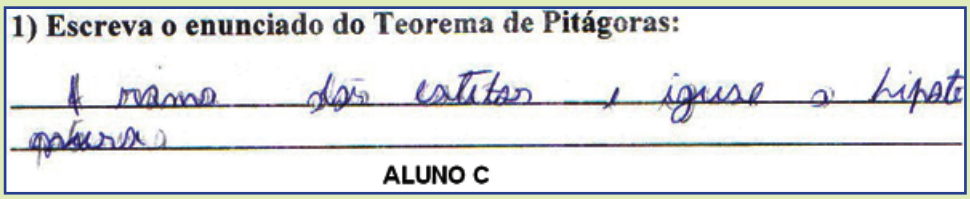
1) Escreva o enunciado do Teorema de Pitágoras:

Em todo triângulo retângulo, o quadrado da hipotenuza, é igual a soma dos quadrados das medidas dos catetos.

ALUNO B

Tanto o aluno A quanto o aluno B enunciaram de forma incorreta, já que não existiu rigor ou precisão quanto à suas escritas. Porém, com relação à ideia presente nas respostas, percebemos que elas são

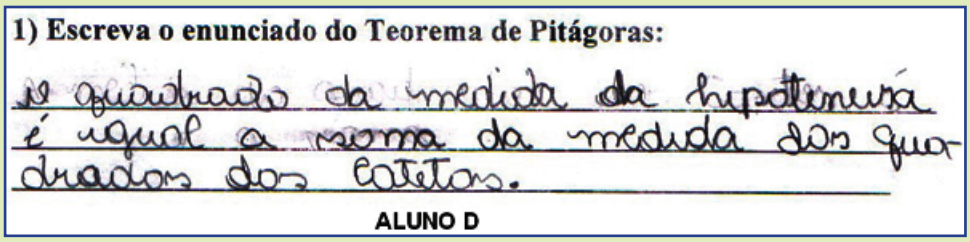
compatíveis com o significado do teorema. Na resposta do aluno A, encontramos um erro conceitual amplamente observado quando se faz esse tipo de questionamento a alunos. Observando cuidadosamente a resposta do aluno B, é fácil perceber que houve omissão da palavra medida quando ele se referiu à hipotenusa, constatando possivelmente apenas um esquecimento, já que a mesma palavra foi utilizada quando se referia à medida dos catetos. Observemos agora outra resposta:


1) Escreva o enunciado do Teorema de Pitágoras:

A soma dos catetos é igual a hipote nusa

ALUNO C

Na resposta do aluno C, podemos verificar que ele apenas memorizou parte do que enuncia o teorema, sem haver uma compreensão acerca de seu significado. Quanto ao Aluno D:


1) Escreva o enunciado do Teorema de Pitágoras:

o quadrado da medida da hipotenusa é igual a soma da medida dos quadrados dos catetos.

ALUNO D

Constatamos que sua resposta não apresenta erros no enunciado do Teorema.

A segunda questão tinha o seguinte enunciado: quando podemos afirmar que um triângulo é retângulo?

As respostas para essa questão se dividiram em dois grandes blocos: alguns dos alunos responderam que poderíamos afirmar que ele era retângulo quando tinha um ângulo de 90° graus e outros, quando tinha um ângulo reto. No geral, 100% dos alunos responderam corretamente, visto que as duas respostas expressam o mesmo significado.

Na terceira questão, perguntamos aos alunos como se chamavam os lados de um triângulo retângulo. Para essa questão, verificou-se que aproximadamente 63% dos alunos responderam catetos e hipotenusa e 37% responderam apenas catetos.

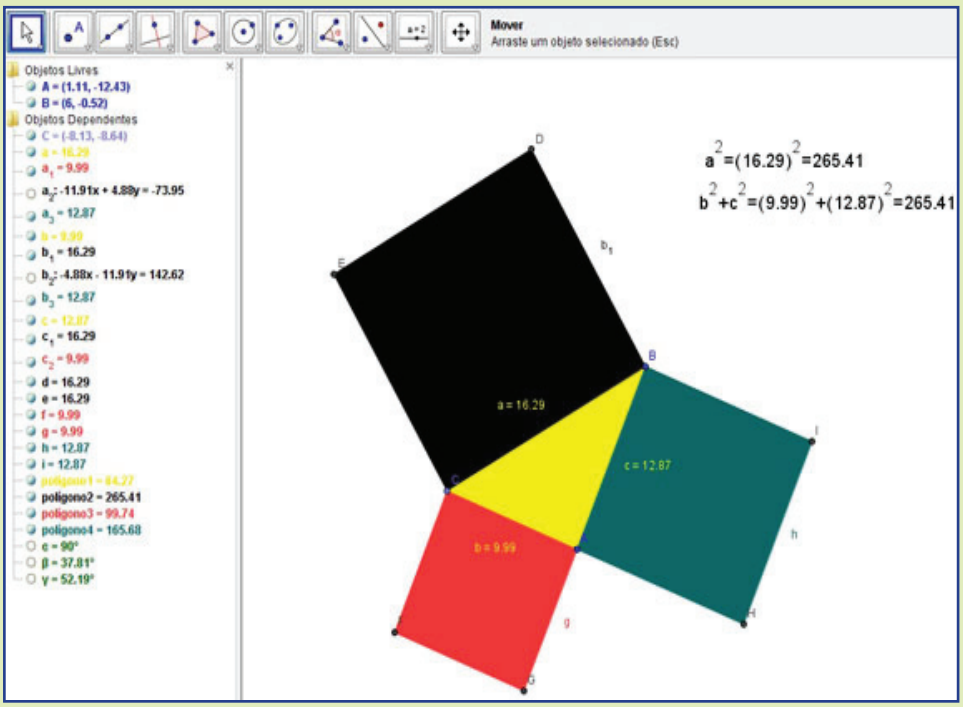
Outra questão dizia: em um triângulo retângulo, como é chamado o lado oposto ao ângulo reto?

Todos os alunos responderam hipotenusa.

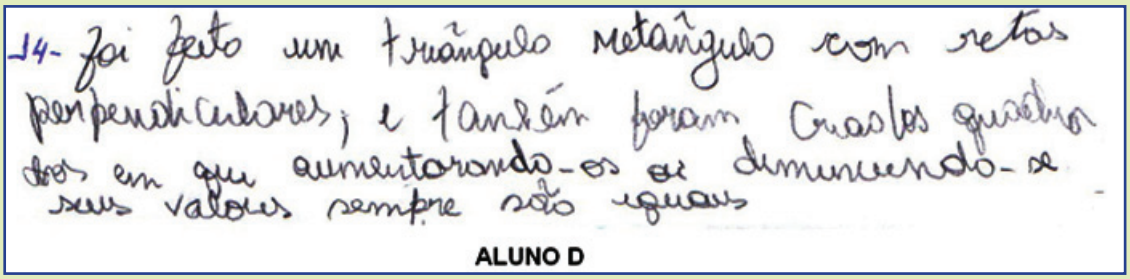
As perguntas discutidas acima foram elaboradas com o intuito de investigar se os alunos conheciam ou não as propriedades e os elementos de um triângulo retângulo, anterior a utilização do software GeoGebra.

Após este, partimos para uma parte mais prática na qual os alunos deveriam construir um triângulo retângulo utilizando o GeoGebra. A construção ocorreu a partir de duas retas perpendiculares. No final dessa etapa da aula, foi pedido que eles comentassem o que havia sido feito.

Na sequência, ainda utilizando o software e a construção que já havia sido feita, os alunos construíram quadrados sobre os lados do triângulo. Nesse momento, eles puderam verificar que, ao construir os quadrados, o GeoGebra calculava a área desses polígonos. Nessa mesma etapa, eles inseriram textos na janela de desenho, textos esses que calculavam a área do quadrado que estava sobre a hipotenusa e também a soma das áreas dos quadrados que se encontravam sobre os catetos, o que de fato facilitou para a formalização dos conceitos. O interessante foi o entusiasmo demonstrado pelos alunos depois que toda a construção estava pronta e ainda quando perceberam que poderiam mover a construção que as propriedades continuavam válidas. Ao final da atividade, os alunos obtiveram a seguinte construção:



Ainda pedimos que os alunos comentassem o que havia sido feito. (Questão 14). O aluno D respondeu.


14- foi feito um triângulo retângulo com retas perpendiculares, e também foram traçados quadrados em que aumentando-os ou diminuindo-se seus valores sempre são iguais

ALUNO D

Podemos observar que o aluno referiu-se aos valores obtidos para as medidas das áreas dos quadrados construídos acima e percebeu que, mesmo movimentando a construção, ainda assim a relação continuava sendo válida. No geral, os alunos conseguiram perceber a relação do teorema observando a medida dos lados dos quadrados e o valor da área a partir da comparação das soluções obtidas.

Ao realizar essa experiência, percebemos que os alunos se mostraram mais engajados na realização das atividades propostas, demonstrando maior interesse e motivação na aula de Matemática, além de melhor compreensão. Com relação ao conteúdo trabalhado, verificou-se que os conceitos foram por fim formalizados.

No entanto, algumas limitações foram constatadas. O número reduzido de computadores em funcionamento acarretou o excesso de alunos por máquina, provocando certa dispersão por parte de alguns pequenos grupos de alunos. O fato de ter sido o primeiro contato dos alunos com o software demandou um período maior de tempo do que previamente planejado em função das várias pausas feitas durante a atividade para esclarecimento das dúvidas. Outro fator foi que algumas calculadoras não funcionaram, gerando atrasos fora do previsto.

4. Considerações finais

A experiência realizada na turma do 9° ano possibilitou que os conceitos matemáticos envolvidos no ensino e aprendizagem do Teorema de Pitágoras fossem explorados pelos alunos de forma investigativa, atrativa e prática. A utilização do software GeoGebra permitiu aos alunos o manuseio das construções de modo dinâmico, auxiliando na formalização dos conceitos e contribuindo como forma de incentivo ao uso de recursos tecnológicos durante as aulas de Matemática. O uso do software ainda facilitou a interação dos alunos entre si e também com as professoras ministrantes.

