



## **O Projeto Klein de Matemática em Português: uma ponte entre a matemática avançada e a escola**

Yuriko Yamamoto **Baldin**

Departamento de Matemática, Universidade Federal de São Carlos

Brasil

[yuriko@dm.ufscar.br](mailto:yuriko@dm.ufscar.br)

### **Resumo**

Este artigo contém os pontos principais que serão apresentados e debatidos na Mesa Paralela 5 sobre o Projeto Klein. A apresentação terá caráter mais amplo sobre os objetivos e os alcances do Klein Project for 21st century do ICMI-IMU assim como das particularidades do Projeto Klein em Português, enquanto que este texto tem a intenção de argumentar com mais cuidado sobre o papel do projeto em português na construção das conexões entre os avanços da matemática e o contexto escolar.

*Palavras chave:* Projeto Klein, conhecimento avançado da matemática em nível médio, educação continuada de professores.

### **Abstract**

This article contains the main points that will be presented and debated during the Round Table 5 about The Klein Project. The presentation will present broader aspects of the objectives and the aimed results of The Klein Project for 21st century of ICMI-IMU as well as the particular aspects of this project in Portuguese, while this text aims to argue and elaborate the role of the project in Portuguese in building connections between the advances of Mathematics and the context of secondary level schools.

*Key words:* The Klein Project, advanced knowledge of Mathematics at secondary school level, continuing education of teachers.

### **O projeto Klein de matemática em português**

#### **The Klein project for the 21st century**

O texto “The Klein Project: A Living & Connected View of Mathematics for Teachers, an IMU-ICMI Collaboration: a short description” (Barton, 2008) apresentado em finais de 2008,

contém uma breve introdução ao “The Klein Project for the 21<sup>st</sup> century”, um projeto de colaboração entre a ICMI (International Commission on Mathematics Instruction) e a IMU (International Mathematical Union) para celebrar os 100 anos da primeira publicação dos famosos textos de Felix Klein para professores do ensino secundário. Os títulos de dois destes textos, traduzidos para inglês e reeditados pela Dover em 2004, a partir da reedição de 1949, são:

- Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint: Arithmetic, Algebra, Analysis.
- Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint: Geometry.

Uma tradução para português da primeira parte do livro sobre Aritmética foi realizada pela Sociedade Portuguesa de Matemática, em 2009.

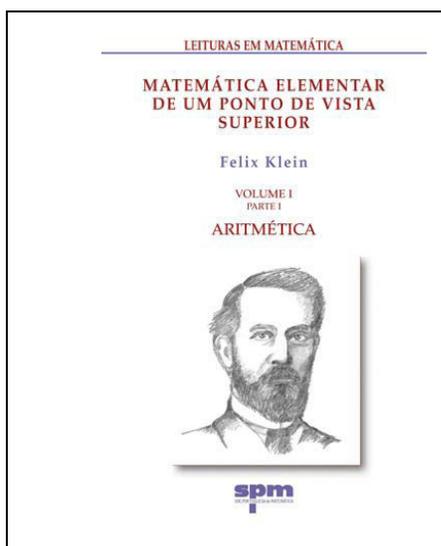


Figura 1. Capa da tradução portuguesa do livro de Felix Klein sobre Aritmética.

Em (Barton,2008) o princípio básico do projeto idealizado pelos comitês executivos da ICMI e IMU é definido como sendo “estabelecer conexões entre os tópicos e as abordagens dos professores do ensino médio ou de cursos de graduação e a área da Matemática, levantando discussões em torno deste enfoque”.

O texto cita também que a principal motivação do Felix Klein ao escrever os livros citados era aquela referida como *descontinuidade dupla*: “É notável que os desenvolvimentos modernos passaram pelas escolas sem causar mínimo efeito na instrução. A razão é que a instrução matemática e os progressos constantes da pesquisa matemática perderam todo contato entre si após o início do século XIX” (Barton, 2008).

O objetivo de Klein ao escrever seus textos foi exatamente de alertar, ampliar e prover requisitos para desafiar os professores secundários a transmitir a riqueza da Matemática contemporânea, usando o currículo escolar.

**Objetivos do “The Klein project for the 21st century”.**

O objetivo principal do projeto é oferecer uma visão ampla da área da Matemática com conteúdos e suas abordagens no ensino médio e na graduação universitária. Dentre seus objetivos específicos, que podem ser consultados no sítio do projeto (<http://www.kleinproject.org>) em inglês, e também no sítio da Sociedade Brasileira de Matemática-SBM (<http://www.sbm.org.br>) em português, destaca-se a produção de um livro de leitura acessível, mas profissional, que transmita a conexão, o crescimento, a relevância e a beleza da disciplina Matemática, desde suas grandes idéias a fronteiras da pesquisa e aplicações. O livro será disponibilizado em várias línguas, inclusive o português.

O público alvo do “The Klein project for the 21<sup>st</sup> century” está constituído principalmente pelos professores com formação universitária em matemática, particularmente aqueles que atuam no ensino médio ou nos anos iniciais do ensino superior. Os resultados e os produtos didáticos de diferentes naturezas deverão ser acessíveis a todos que têm interesse na matemática, especialmente a todos aqueles que são responsáveis por transmitir a matemática para novos aprendizes (Barton, 2008). Isto constitui um verdadeiro desafio para a comunidade de matemáticos e de educadores matemáticos.

Para sistematizar a produção de material para o livro, o projeto estabeleceu, em meados de 2010, uma meta inicial de compilar as contribuições da comunidade acadêmica sob formato de pequenos artigos de 2 a 4 páginas, chamadas de ‘vignettes Klein’ em inglês, com características fundamentais de trabalhar com idéias contemporâneas da matemática, disponibilizadas para os professores de ensino médio. Isto colocou uma direção norteadora para as ações que procurem alcançar os objetivos primários do projeto.

Os critérios para os pequenos artigos Klein foram divulgados no sítio do projeto (<http://www.kleinproject.org>) com chamadas de contribuição para a comunidade acadêmica. Os textos podem ser de dois tipos, sendo os textos do tipo 1 aqueles que descrevem trajetórias que conectem a matemática escolar com os avanços e aspectos recentes da matemática; e os do tipo 2 sendo textos explicativos de aplicações modernas e significativas da matemática.

Ambos tipos precisam ter em conta o pensamento do leitor que pergunta “por que isto é importante?”, e a resposta necessita ser cientificamente profunda. Um artigo Klein deve dizer algo sobre a matemática, ou sobre o papel da matemática na ciência e na tecnologia, ou ainda como a matemática se desenvolve em termos gerais. O texto deve ser profundo em matemática e não apenas dizer que existe matemática dentro de um dado tópico, e também deve ser autoexplicativo ou com indicações claras de bibliografia e referências complementares para que o leitor possa compreender completamente o significado do artigo e suas possíveis extensões. Estas características de um artigo Klein podem ser conferidas no link “How to Contribute” no sítio do projeto.

### **O projeto em português.**

Em outubro de 2009, durante o 1º Workshop Internacional do Klein Project, ocorrida em Madeira, Portugal, foi estabelecido um acordo entre pesquisadores brasileiros e portugueses para uma colaboração conjunta no projeto, tendo em vista o evidente benefício que isto trará para as comunidades de todos os países que falam a língua portuguesa.

Em 2010, a Sociedade Brasileira de Matemática - SBM propôs o Projeto de Ensino e Pesquisa “*Projeto Klein de Matemática em Português*” para contribuir de forma organizada e significativa ao “The Klein project for the 21st century”, com o apoio de principais associações

científicas do país, a Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, a Sociedade Brasileira de História da Matemática – SBHMat, a Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional – SBMAC, e a Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas - OBMEP.