Como já mencionamos, a ideia desse trabalho surgiu de um Grupo de Estudos formado por professores de Matemática da escola citada. A partir das pesquisas e dos trabalhos desenvolvidos pelo Grupo, nós, professores envolvidos, e até mesmo a Direção Escolar

estabelecemos um novo olhar acerca da utilização do Laboratório de Informática da Escola, no sentido de fazer um bom uso dele, explorando seu potencial com objetivos sobre ensino e aprendizagem da Matemática e também como forma de minimizar a subutilização e o manuseio inadequado dos equipamentos.

O trabalho docente no geral não é fácil, encontramos muitas dificuldades, principalmente no que se refere à utilização de tecnologia. Foram várias as limitações que enfrentamos quando nos dispusemos a executar um trabalho como esse. Contudo, é preciso que o professor não se deixe abater, afinal, essas dificuldades estarão sempre presentes. Uma preparação muito mais dedicada por parte do professor é necessária, assim como um tempo muito maior do que geralmente dispomos para preparação de nossas aulas.

Proporcionar aos nossos alunos um ambiente confortável é essencial para uma boa aprendizagem, mesmo sabendo que a aprendizagem pode ou não acontecer. Ressaltamos ser necessário, neste caso em particular, que os alunos estejam bem acomodados e, se possível, que todos tenham acesso a computadores para evitar assim um descontrole durante o andamento das atividades.

Outro problema com que nos deparamos foi o fato de muitos dos alunos não utilizarem computadores com frequência. Em alguns casos, nunca os utilizaram. Todavia, esse é mais um motivo para que nós, professores, estejamos sempre trabalhando de forma a proporcionar aos nossos alunos desafios que no futuro irão vivenciar.

Adolescentes nunca terem utilizado computadores pode parecer absurdo, mas é fato. Apresentar aos nossos alunos essa possibilidade faz com que se sintam mais motivados, principalmente pelo fato de o computador estar sendo utilizado durante aulas de Matemática, aulas essas fortemente marcadas pelo tradicional quadro e giz, dificultando a ocorrência de outras alternativas metodológicas.

Esperamos que nosso relato desperte os colegas professores para novas possibilidades de uso do GeoGebra, assim como tantos outros softwares potencialmente prontos a serem utilizados em aulas de Matemática, podendo vir a gerar melhor compreensão de nossos alunos sobre conceitos matemáticos.

5. Bibliografia

ALMEIDA, M. E. B. Informática e formação professores. Coleção Informática para a mudança na Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2000.

COSTA, M. L. C.; LINS, A. F. (Bibi). Professores de Matemática vivenciando a experiência de um grupo de estudos: explorando individualidades In: Anais do XIV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática- EBRAPEM, 2010, Campo Grande, MS. Educação Matemática: diversidades e particularidades no cenário nacional, 2010.

COSTA, M. L. C.; LINS, A. F. (Bibi). Towards a study group for the using technology in mathematics teaching. In: Psychology of Mathematics Education – PME 34, Belo Horizonte, MG, 2010a.

LOBO DA COSTA, N. M. Reflexões sobre tecnologia e mediação pedagógica na formação do professor de Matemática. In: BELINI, W; LOBO DA COSTA, N. M.(Org.) Educação Matemática, Tecnologia e Formação de professores: algumas reflexões. Campo Mourão: Editora da FECILCAM, 2010, 272p.

MISKULIN, R. G. S. As possibilidades didático-pedagógicas de ambientes computacionais na formação colaborativa de professores de Matemática. In: FIORENTINI, D. (Org.) Formação de professores de Matemática: explorando novos caminhos com outros olhares. – 1 reimp. - Campinas: Mercado de Letras, 2008, p. 217 - 248.

MORAN, J. M. A educação que desejamos: novos desafios e como chegar lá. São Paulo: Papirus, 2007, 176p.

RICHIT, A.; MALTEMPI, M.V. Formação Profissional Docente, Novas e Velhas Tecnologias: Avanços e Desafios. In: V Congresso Ibero-americano de Educação Matemática (CIBEM). Porto, Portugal, 2005. (17 a 22 de julho. Anais em CD).

Lendo e comentando

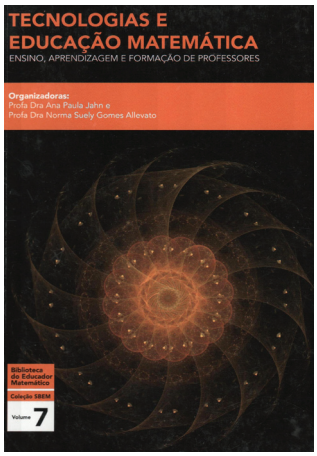
Tecnologias e Educação Matemática

Publicação reflete sobre as preocupações que têm permeado trabalhos, vivências e práticas dos pesquisadores-autores na Educação Matemática

Norma Suely Gomes Allevato[1]

O livro *Tecnologias na Educação Matemática: aprendizagem, ensino e formação de professores* reflete parte da produção de pesquisas e estudos desenvolvidos por pesquisadores participantes do Grupo de Trabalho intitulado Educação Matemática: Novas Tecnologias e Educação a Distância – GT 6, da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

O GT 6 agrega pesquisadores que desenvolvem estudos referentes às relações entre práticas matemáticas, aprendizagem e tecnologias, particularmente as tecnologias digitais. Suas pesquisas analisam mudanças no papel do professor e nas trajetórias de aprendizagem de alunos na presença de ferramentas tecnológicas; possíveis abordagens de ensino nos diferentes níveis de escolaridade e modalidades, incluindo a educação a distância (EaD); bem como o desenvolvimento (design) de ferramentas informáticas e cenários de aprendizagem que integram recursos digitais.



Na origem da produção do livro, estava o desejo de comunicar os estudos e projetos desenvolvidos pelos membros do GT 6, explicitando as principais questões ou problemáticas tratadas, os modelos teóricos e metodológicos e alguns resultados compartilhados no grupo durante o Semimário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - SIPEM, particularmente até sua terceira edição.

Assim, foi possível constituir a obra, que está estruturada em doze capítulos agrupados em três partes. A primeira parte analisa "Novas abordagens para aprendizagem matemática com tecnologias"; na segunda, encontram-se textos sobre "Tecnologias na formação de professores de Matemática"; e a terceira parte é dedicada à "Integração de tecnologias no ensino de Matemática: Práticas e Modalidades de Ação".

O conjunto de textos reunidos nessa publicação reflete muitas preocupações, ideias e questões de natureza prática e teórica que têm permeado os trabalhos, as vivências e as práticas dos pesquisadores-autores na Educação Matemática. É perceptível a diversidade de abordagens adotadas nos trabalhos, voltadas ao ensino, à aprendizagem, à avaliação ou à formação de professores, nos mais diversos contextos e envolvendo diferentes recursos tecnológicos. Isso mostra não somente a variedade de possibilidades e necessidades de pesquisas para o campo da Educação Matemática, mas também à riqueza de enfoques que têm se constituído na produção científica do grupo de pesquisadores que produziu esses trabalhos.

O objetivo do livro é, além de ser veículo de divulgação desses estudos, constituir-se em um convite à realização de novas pesquisas, à reflexão sobre as práticas de professores e alunos em sala de aula e sobre a formação de professores, ao aprofundamento teórico, à melhor compreensão dos processos interativos, sociais e pessoais da sala de aula de Matemática em que as TIC se fazem (ou possam vir a se fazer) presentes.

[1] *Doutora em Educação (norma.allevato@cruzeirodosul.edu.br)*
Universidade Cruzeiro do Sul - São Paulo

Auxílio para a sala

Jogos como recursos didáticos nas aulas de Matemática no contexto da Educação Básica

Ações inovadoras, como os jogos didáticos, podem aumentar a aceitação da disciplina em todos os níveis de ensino

Diva Marília Flemming*

Este artigo tem como objetivo apresentar ideias para a utilização de jogos didáticos em sala de aula da Educação Básica. Inicialmente, os jogos são contextualizados enquanto recursos didáticos essenciais para a prática educativa e para a formação global dos alunos, pois atrelamos os jogos ao processo criativo do ser humano. Ao desenvolver este artigo, colocamos o nosso foco no professor que necessita estar preparado para aproveitar todas as manifestações criativas dos alunos, além de agir criativamente diante de situações inusitadas. Dessa forma, alguns exemplos são apresentados para propiciar reflexões relativas ao uso dos jogos com fins didáticos sem esquecer as suas características essenciais que envolvem a ação intencional da criança ou do adolescente de brincar de forma livre e sadia.

Introdução

Nos últimos 10 anos, analisamos, refletimos e pesquisamos o uso de jogos didáticos e recreações em sala de aula como um recurso didático em diferentes níveis de ensino. No decorrer de todo esse período, vivenciamos momentos em sala de aula extremamente emocionantes, pois comprovamos ideias e estudos mais profundos sobre esse tema. Buscamos sempre trabalhar com os alunos e também com os professores de Matemática atuantes nas escolas, principalmente nas instituições públicas.

Hoje, atuamos diretamente com a formação inicial e continuada de professores de Matemática, buscando sempre discutir novas ideias e estratégias que permitam visualizar o tema jogos no momento atual em que a sociedade exige criatividade, dinamismo e flexibilidade do ser humano.

Não pretendemos neste artigo apresentar "fórmulas mágicas", pois acreditamos que elas não existem. Nosso objetivo é compartilhar ideias que podem ser refletidas e, em curto prazo, possam transformar a sala de aula.