O projeto, aprovado pela CAPES-MEC, foi planejado para desenvolver material bibliográfico em língua portuguesa, no espírito do projeto Klein internacional, com a colaboração de pesquisadores, professores e educadores brasileiros e portugueses.

O “Projeto Klein de Matemática em Português” tem o objetivo de fortalecer a área de pesquisa em Ensino de Matemática, uma área que emerge no Brasil como uma necessidade cada vez maior de estabelecer as ligações entre a disciplina da Matemática e a prática do Ensino, que promovam as melhorias almejadas na educação escolar brasileira.

Vamos agora focar nas características próprias de organização do projeto brasileiro que procuram estabelecer uma ponte entre os avanços da matemática e o conhecimento do professor.

### A estrutura do projeto brasileiro

#### O papel das Oficinas para professores.

Tomando-se como referencial as orientações para um artigo Klein de modo que possa contribuir para o projeto internacional, mas também que alcance o público alvo efetiva e produtivamente, o projeto brasileiro possui uma estrutura organizada em etapas, ilustrada na Figura 2.

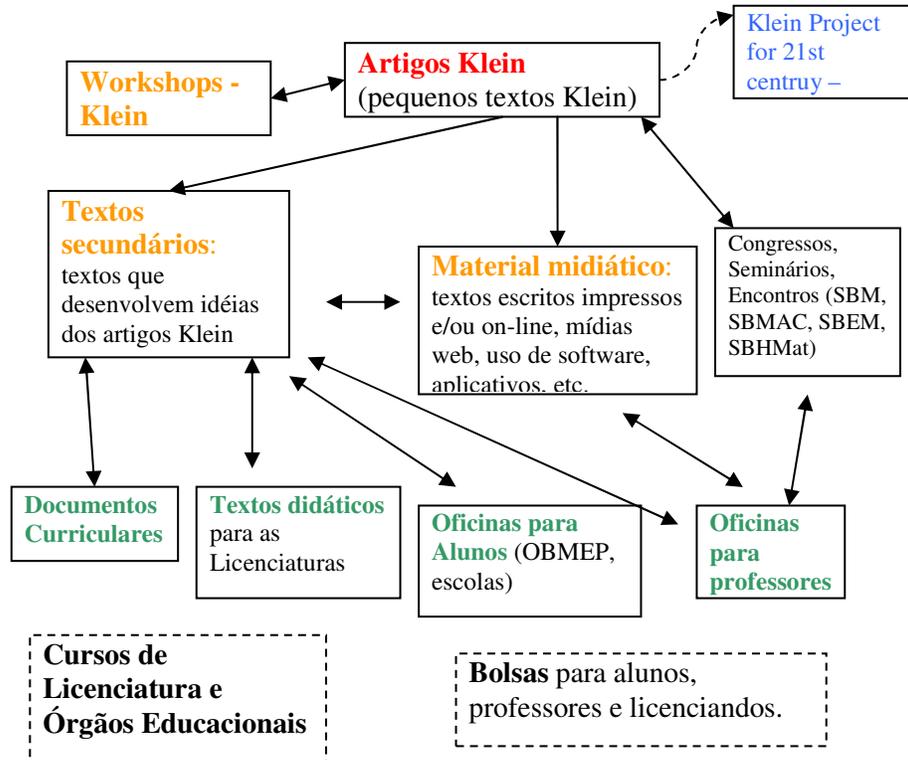


Figura 2. A estrutura organizacional do Projeto Klein de Matemática em Português.

A Figura 2 mostra a estrutura que prevê, por meio da realização de Oficinas, a inclusão dos professores do ensino médio, assim como de alunos da licenciatura (futuros professores) e pós-graduandos, no trabalho colaborativo de construção de um material bibliográfico no espírito do projeto Klein, que possa realmente ser utilizado e apreciado por seu público alvo.