Historicamente, a Matemática é a disciplina que tem um alto índice de reprovação e de não aceitação em todos os níveis de ensino. Esse quadro pode ser alterado sempre que ações inovadoras alicerçadas nas atuais tendências em Educação Matemática, são usadas pelos professores no seu dia a dia em sala de aula. Nossas pesquisas apontam que os jogos podem minimizar as dificuldades de aprendizagens e, principalmente, facilitar o resgate de conceitos e propriedades Matemáticas de forma mais espontânea e natural.

No decorrer deste artigo, vamos discutir uma metodologia denotada "Do Sim à Sala de Aula", que foi desenvolvida no decorrer da minha caminhada com professores e alunos e pode servir de alicerce na tomada de decisão do professor para o uso formal de jogos como recurso didático.

*Doutora em Engenharia da Produção e mestre em Matemática Aplicada (diva.flemming@unisul.br)
Universidade do Sul de Santa Catarina - UNISUL

Jogos como recurso didático

Para iniciar a discussão dos jogos como recurso didático, é essencial que saibamos responder às seguintes perguntas: O que é um jogo? Qual a diferença entre jogos e brinquedos?

Olhando em um dicionário a palavra "jogo", encontramos vários significados. Os psicólogos e educadores empregam essa palavra com o significado de brinquedo, recreio, passatempo. Neste artigo, a palavra "jogo" será usada como "jogos em classe", isto é, para atividades relacionadas com o ensino, de natureza recreativa, usadas em sala de aula para obtenção de um maior rendimento no processo ensino-aprendizagem de um conteúdo específico.

Brougère (1998) faz uma completa análise sobre o jogo como palavra. Considera suas diferentes interpretações, como por exemplo, a comparação de situações políticas a um jogo e os jogos de guerra, muito discutidos em conflitos internacionais.

Na história da Matemática, podemos observar um fantástico exemplo, que mostra o uso dos jogos de azar para edificar a Teoria da Probabilidade. É razoável admitir que o jogo seja anterior à cultura e mais antigo que qualquer organização social. A natureza nos mostra que os animais brincam e as características básicas de um jogo são visualizáveis - por exemplo, rituais, gestos, ações, obstáculos, regras, competição e divertimento.

Flemming e Mello (2003) discutem a diferença entre jogos e brinquedos, sumarizado no Quadro 1.

Quadro 1. Diferença entre jogos e brinquedos

Jogo	Brinquedo
Tem um sistema lingüístico que funciona dentro de um contexto social.	Tem características culturais diversas.
Assume e imagem e o sentido que um grupo social atribui.	Assume diferentes imagens conforme o seu uso.
Tem um sistema de regras.	Ausência de regras.
Tem, em geral, objetos bem característicos e delineados.	O objeto, em geral, representa um substituto dos objetos reais ou uma nova representação criada no momento da brincadeira.

Para refletir um pouco sobre as diferenças, basta imaginar, por exemplo, as peças de um dominó na mão de uma criança de dois a cinco anos ou nas mãos de crianças com mais de seis anos. A partir dos seis anos, a criança já conhece as peças de um dominó e pode iniciar a aprendizagem das estratégias do jogo. Observe que as faixas de idade aqui colocadas são referências mentais, pois é possível observar situações em que o adulto torna-se uma verdadeira criança diante de um jogo.

Nos cursos de capacitação docente, quando realizamos oficinas de criação de jogos didáticos, é possível observar a imersão e, em muitos casos, uma incrível regressão à vida infantil.

Benjamim (1984, p. 64) discute essa regressão e afirma que "a banalização de uma existência insuportável contribuiu consideravelmente para o crescente interesse que jogos e brinquedos passaram a despertar após o final da guerra" (o autor refere-se à Segunda Guerra Mundial).

Hoje, a sociedade vivencia o consumismo e as indústrias de brinquedos criam e recriam jogos e brinquedos deixando pais e educadores quase sem rumo. Os jogos e brinquedos atuais estão cada vez mais midiáticos e a beleza das cores, formas e sons atrai crianças e adultos.

Ao trabalhar com jogos criados a partir de sucatas, resgatamos essa situação que pode trazer problemáticas para a inserção dos jogos em sala de aula (FLEMMING et al., 2003). É importante buscar a compreensão dos fatos, pois estamos diante de grandes desafios, ou seja, como usar um jogo criado com sucata se a mídia mostra belíssimos jogos industrializados?

Não podemos deixar de ressaltar as funções que a sociedade imprime para os jogos em suas funções lúdica e educativa. Concordamos com Kishimoto (1994) quando afirma que cabe ao professor buscar o equilíbrio entre as duas funções, pois o desequilíbrio pode causar situações de conflitos para alunos e professores.

Para que um professor tenha certezas e não dúvidas, no momento de suas escolhas didáticas, é essencial que sua ação docente esteja alicerçada em referen-

ciais teóricos discutidos na didática.

Duas grandes teorias são destacadas neste artigo, para a escolha do professor: a Teoria de Vygotsky e a Teoria de Piaget.

O jogo, considerado um ato de brincar, foi destacado nos estudos de Vygotsky e de seus discípulos, pois exerce uma grande influência no desenvolvimento de uma criança, sendo uma atividade meio da aprendizagem. Nessa teoria, as regras de um jogo exercem um importante papel, elas fazem com que a criança atue num nível superior ao que ela se encontra de acordo com a sua idade (ELKONIN, 1998). Os jogos favorecem situações imaginárias, sendo um meio para desenvolver o pensamento abstrato - portanto, apresenta nitidamente uma função pedagógica.

"Os jogos podem minimizar as dificuldades de aprendizagens e, principalmente, facilitar o resgate de conceitos e propriedades Matemáticas de forma mais espontânea e natural."

Na teoria de Piaget, temos quatro estágios no desenvolvimento lógico denotadas por sensório lógico, pré-operatório, operações concretas e operações formais. Teoricamente, na Educação Básica, temos crianças cujo desenvolvimento fica enquadrado nas duas últimas etapas. No caso das operações concretas, a criança ainda está ligada a objetos reais, concretos, mas é capaz de passar da ação à operação, que é uma ação interiorizada. O ideal para essa etapa é o uso de jogos que envolvam a capacidade de classificar, de fazer transformações reversíveis ou até mesmo jogos que envolvem a conservação de quantidades contínuas e descontínuas, de tamanho, peso, distâncias, áreas e volumes. Podendo ocorrer o uso de frações e cálculos matemáticos simples.

Na etapa das operações formais, temos a possibilidade de usar jogos que envolvem o raciocínio lógico, como, por exemplo, os jogos de estratégias. Sob a ótica de conteúdos, é possível apresentar jogos com proporções, combinações e até mesmo cálculos mais sofisticados ou demonstrativos.

As experiências das nossas pesquisas apontam que os alicerces da Teoria de Piaget, justificam algumas situações frustrantes do uso de jogos. Estamos nos referindo às situações em que os alunos não gostam ou não querem jogar exatamente pelo fato de o jogo não estar adequado ao desenvolvimento da criança.

Os trabalhos da pesquisadora Kamii (1995), discutidos em diversos livros, refletem o uso da Teoria de Piaget e, em especial, o entendimento da autonomia como objetivo amplo da educação. O professor não deve usar o jogo simplesmente para resolver aspectos disciplinares ou motivacionais, pois isto poderá criar ambientes autoritários e coercitivos não propícios ao processo de ensino-aprendizagem.

Os blocos lógicos, criados por Dienes, muito discutidos nos anos de 1960, são também alicerçados na Teoria de Piaget. Trata-se de um material muito rico para explorar as diferentes etapas do desenvolvimento da criança e podem ser usados criativamente pelo professor para diversos jogos. Dienes (1974) afirma que as possibilidades que um indivíduo possui não aparecem repentinamente, resultam de um processo que ocorre por etapas. É uma evolução que se dá do concreto para o abstrato.

A partir dos alicerces teóricos citados, elaboramos uma metodologia para o planejamento e aplicação de um jogo didático em sala de aula, que denotamos por SaSAula (Do Sim até a Sala de Aula).

Proposta metodológica para o uso de jogos

Quando tomamos a decisão de aplicar um jogo em sala de aula, devemos conhecer claramente todas as etapas a serem percorridas desde o planejamento da aula até os processos avaliativos. Antes de apresentar a metodologia, é interessante ressaltar a importância de fazer a contextualização da aula com o uso do jogo. Uma boa maneira é o professor lembrar sempre que a "aula do jogo" deve estar ligada na "aula anterior" e na "aula posterior". Isto significa que o jogo é parte integrante do processo de ensino-aprendizagem e não deve ser considerado uma ação isolada no contexto do dia a dia da disciplina de Matemática.

No fluxograma, da Figura 1, que segue, delineamos as etapas da metodologia proposta para o uso de jogos como recurso didático. Essa metodologia tem o foco no planejamento da aula e na ação didática propriamente dita. Observe o fluxograma e acompanhe as orientações básicas e os exemplos para a aplicação de cada etapa.

Iniciamos a nossa apresentação com uma pergunta a que todo professor deve responder antes de iniciar o planejamento de uma aula usando jogos.

Pretendo usar o jogo em minha sala de aula?

É claro que, se a resposta é NÃO, significa uma tomada de decisão que deve ser respeitada, pois na literatura temos muitas metodologias e resultados de pesquisas que nos levam à produção de aulas inovadoras e com o uso de diferentes recursos didáticos.

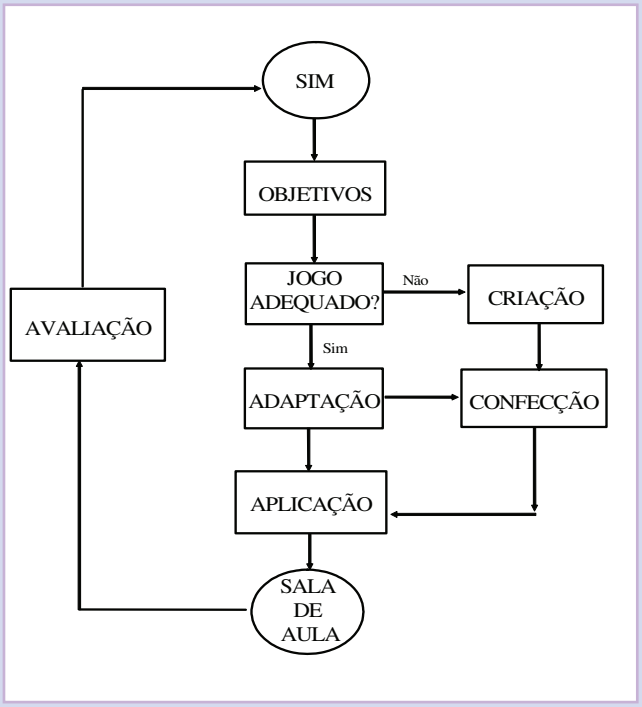


Figura 1. Fluxograma da metodologia SaSAula

É fundamental que o professor tenha a certeza de que deseja vivenciar o maravilhoso processo de trabalhar com jogos em diferentes níveis de ensino. Ao dar a resposta SIM, o professor está iniciando uma nova forma de planejar sua aula e suas atividades didáticas. Muitas outras perguntas devem ser respondidas!

Qual o objetivo que pretendo atingir?

O professor atento e criativo sabe que pode potencializar as situações de ensino-aprendizagem a partir do uso de jogos em sala de aula, sem esquecer que as características essenciais de um jogo devem ser mantidas (por exemplo, a ação intencional da criança de brincar ou a natureza livre do jogo). Para identificar os objetivos da aula com o uso do jogo, é importante saber que existem três grandes grupos de objetivos:

- aprimorar atitudes e habilidades dos alunos;
- introduzir e fixar conteúdos;
- motivar e desenvolver hábitos de brincar.

As atividades recreativas, quando bem desenvolvidas e bem mediadas pelo professor, trazem alegria aos alunos, provocando atitudes sadias de adaptação ao meio. O uso dos jogos propicia o aprimoramento de atitudes:

- **relativas à disciplina** – o aluno que pratica o jogo em classe de forma sistemática, sob a orientação do professor, habitua-se a respeitar as solicitações do professor e dos colegas, age dentro de certas normas e reprime impulsos prejudiciais à disciplina;
- **relativas a certos complexos** – observamos que, no decorrer de um jogo, um aluno triste e introvertido pode se tornar alegre e expansivo;
- **relativas ao interesse e atenção** – em alguns jogos, o aluno obriga-se a ter a máxima atenção, pois, caso contrário, corre o risco de não jogar. Por outro lado, a competição pode provocar o interesse pelo estudo – é importante saber jogar perante uma equipe!

Além dos itens citados acima, é possível observar outros como, por exemplo, solidariedade, honestidade e lealdade. Todas as atitudes elencados requerem diferentes habilidades por parte do aluno e também por parte do professor para lidar com situações de ordem mais humanísticas. Em geral, essas situações não ocorrem em uma aula expositiva dialogada, do tipo tradicional.

Temos um grande número de professores que pre-

ferem usar jogos para fixar conteúdos. Entretanto, existem jogos que são adequados para introduzir um novo conteúdo.

Corbalón (1994) discute a utilização de jogos para o tratamento da diversidade, pois é possível, com o uso dos jogos individuais, atender, de forma mais personalizada, às dificuldades de aprendizagens dos alunos.

Temos professores que preferem usar os jogos somente para "motivar e brincar", alterando a rotina da sala de aula. Esses objetivos são plenamente válidos, desde que planejados e sintonizados com as ações didáticas que devem seguir no andamento das aulas.

No quadro que segue, você pode ver exemplos de objetivos que foram elaborados por um professor que pretendia usar jogos nas suas aulas de Geometria.

Quadro 2. Exemplos de objetivos para aulas de Geometria

Objetivo Geral: Identificar figuras geométricas simples.

Objetivos específicos:

- trabalhar a identificação de cores e formas;
- observar características das figuras geométricas planas;
- fixar cálculo de áreas;
- desenvolver cálculo mental de áreas;
- aprimorar atitudes para trabalhos em pequenos grupos.

Com os objetivos definidos, seguimos a metodologia respondendo à seguinte pergunta:

Conheço um jogo adequado?

Essa pergunta pode delinear dois caminhos metodológicos. É importante lembrar que um jogo é adequado quando propicia atingir os objetivos propostos. Nesse ponto, podemos resgatar as teorias pedagógicas para compreender as etapas de desenvolvimento da classe de alunos.

Caso a resposta seja SIM, uma nova pergunta deve ser feita:

Vou precisar fazer uma adaptação?

Em geral, as adaptações são necessárias quando analisamos diferentes aspectos como, por exemplo, as regras de jogo, as características da classe, o número de alunos, a disposição das carteiras na sala de aula, o tempo disponível etc.

Para exemplificar, vamos supor que o professor respondeu sim, pois estava pensando no uso dos blocos lógicos para atingir os objetivos propostos. O jogo estabelecido é em equipes de quatro alunos e, para atender às regras, um conjunto de blocos lógicos é suficiente para duas equipes, basta que o professor entregue as peças finas para uma equipe e as peças grossas para outra. Assim, o professor precisa dimensionar quantos conjuntos de blocos lógicos serão necessários em função do número de alunos. Além dos blocos lógicos, é necessário o uso de papel quadriculado, lápis preto, amarelo, azul e vermelho.

As regras devem ser estabelecidas, discutidas e acordadas com a classe. Veja um exemplo:

- o professor forma as equipes, distribui o material e indica o tempo de ¾ de uma hora aula para o desenvolvimento do jogo;
- os membros de cada equipe devem montar figuras geométricas com os blocos lógicos e fazer os desenhos no papel quadriculado, observando cor e forma;
- ao término do tempo, cada equipe expõe o seu trabalho em um mural da sala;
- a equipe que elaborou o maior número de figuras corretas é a vencedora

Colocamos aqui a observação relativa ao fato de ser um jogo competitivo, alguns teóricos preconizam que o professor sempre deve premiar as equipes vencedoras. Em nossas experiências, temos considerado a premiação algo excepcional e não sistemático, pois entendemos que é importante para o aluno compreender que na maioria das vezes o exercício da cidadania ou a participação efetiva de um trabalho não é situação para premiação. O aluno deve exercitar o

prazer de jogar para o processo ensino-aprendizagem e, como tal, "ganhar um jogo" deve ter a conotação de uma vitória pessoal de construção de conhecimentos e habilidades formais.

Seguindo as etapas do fluxograma, o professor, ao fazer a adaptação, vai recair na situação de responder a questão: vai ser necessário confeccionar material para o jogo?

É importante que o professor faça uma lista de todos os materiais para a aula, pois as atividades recreativas são dinâmicas e a falta de material pode causar transtornos irreparáveis.

Em algumas situações, ficamos diante da necessidade de confeccionar materiais. Esse é um grande momento, pois o professor pode ter diferentes alternativas criativas. É possível trabalhar em conjunto com professores de outras disciplinas ou usar os recursos computacionais que são fantásticos para a duplicação de materiais do tipo cartas, cartões em cores etc.

No caso dos blocos lógicos, basta usar papel duplex nas cores padrões do jogo (amarelo, vermelho e azul) e compor as peças quadradas, retangulares, circulares e triangulares.

Finalmente, é chegada a hora de aplicar o jogo em classe.

Como aplicá-lo?

Em que momento da minha sequência didática o jogo vai ser inserido?

Ao responder a essas questões, o professor revisa seus objetivos iniciais e, a partir deles, delineia o passo a passo da aplicação, não se esquecendo de fazer a ligação com "o antes" e "o depois".

Para a situação que estamos exemplificando no decorrer do texto, o jogo tem a finalidade de revisar conteúdos já discutidos na aula anterior (formas geométricas). Nas aulas seguintes, o material produzido pelos alunos deve ser resgatado para análises detalhadas das suas formas e cálculos de áreas. Problemas e atividades podem ser produzidos a partir dos resultados das equipes.

Caso o objetivo do jogo fosse a introdução de conteúdos, o fio condutor da aula anterior poderia ser somente motivacional e, nas aulas seguintes, ações diferentes poderiam ser exploradas como, por exemplo, a fala dos alunos discutindo as suas produções gráficas, a organização da sua equipe para o jogo, etc.

Vamos agora retomar a bifurcação do fluxograma, quando o professor responde que não conhece um jogo adequado para atender aos seus objetivos propostos. Nesse caso, o professor vai vivenciar um processo criativo. Podemos lembrar que, para vivenciar um processo criativo, não precisamos ser um pintor ou compositor, basta "ser professor".

Ao acompanhar um grupo de professores em fase de criação de um jogo, foi possível constatar a passagem pelas etapas do processo criativo em acordo com Miel (1993) ou Wechsler (1993). Tem-se:

Pré-Abertura – o professor, ao optar por usar o jogo, já está com a sua cabeça aberta para vivenciar o processo criativo.

Abertura – O professor está se propondo a criar um jogo adequado para a sua classe e sabe que deve ser algo que possa promover o alcance dos objetivos didáticos. É inevitável responder: O que e como? Há uma introspecção para buscar na sua memória algo que possa ser o ponto de partida. Essa etapa é única para o professor e, em geral, há uma sintonia muito grande entre o profissional e o pessoal. Em alguns casos verifica-se a busca de estímulos, como, por exemplo, pesquisar um livro ou lembrar-se de um jogo já conhecido como cartas, dominós etc. As ideias fervilham e o indivíduo fica a um passo da nova etapa da criação.

Organização – O turbilhão de ideias e cenas armazenadas na etapa anterior precisa ser organizado para que um jogo seja definido. De forma fantástica, a ideia final sempre surge e fica bem delineada.