Os artigos Klein são contribuições da comunidade de pesquisadores de matemática, e os Workshops Klein são organizados com participação de pesquisadores especialistas para debater e filtrar as idéias fundamentais da matemática e os avanços expressivos da disciplina no século 20, assim como distinguir sua presença inegável na ciência e aplicações tecnológicas. Os melhores artigos serão, então, submetidos para o projeto internacional.

Mas, o que seria um bom artigo dentro do projeto Klein?

Um artigo científico que contém informações avançadas quase sempre está fora do alcance de um professor que trabalha a matemática escolar dos livros didáticos nas salas de aula. Em geral, a ruptura entre a matemática avançada e o conteúdo escolar se inicia pela falha na comunicação entre os pesquisadores da disciplina e os professores, pelas diferenças na linguagem e na abordagem utilizadas na redação de artigos de pesquisa. Esta característica torna ainda mais desafiadora dentro do projeto a produção de artigos Klein, que possam ser realmente apreciados por professores e incorporados ao seu conhecimento.

A necessidade de refletir e debater profundamente este aspecto do projeto já se manifesta em (Ralha & al., 2009), onde os autores levantam, entre outras, questões como as seguintes para o desenvolvimento do projeto, no que concerne o ensino e a aprendizagem:

- Que matemática “avançada” é mais adequada para ser incluída nos currículos das nossas escolas?
- Que matemática é, nos dias atuais, a mais excitante e viva?
- Quais influências, tanto de dentro ou fora da matemática, estão sendo trazidas para as aulas de matemática?
- Dentro da disciplina universal como é a matemática, que fatores educacionais são de caráter nacional e quais são internacionais?

No projeto brasileiro, os primeiros workshops realizados trouxeram inicialmente um levantamento das realidades de ensino nas salas de aula de escolas de nível fundamental e médio, assim como das diferenças que há entre os currículos atuais dos cursos de licenciatura e o currículo escolar, o que implicou diretamente na necessidade de reflexão sobre os cursos de capacitação profissional de formação inicial, assim como a continuada.

Um dos produtos dessa primeira discussão é a elaboração, atualmente em curso, de um “livro companheiro” do professor sobre o tema de “Números reais e funções”, que discute as principais dificuldades dos professores em adequar o conhecimento sofisticado deste tópico na prática escolar, assim como orienta o rigor necessário do tratamento deste tema em nível de ensino médio. Outros livros sobre demais temas relevantes serão produzidos para apoiar os cursos de preparação de futuros professores e também os professores na sua prática escolar.

A primeira chamada para artigos Klein em português trouxe grandes e boas contribuições da comunidade de pesquisadores matemáticos, brasileiros e portugueses, cujos textos foram analisados por pareceristas *ad-hoc*. Estes são pesquisadores especialistas que avaliam os textos segundo os critérios estabelecidos para os artigos Klein, além de óbvias correções matemáticas e

adequações de linguagem e estilo.

Os artigos que passam pela avaliação e revisão são então trabalhados nas oficinas Klein pelos professores de ensino médio, professores e alunos dos cursos de licenciatura.

As oficinas Klein constituem uma inovação dentro de projetos que envolvem professores de escola básica, pois os mesmos estão habituados a frequentar oficinas como participantes ouvintes de exposições ou como protagonistas de atividades práticas, e não como pesquisadores e consultores. A figura de professor de escola básica como pesquisador de sua prática é apontada dentro do perfil desejado de professores, por documentos oficiais como (Brasil, 2000), assim como por pesquisadores da educação, por exemplo, (Ponte, 2008; Matos et al, 2009).

O ponto de vista educacional focaliza a prática didática como objeto de pesquisa e as reflexões e as descobertas são relacionadas ao aprimoramento das ações do docente na sala de aula assim como à avaliação e melhorias das estratégias de ensino.