Estruturação do produto – Na nossa discussão o produto criativo é um jogo que precisa ser estruturado formalmente em todos os detalhes, regras, material, etc. Em geral, essa é uma etapa do processo criativo conflitante, pois surgem as dúvidas e incertezas – Será que esse jogo vai dar certo? Será que os alunos estão preparados para esse tipo de jogo? Será que o jogo vai dar conta da fixação ou introdução dos conteúdos?

Apresentação pública – As dúvidas da etapa anterior continuam e precisam ser superadas para que o

produto criativo - o jogo - seja apresentado publicamente, ou seja, possa ser usado em sala de aula ou até mesmo compartilhado com os colegas da escola. Ao tomar a decisão de compartilhar o produto para sugestões, críticas ou melhorias o criador está realizado, pois venceu o processo criativo.

Para finalizar o nosso fluxograma, vamos resgatar que a cada aula de aplicação de um jogo devemos lembrar-nos do processo avaliativo, não da aprendizagem, mas do processo de planejamento e aplicação. É o momento de responder a questão:

Os meus objetivos iniciais foram atingidos?

Se não, é importante, buscar o que ficou pendente e quais as causas, pois, assim. o professor vai adquirir competências para vivenciar de forma sistemática jogos como recursos didáticos.

Considerações finais

Vamos terminar este artigo resgatando a frase de que "em educação não existem fórmulas mágicas". Ao ler, analisar e refletir sobre um artigo que discute jogos, não se deve gerar expectativas de ampliar a coleção de jogos. Em geral, a reaplicação de jogos sempre produz diferentes resultados. Consideramos muita pretensão de um professor estudioso do tema jogos didáticos apresentar modelos prontos para a prática educativa. O que podemos fazer é delinear caminhos para a vivência de um processo criativo ou de um processo formalizado de preparação de uma aula com o uso dos jogos. Assim, nossa mensagem final neste artigo é - não deixe de experimentar a metodologia proposta. A formação continuada do professor de Matemática não deve estar restrita aos cursos, palestras ou seminários, é no dia a dia de sala de aula, lendo, analisando, refletindo e buscando o rompimento da dicotomia teoria-prática que ela efetivamente se concretiza.

Bibliografia

BENJAMIN, W. Reflexões: A criança, o brinquedo, a educação. São Paulo: Summus, 1984.
BROUGÈRE, G. Jogo e Educação. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.
DIENES, Z. P. Lógica e jogos lógicos. São Paulo: EPU, 1974.
ELKONIN, D. B. Psicologia do Jogo. São Paulo: Martins Fontes, 1998.
FLEMMING, D. M.; LUZ, E. F.; MELLO, A. C. C; COLUSSI, A. Kits didáticos com o uso da sucata. São José: Saint Germain, 2003.
FLEMMING, D. M.; MELLO, A. C. C. Criatividade e Jogos Didáticos. São José: Saint Germain, 2003.
KAMMII, C. A criança e o número. Campinas: Papirus, 1995.
KISHIMOTO, T. M. O jogo e a educação infantil. São Paulo: Pioneira, 1994.
MIEL A. (org.) Criatividade no ensino. 4ª. ed. São Paulo: IBRASA, 1993.
WECHSLER, S. M. Criatividade: descobrindo e encorajando. Campinas/SP: Editorial Psy, 1993.

Caro professor (a),

Envie seus relatos de experiência em sala de aula. Teremos grande prazer em publicá-los

E-mail: sbem@sbem.com.br

Problemas

O perímetro do Tangram (七巧板) e suas aplicações no desenho industrial

Surgido na China, o Tangram tornou-se popular entre os professores de Matemática por suas aplicações didáticas

Antônio José Lopes[1]

A interdisciplinaridade e a modelagem estão entre as recomendações da maioria dos programas curriculares de diversos países, em especial dos parâmetros curriculares nacionais. Tais recomendações são sustentadas por estudos teóricos sobre educação para todos, processos de aprendizagem, aprendizagem significativa, pensamento geométrico e outros. Entretanto, tais abordagens têm sido mais frequentes no ensino fundamental, como se fosse um tabu explorar tópicos do ensino médio por meio de jogos ou de uma abordagem interdisciplinar. Este artigo discute experiências e possibilidades do uso do Tangram para a aprendizagem de temas como convexidade e números irracionais.

Um quebra-cabeça com mil e uma utilidades

O Tangram é um quebra-cabeça de origem chinesa, praticado há muitos séculos em todo o Oriente. Hoje está disseminado no mundo todo e, além de suas funções estético-recreativas, tornou-se muito popular entre os professores de Matemática por suas aplicações didáticas.

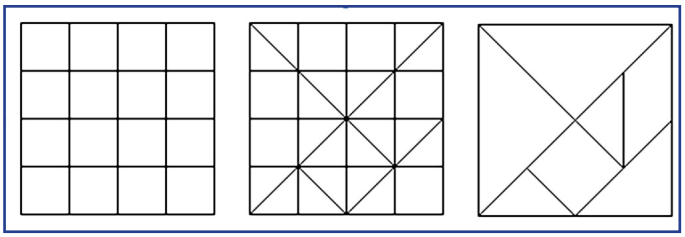
Muitos livros, e inclusive algumas enciclopédias e sites, situam seu surgimento há milhares de anos, quando um monge chinês teria deixado cair uma peça de porcelana quadrada, que se partiu em sete pedaços, daí o nome – Tangram – que significa "tábua das sete sabedorias" ou "tábua das sete sutilezas". Essa versão, que hoje sabemos ser falsa, foi publicada pela primeira vez em 1903, no livro *The Eighth Book of Tan*, de um dos maiores nomes da Matemática Recreativa, o americano Sam Loyd. A lenda foi amplificada pelo inglês Henry E. Dudeney, outro grande nome da Matemática Recreativa, em um artigo da revista *The Strand Magazine* em 1908. A referência mais antiga do Tangram é de um livro chinês publicado em 1803. Entre os disseminadores do Tangram encontramos personalidades da literatura do séc. XIX do porte de Edgar Allan Poe, o pioneiro dos contos policiais e Charles Lutwidge Dodgson, professor de lógica da Universidade de Cambridge, mais conhecido por Lewis Carrol, o autor de *Alice no País das Maravilhas*.

O jogo é composto de sete peças (chamadas tans): 5 triângulos (2 grandes, 1 médio e 2 pequenos), 1 quadrado e 1 paralelogramo. Com as 7 peças do Tangram podem-se construir milhares de formas. Podemos postular que:

[1]*Mestre em Didática da Matemática (bigode@pentaminos.mat.br)*
Centro de Educação Matemática e Escola Vera Cruz

Qualquer figura construída com as peças de Tangram, de modo que os lados se toquem, exceto pelos vértices, é um polígono.

Há vários procedimentos para a construção das peças, seja usando materiais como régua e compasso, seja por meio de recortes, dobraduras e papel quadriculado, como se pode ver no esquema:



O desafio do jogo clássico é construir figuras que tenham propriedades geométricas específicas: figuras simétricas, convexas, com perímetro determinado e outras condições, como por exemplo:
Proponha aos alunos que resolvam problemas com condições dadas:

1)formar um quadrado usando 5 peças;
2)formar um pentágono usando 2 peças;
3)formar uma figura simétrica usando 4 peças;
4)formar uma figura convexa usando 3 peças;
5)tomando o lado do quadrado como unidade de comprimento, formar uma figura com perímetro 8;
6)tomando o quadrado como unidade de área, formar uma figura com área 4.

O Tangram é um recurso poderoso para o desenvolvimento de processos geométricos como identificar, visualizar, representar, descrever, construir, classificar, compor e decompor figuras planas, em especial polígonos. Também é rico em situações que envolvem conceitos e relações: frações, área, congruência, semelhança, ângulos e o teorema de Pitágoras, entre outros tópicos do currículo do ensino fundamental e médio.

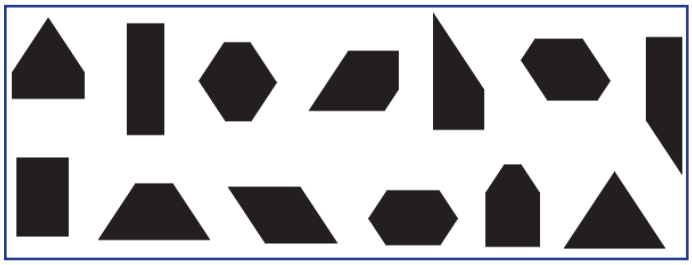
Há muitos problemas instigantes, alguns sofisticados, que se podem propor aos alunos a partir da exploração do Tangram como, por exemplo, a impossibilidade de se construir um triângulo usando apenas 6 peças.

O Tangram no ensino médio

As atividades a seguir foram trabalhadas com alunos do ensino médio e contribuíram para prover de significado conteúdos como relação entre área e perímetro, conjuntos numéricos, comparação de números reais e aplicações da Matemática nas atividades profissionais e a outras áreas do conhecimento.

Convexidade

No ano de 1942, os matemáticos chineses Fu Traing Wang e Chuan-Chih Hsiung demonstraram que só existem **13 polígonos convexos** que podem ser construídos com as sete peças do Tangram.

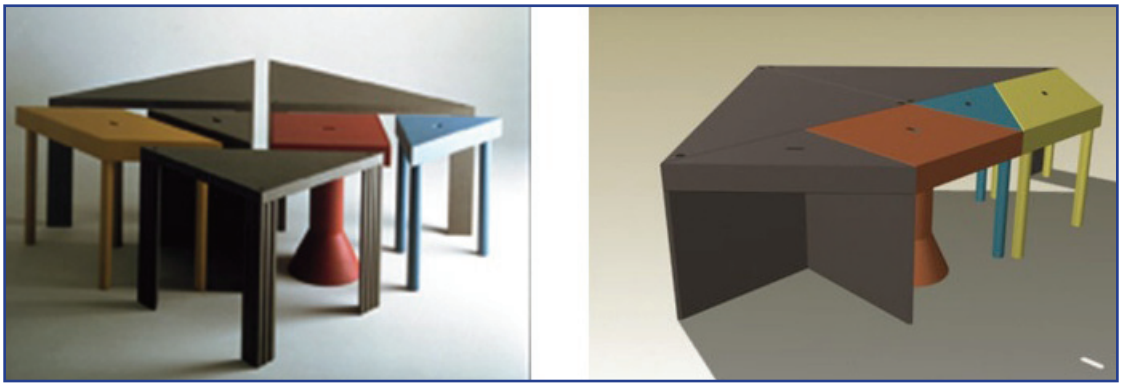


Aplicações do Tangram no design

As figuras formadas com as sete peças do Tangram inspiraram designers e arquitetos na criação de espaços e objetos do cotidiano.

Em 2002, o designer Daniele Lago, desenvolveu a estante Tangram que pode ser montada de acordo com as conveniências e o gosto do freguês.

O designer italiano Massimo Morozzi criou, no ano de 1983, uma mesa modular cujos tampos têm o formato das peças do Tangram. Obtendo assim, uma forma para cada função da mesa.



Em 2002, o designer Daniele Lago, desenvolveu a estante Tangram que pode ser montada de acordo com as conveniências e o gosto do freguês.

A partir destes fatos podem-se propor aos alunos as seguintes atividades.

• compor cada um dos polígonos convexos usando as sete peças do Tangram
• classificar os polígonos obtidos indicando seu nome e suas simetrias.
• determinar o perímetro de cada polígono.
• indicar que polígonos têm o maior e o menor perímetro.

Atividades de PROJETO:

• Desafie os alunos a estimar o perímetro de uma mesa sabendo que a largura média recomendável para uma mesa escolar é de 80 cm, use a informação para estimar quantas pessoas podem ficar em volta de mesas convexas formadas com as peças de Tangram.

• Qual é o formato das mesas de maior perímetro e de menor perímetro ?

• Havendo recursos em sua escola, proponha aos alunos que construam maquetes da mesa Tangram. Desafie-os a decidir a altura dos pés da maquete a partir de pesquisa sobre ergonomia e as proporções do corpo humano.

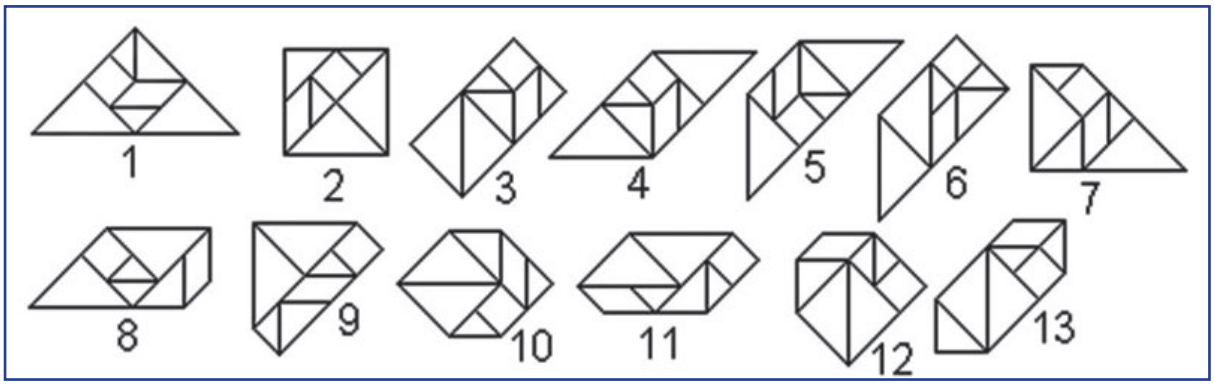


Figura	Nome e classificação	Simetrias	Área	Perímetro	Aproximação decimal
1	Triângulo retângulo isósceles	1 eixo de simetria	8	$8 + 4\sqrt{2}$	13,6
2	Quadrado (quadrilátero regular)	4 eixos de simetria; simetria de rotação de 90º	8	$8\sqrt{2}$	11,3
3	Retângulo	2 eixos de simetria, simetria de rotação de 180º	8	12	12
4	Paralelogramo	Simetria de rotação de 180º	8	$8 + 4\sqrt{2}$	13,6
5	Trapézio isósceles	1 eixo de simetria	8	$8 + 4\sqrt{2}$	13,6
6	Trapézio retângulo	Não tem	8	$10 + 2\sqrt{2}$	12,8
7	Trapézio retângulo	Não tem	8	$4 + 6\sqrt{2}$	12,4
8	Pentágono	Não tem	8	$4 + 6\sqrt{2}$	12,4
9	Pentágono	1 eixo de simetria	8	$6 + 4\sqrt{2}$	11,6
10	Hexágono	2 eixos de simetria	8	$6 + 4\sqrt{2}$	11,6
11	Hexágono	Simetria de rotação de 180º	8	$6 + 4\sqrt{2}$	11,6
12	Hexágono	1 eixo de simetria	8	$8 + 2\sqrt{2}$	10,8
13	Hexágono	2 eixos de simetria	8	$6 + 4\sqrt{2}$	11,6

O perímetro do Tangram e os números irracionais

Após a resolução dos problemas, discuta os resultados da atividade de composição dos polígonos convexos formados com as 7 peças do Tangram.

Os números correspondentes aos perímetros dos polígonos convexos construídos são números reais da forma $a + b\sqrt{2}$.

Em relação aos números da tabela, é oportuno lembrar os seguintes fatos.

Se a é um número racional $(a \in Q)$ e α é um número irracional $(\alpha \in Ir)$ então os números: $(a+\alpha)$ e $(a\times\alpha)$ são números irracionais.

O número $\sqrt{2}$ é um número irracional, ou seja, um número cuja expansão decimal é infinita e não periódica.

Ao teclar **2** seguido da tecla **sqrt** na calculadora do Windows no visor vai a aparecer o número **1,414 2135623730950488016887242097** que é uma aproximação decimal de $\sqrt{2}$ com 31 casas decimais. O usual é aproximar a $\sqrt{2}$ pelos números racionais 1,4 ou 1,41 dependendo da precisão que o problema exige.

Operar com números da forma $a + b\sqrt{2}$, dá aos alunos certas destrezas operacinais, preparando-os para trabalhar de modo mais "natural" com os números complexos da forma a + bi.

Com exceção do perímetro da figura 3, todos os outros números da tabela são números irracionais.

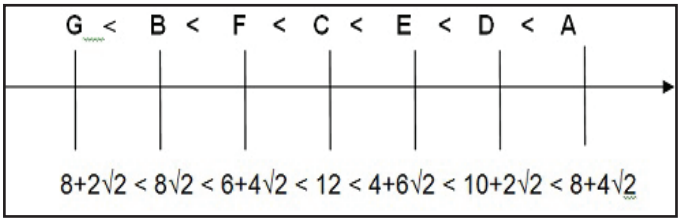
A	B	C	D	E	F	G
$8+4\sqrt{2}$	$8\sqrt{2}$	12	$10+2\sqrt{2}$	$4+6\sqrt{2}$	$6+4\sqrt{2}$	$8+2\sqrt{2}$

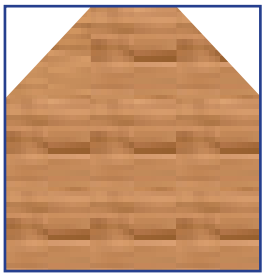
Partindo da desigualdade $1 < \sqrt{2} < 2$ é possível comparar diretamente, do is a dois, alguns dos números da tabela.

F	$6+4\sqrt{2}$	<	$8+4\sqrt{2}$	A
G	$8+2\sqrt{2}$	<	$6+4\sqrt{2}$	F
G	$8+2\sqrt{2}$	<	$8+4\sqrt{2}$	A
D	$10+2\sqrt{2}$	<	$8+4\sqrt{2}$	A
C	12	<	$10+2\sqrt{2}$	D
C	12	<	$8+4\sqrt{2}$	A
G	$8+2\sqrt{2}$	<	$10+2\sqrt{2}$	D
F	$6+4\sqrt{2}$	<	$4+6\sqrt{2}$	E

E indiretamente concluir que: se
G < F < A → G < A e se C < D < A → C < A

G		B		F		C		E		D		A
$8+2\sqrt{2}$	<	$8\sqrt{2}$	<	$6+4\sqrt{2}$	<	12	<	$4+6\sqrt{2}$	<	$10+2\sqrt{2}$	<	$8+4\sqrt{2}$
10,8	<	11,3	<	11,6	<	12	<	12,4	<	12,8	<	13,6





Dessa discussão pode-se concluir que as mesas em formato de triângulo, paralelogramo e trapézio isóscele são as que têm o maior perímetro, ou seja, dá para acomodar mais pessoas em sua volta. A mesa em formato hexagonal (figura 12) é a que tem o menor perímetro.

Bibliografia:

BOLTIANSKI, V. G. Figuras Equivalentes e equicompostas. Trad. Seiji Hariki. São Paulo: Atual Editora. Moscou: Editora Mir. 1996. 65 p.

ELFERS, J. Tangram: The ancient chinese shapes game. London: Penguin Books. 1975. 214 p.

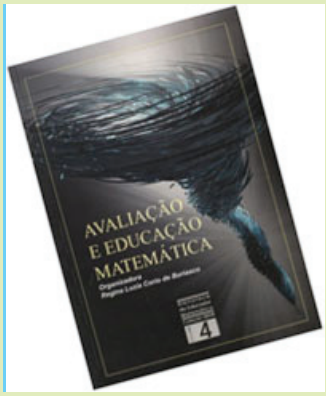
FRANCHI, A. et alii. Geometria no 1º grau: da composição e da decomposição de figuras às fórmulas de área. São Paulo: CLR Balieiro. (Coleção Ensinando-aprendendo, Aprendendo Ensinando; 7), 1992. 43 p.

WANG, F. T. and Hsiung, C. C., A theorem on the Tangram, American Mathematical Monthly, 49 (1942) 596–599.

Biblioteca do Educador Matemático

Modelagem Matemática na Educação Matemática Brasileira:
pesquisas e práticas educacionais

Avaliação e Educação Matemática



Educação Matemática no Ensino Superior *Pesquisa e Debate*

Adquira já o seu!

www.sbem.com.br

Recursos eletrônicos

Sugestão de sites e softwares educativos para o professor de Matemática

A rede mundial de computadores oferece vários recursos tecnológicos que podem auxiliar os professores de Matemática na sala de aula.

Jorge Cássio Costa Nóbriga[1]

Existem várias possibilidades de sites que oferecem recursos e materiais de apoio para o professor de Matemática. Um primeiro que recomendo é o Ciência à Mão (www.cienciamao.if.usp.br). Tal site é bem diversificado e não se limita apenas à exploração da Matemática. Traz também muitos materiais para física, química e biologia. No que diz respeito à Matemática, trás diversas dicas de:

- livros, artigos e revistas;
- softwares educativos e simuladores;
- experiências que podem ser feitas em sala de aula ou laboratórios;
- vídeos;
- laboratórios e ludotecas virtuais;

Além disso, o site trás um link com cursos e eventos relacionados à área, dicas de outros sites ligados ao ensino de Matemática, com suas principais descrições. A página inicial contém uma caixa de busca por meio da qual basta digitar a palavra-chave relacionada ao tema desejado e o resultado mostrará tudo que o site possui nessa linha.

Outro *site* que recomendo é o "Conteúdos digitais para o ensino de Matemática e estatística" (www.uff.br/cdme). Ele trás diversas opções de softwares educativos, jogos e vídeos que podem ser explorados na própria página, sem a necessidade de instalação ou downloads. Os conteúdos abordados são desde os da Matemática básica até a superior.

O site do professor Leo Akio (www.leoakio.com) trás diversos links de outros *sites* com dicas e informações que são úteis. Lá, o professor poderá encontrar dicas de *sites* contendo materiais didáticos que podem ser usados em sala de aula. Tais informações estão separadas por níveis de ensino e área. Além disso, trás também dicas de *sites* com sugestões para trabalho com alunos com necessidades especiais.

No que diz respeito aos softwares educativos, existem também muitas possibilidades. O Geogebra (www.geogebra.org) é atualmente um dos softwares educativos matemáticos mais úteis ao professor. Tal software livre é classificado com um programa de Matemática dinâmica que explora geometria, álgebra, estatística, probabilidade e cálculo. Ele pode ser explorado do ensino básico ao superior. Além disso, é multiplataforma, podendo ser instalado no Linux, Windows ou Mac. Existe também a versão portável, que não necessita de instalação no computador. Para o trabalho com geometria espacial, sugiro o software pago Cabri3D (www.cabri.com). Com ele, é possível explorar esferas, poliedros, cilindros e cones, permitindo fazer secções e planificações de poliedros.

O site EDUMATEC – Educação Matemática e Tecnologia Informática (http://www2.mat.ufrgs.br/edumatec/index.php) trás várias outras sugestões de softwares educativos para Matemática. Lá, é possível ver descrições e acessar links com os programas.

[1]*Doutorando em Educação - UnB (jcassio@gmail.com)*
Coordenador do Curso de Licenciatura em Matemática da Faculdade Jesus Maria José

O que vem por aí

XII Conferência Interamericana de Educação Matemática

O Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica (EDUMATEC) da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) e a Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), juntamente com o Comitê Interamericano de Educação Matemática (CIAEM), promovem a XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática – XIII CIAEM –, que reunirá educadores, pesquisadores e especialistas em Educação Matemática de todas as Américas e de outros continentes.

Esse é um evento internacional, que ocorre a cada quatro anos em um país das Américas, e essa 13ª edição da CIAEM será realizada na UFPE, no Recife (Brasil), de 26 a 30 de junho de 2011, ano em que o CIAEM completa 50 anos de existência.

Serão debatidos os seguintes temas relacionados à Educação Matemática: Formação de professores; Resolução de problemas e modelização; Tecnologia e ensino de Matemática; História e epistemologia; Etnomatemáticas e perspectivas socioculturais; Desenvolvimento curricular em Matemática; Avaliação da aprendizagem Matemática; Investigação em Educação Matemática; Competências profissionais; Estatística e probabilidade; Geometria; Álgebra; Cálculo diferencial e Integral; Sociologia da Educação Matemática; Uso de vídeos e multimídias; Novos enfoques e tendências da Educação Matemática; Ensino de Ciências e Educação Matemática.

O programa acadêmico do XIII CIAEM contará com os seguintes convidados para as atividades plenárias: Alan Schoenfeld (EUA); Bill Barton (Nova Zelândia); Michèle Artigue (França); Mogens Niss (Dinamarca); Ubiratan D'Ambrosio (Brasil).

Como convidados de conferências paralelas têm-se Carlos Vasco (Colômbia); César Carranza (Peru); Claude Gaulin (Canadá); Dani Ben-Zvi (Israel); Ed Jacobsen (EUA); Eduardo Luna (República Dominicana); Fidel Oteiza (Chile); Luis Carlos Arboleda (Colômbia); Luis Moreno Armella (México); Luz Manuel Santos (México); Marcelo Borba (Brasil); Paulo Figueiredo (Brasil); Ricardo Losada (Colômbia); Salvador Llinares (Espanha); e Terezinha Nunes (Reino Unido).

As inscrições no XIII CIAEM poderão ser realizadas através da página oficial do evento
http://xiii.ciaem-iacme.org

Valores e prazos para inscrições

Inscrições: de 100 a 200 dólares dos EUA.
Até março de 2011: 150 dólares (75 dólares estudantes)
Abril 2011-maio 2011: 180 dólares (90 dólares estudantes)
Junho: 200 dólares (100 dólares estudantes)

Normas para a submissão de propostas

O último número da Educação Matemática em Revista – EMR, publicado em dezembro de 2008 (Ano 13, Número 25), apresentava, logo na primeira página, o novo formato editorial da revista tendo como foco o trabalho do professor em sua prática de educador matemático. Em relação ao seu formato, a revista teve sua periodicidade ampliada para três números anuais e o número de páginas reduzido, entre 48 e 64 páginas. Quanto à estrutura interna, decidiu-se que um percentual de 80% das páginas da revista seria dedicado a artigos e as demais, a seções permanentes, que terão matérias mais curtas e com temas específicos.

Os artigos foram categorizados em artigos de fundo ou teóricos; atividades para a aula de matemática; pesquisa com implicação para a sala de aula; produções matemáticas de alunos; e avaliação da aprendizagem matemática. Já as seções permanentes passam a ser categorizadas da seguinte maneira: 1/ Problemas – artigos que tratam do tema resolução de problemas e/ou proponham/discutam a resolução; 2/ Recursos eletrônicos na aula de matemática – a seção é dedicada a relatos de experiências e/ou artigos que discutam a presença desses recursos na escola e nas aulas; 3/ Lendo e comentando – espaço dedicado a resenhas de livros; 4/ Relato de experiência – material de professor da Educação Básica descrevendo trabalho realizado em sala de aula; 5/ Para ler com os alunos – seção com o intuito de estimular a leitura de textos em sala de aula; 6/ O que vem por aí – espaço para a divulgação de eventos, concursos e notícias relacionadas às políticas públicas de educação; 7/ Auxílio para a sala de aula – espaço para divulgação e comentários de artigos, sites e materiais; e 8/ Com a palavra, o professor – seção destinada à socialização de cartas, manifestações, demandas e comentários ligados à prática docente.

Com o intuito de retomar as publicações da EMR, receberemos materiais com vistas à publicação tendo como parâmetro as categorias descritas acima. Para tanto, os interessados devem observar as normas para a elaboração e submissão de propostas, listadas a seguir.

1. Os arquivos devem ser formatados de acordo com as normas da ABNT vigentes.

2. Os arquivos enviados deverão utilizar obrigatoriamente programas do Microsoft Office. Os textos deverão estar com extensão em Word (.doc ou .docx). O material aceito para publicação será utilizado em sua versão original ou na versão aprovada após interação entre membros da comissão editorial e autores. Os autores se responsabilizam pela correção em português do texto a ser encaminhado. Todos os textos devem respeitar o limite de páginas estabelecido para a categoria à qual se destina. Como descrito a seguir:

Artigos de fundo ou teóricos; atividades para a aula de matemática; pesquisa com implicação para a sala de aula; produções matemáticas de alunos; e avaliação da aprendizagem matemática	de 3 a 8 páginas
Materiais para as seções: *Problemas, Recursos eletrônicos na aula de matemática, Relato de experiência*	de 3 a 8 páginas
Materiais para as seções: Lendo e comentando, Para ler com os alunos, O que vem por aí, Auxílio para a sala de aula, Com a palavra o professor	de 1 a 3 páginas

3. Informações para o envio dos arquivos. Os arqui-

vos devem ser salvos da seguinte maneira: um primeiro arquivo com os nomes dos autores, instituição ao qual pertencem, endereço, telefone e e-mail nomeado de acordo com a categoria do material seguido do CPF do primeiro autor (caso tenha mais de um autor). Exemplo: (lendoecomentando64107011165.doc). Um segundo arquivo, com o mesmo conteúdo do primeiro sem identificar o autor nomeado de acordo com a categoria do material seguido do CPF do primeiro autor e da palavra cego. Exemplo (lendoecomentando64107011165cego.doc). Depois de ter os dois arquivos preparados os interessados devem enviá-los para o endereço eletrônico (sbem@sbem.com.br).

4. Os originais recebidos são apreciados pela comissão editorial, mantendo-se em sigilo a autoria dos textos. Os autores recebem comunicação relativa aos pareceres emitidos. A comissão editorial reserva-se o direito de recusar o artigo sobre o qual foram solicitadas ressalvas, caso essas não atendam às solicitações feitas pelo parecer.

Conselho Editorial	Adair Mendes Nacarato
	Ana Coêlho Vieira Selva
	Celi Aparecida Espasandim Lopes
	Eva Maria Siqueira Alves
	Fernando Raul de Assis Neto
	Gilberto Francisco Alves de Melo
	Gilda Lisbôa Guimarães
	Irene Maurício Cazorla
	Marcelo Almeida Bairral
	Maria Auxiliadora Vilela Paiva
	Maria da Conceição F. R. Fonseca
	Maria Tereza Carneiro Soares
	Maria Terezinha Jesus Gaspar
	Mônica Mandarino
	Nilza E. Bertoni
	Rodrigo Dalla Vecchia
	Suely Scherer
	Tânia M. M. Campos

5. A comunicação entre os autores e a edição da revista será realizada preferencialmente via e-mail e, caso necessário, a revista entrará em contato com os autores. Ademais, reiteramos que os contatos necessários serão realizados sempre com o primeiro autor, caso o trabalho enviado tenha mais de um autor.

Normas gerais

• **Formatação do arquivo:** papel A4 (29,7 x 21 cm); margens: superior = 3cm, inferior = 2,5cm, esquerda = 3cm e direita = 2,5cm; editor de texto: Word for Windows 6.0 ou posterior.

• **Fonte:** todos os trabalhos deverão usar fonte Times New Roman, corpo 12.

• **Alinhamento:** com exceção do título, o texto do trabalho deverá ser justificado à direita e à esquerda.

• **Espaçamento:** entre linhas, igual a 1,5 linhas. Deixar um espaço entre o título e o resumo.

• **Numeração das páginas:** devem ser numeradas a partir da segunda página.

• **Título:** centralizado em maiúscula e negritado.

• **Nome do(s) autor(es):** o(s) nome(s) do(s) autor(es) deve(m) ser colocado(s) apenas em um dos arquivos. No arquivo nomeado com o código cego, como descrito anteriormente, NÃO deve(m) ser colocado(s) o(s) nome(s) do(s) autor(es) a fim de garantir seu anonimato para os pareceristas. Trabalhos identificados não serão enviados para análise. Também, na escrita do texto, evite menções que facilmente identifiquem a autoria do trabalho.

• **Resumo:** deverá ter entre 5 e 15 linhas, espaçamento simples (norma válida para as categorias artigos de fundo ou teóricos, atividades para a aula de matemática; pesquisa com implicação para a sala de aula; produções matemáticas de alunos; e avaliação da aprendizagem matemática; Problemas, Recursos eletrônicos na aula de matemática e Relato de expe-

riência).

• **Ênfase:** usar apenas itálico (não sublinhar, nem negritar). Usar letras maiúsculas para o título e todos os subtítulos, referências e anexos/apêndices.

• **Referências:** as referências bibliográficas deverão ater-se apenas às obras citadas no trabalho, por ordem alfabética de sobrenome do autor. As referências bibliográficas deverão seguir as normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT.

• **Figuras e tabelas:** incluir figuras e tabelas dentro do corpo do texto. O título da tabela precede a mesma, já o título do gráfico e/ou figura vem depois dele e/ou dela.

• **Imagens:** incluir as imagens dentro do corpo do texto, com qualidade satisfatória para a manipulação em processos de editoração (digitalizadas eletronicamente em .jpg com resolução a partir de 300 dpi, apresentadas em dimensões que permitam a sua ampliação ou redução mantendo a legibilidade). O título da imagem vem depois dela; o uso de imagens de locais e/ou pessoas será permitido desde que acompanhado de autorização expressa dos envolvidos.

• **Notas de rodapé** de caráter explicativo devem ser evitadas, utilizadas apenas como exceção, quando estritamente necessárias para a compreensão do texto e com, no máximo, três linhas. As notas terão numeração consecutiva, em algarismos arábicos, na ordem em que aparecem no texto.

• A revista reitera que o conteúdo dos textos publicados é de inteira responsabilidade de seus autores, não refletindo necessariamente a opinião do Conselho Editorial.

O recebimento de propostas será constante e, tendo em vista nosso intuito de regularizar a periodicidade da EMR, faremos com que os processos de análise pelo comitê editorial e a devolução de pareceres aos autores sejam feitos o mais brevemente possível. Diante de tudo isso, convidamos todos a colaborar, dividindo com a comunidade de educadores matemáticos suas produções, pesquisas, experiências e reflexões.

Registramos que a secretaria da SBEM está à disposição para o esclarecimento de dúvidas e/ou envio de informações adicionais que possam auxiliar os interessados, em especial, o professor iniciante nas ações de formatação e submissão de textos. O contato pode ser realizado por meio do fone/fax (61) 3307-2562, ramal 146, em horário comercial, ou por e-mail (sbem@sbem.com.br).

Atenciosamente,
Secretaria SBEM
Regina da Silva Pina Neves – Primeira secretária
Marilena Bittar – Segunda secretária
Lucas Gabriel Seibert –Terceiro Secretário
Ana Paula Gonzaga – Funcionária

Professor,

Filie-se à SBEM e participe da comunidade de Educadores Matemáticos.

Para informações adicionais:
Telefone SBEM: (61) 3307-2562 ramal: 146
E-mail: sbem@sbem.com.br

Regionais da Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM

DIRETORIA REGIONAL DO ACRE
Diretor Regional: Regina Célia da Costa Amaral
E-mail: reginaccamaral@hotmail.com

DIRETORIA REGIONAL DO ALAGOAS
Diretor Regional: Lucia Cristina S. Monteiro
E-mail: lucia.csmonteiro@uol.com.br

DIRETORIA REGIONAL DO AMAZONAS
Diretor Regional: Maria Auxiliadora. B. Moreira
E-mail: dora@fucapi.br; esbam@esbam.edu.br

DIRETORIA REGIONAL DA BAHIA
Diretor Regional: Irene Maurício Cazorla
E-mail: icazorla@uol.com.br
Pagina: http://www.sbemba.com.br

DIRETORIA REGIONAL DO CEARÁ
Diretor Regional: Maria Gilvanise de Oliveira Pontes
E-mail: gilvanisepontes@hotmail.com

DIRETORIA REGIONAL DO DISTRITO FEDERAL
Diretor Regional: Maria Terezinha Jesus Gaspar
E-mail: mtjg.gaspar@gmail.com

DIRETORIA REGIONAL DO ESPÍRITO SANTO
Diretor Regional: Sandra Aparecida Fraga da Silva
E-mail: sfraga@ifes.edu.br
Pagina: http://www.ufes.br/~sbemes

DIRETORIA REGIONAL DE GOIÁS
Diretor Regional: Wellington Lima Cedro
E-mail: wcedro@yahoo.com.br
Pagina: http://www.sbem-go.com.br

DIRETORIA REGIONAL DE MINAS GERAIS
Diretor Regional: Amarildo Mechíades da Silva
E-mail: xamcoelho@terra.com.br, amarildo.melchiades@ufjf.edu.br

DIRETORIA REGIONAL DO MATO GROSSO
Diretor Regional: Josimar de Souza
E-mail: jsousamt@unemat.br

DIRETORIA REGIONAL DO MATO GROSSO DO SUL
Diretor Regional: Irio Valdir Kichow
E-mail: iriokichow@ibest.com.br

DIRETORIA REGIONAL DO PARÁ
Diretor Regional: Natanael Freitas Cabral
E-mail: sbempa@unama.br
Pagina: http://www.sbempa.mat.br

DIRETORIA REGIONAL DA PARAÍBA
Diretor Regional: Izabel Maria Barbosa de Albuquerque
E-mail: sbempb@sbempb.com.br
Pagina: http://www.sbempb.com.br

DIRETORIA REGIONAL DO PARANÁ
Diretor Regional: Dionísio Burak
E-mail: sbempr@yahoo.com.br

DIRETORIA REGIONAL DE PERNAMBUCO
Diretor Regional: José Carlos Alves de Souza
E-mail: sbempe@sbempe.com.br
Pagina: http://www.sbempe.com.br

DIRETORIA REGIONAL DO RIO DE JANEIRO
Diretor Regional: Mônica C. F. Mandarino
E-mail: sbem@sbemrj.com.br
Pagina: http://www.sbemrj.com.br

DIRETORIA REGIONAL DO RIO GRANDE DO NORTE
Diretor Regional: Liliane dos Santos Gutierre
E-mail: sbemregionalrn@yahoo.com.br

DIRETORIA REGIONAL DO RIO GRANDE DO SUL
Diretor Regional: Claudia L. O. Groenwald
E-mail: sbem.rs@terra.com.br

DIRETORIA REGIONAL DE RONDÔNIA
Diretor Regional: Marlos G. Albuquerque
E-mail: sbem-ro@unir.br
Pagina:
http://www.unir.br/~unirjiparana

DIRETORIA REGIONAL DE SANTA CATARINA
Diretor Regional: Vilmar José Zermiani
E-mail: sbemsc@gmail.com

DIRETORIA REGIONAL DE SÃO PAULO
Diretor Regional: Nelson Antonio Pirola
E-mail: sbem@sbempaulista.org.br

DIRETORIA REGIONAL DE SERGIPE
Diretor Regional: Eva Siqueira Alves
E-mail: sbemse@ufs.br

DIRETORIA REGIONAL DO TOCANTINS
Diretor Regional: Willian Vieira de Oliveira
E-mail: w.vieira.oliveira@bol.com.br