Em acréscimo a este ponto de vista teórico da educação, o projeto Klein brasileiro traz uma alternativa por meio das oficinas Klein, que vêm sendo realizadas em diversas regiões do Brasil, desde abril de 2011. As oficinas trazem ao professor uma atividade inédita de se colocar como pesquisador do conteúdo de matemática relevante para aprimorar seu conhecimento e para a aproximação com a matemática de fronteira que pode renovar as atividades na sala de aula. A valorização do professor de ensino básico como colaborador efetivo na consecução dos resultados almejados pelo projeto Klein é um fator importante na construção de uma ponte entre a matemática avançada, antes inacessível ou incompreendida, e o contexto escolar.

### **Como são realizadas as Oficinas do projeto Klein.**

As oficinas são realizadas em um dia, com a duração de aproximadamente 7 horas de atividade, com 20 a 30 participantes constituídos por professores do ensino médio e de licenciatura, alunos da licenciatura e de programas de pós-graduação em Educação Matemática ou em Ensino da Matemática. O trabalho se realiza em grupos de no máximo seis pessoas, cada grupo recebendo um artigo Klein. Os objetivos básicos da oficina são:

- Estudar os artigos Klein selecionados a fim de fornecer subsídios para adequação dos artigos ao público alvo do projeto.
- Estabelecer conexões entre os temas dos artigos e a matemática da escola básica, identificando temas secundários necessários para complementar os artigos.

Ao estudar os artigos Klein, os participantes analisam o conteúdo dos artigos atentos à identificação do tema, nível de dificuldade, necessidade de conhecimento para a leitura do artigo, além de expressar a apreciação pelo tema e o alcance das idéias. O estudo deve ser objetivo, de modo a levantar necessidades de material complementar para que os artigos sejam apreciados pelo público alvo do projeto. Por isso, a oficina não deve ser uma exposição detalhada por algum professor experiente que explique o conteúdo dos artigos para os participantes, mas cada participante deve contribuir com o estudo, discutindo em grupo.

Para estabelecer as conexões entre os temas dos artigos e a matemática da escola básica, após a leitura e análise do artigo, o estudo deve buscar formas de reconhecimento de temas dos artigos dentro do conteúdo curricular do ensino médio, de modo que permita o aproveitamento dos artigos como fonte de revigoração do conhecimento do professor, com motivações atuais e estimulantes para o ensino da matemática.

Para orientar os trabalhos, um roteiro para o estudo é seguido, cujas respostas são discutidas pelo grupo e compiladas no final como um relatório para o artigo estudado. O roteiro propõe questões como:

- Identifique o problema central motivador do artigo e comente sobre sua importância, acessibilidade. Identifique o resultado ou questões que o artigo conseguiu transmitir.
- Destaque uma ou mais partes do artigo que mais apreciou e aproveitou, justificando brevemente.
- Enumerar ordenadamente os conteúdos que sentiu dificuldades em acompanhar no texto. Identifique e especifique o tipo de dificuldade, comente brevemente a possível causa da dificuldade.
- Faça sugestões que tornem o texto analisado acessível ao público alvo, especialmente sobre necessidades de textos complementares sobre determinados conteúdos, e de referências auxiliares para o tema do artigo, como livros, textos, artigos, sítios, programas, etc. Comente também sobre conteúdos que podem ser incluídos nos cursos de formação/capacitação de professores que auxiliem a apreciação do artigo estudado.
- Para a conexão do tema do artigo com o currículo escolar: a) identifique um ou mais tópicos do currículo do ensino médio em que o tema/resultados do artigo possam se conectar, justificando brevemente; b) comente de que maneira o tema do artigo poderia ser trabalhado numa sala de aula de ensino médio; c) comente a validade deste artigo no conhecimento de um professor de ensino médio na sua formação, mesmo que não leve o assunto diretamente para sua prática.

### **Repercussões da oficina.**

O projeto se encontra na fase de execução das Oficinas, ao mesmo tempo em que se planejam workshops com especialistas sobre temas determinados de matemática, procurando abranger as áreas mais importantes da mesma. As contribuições dos pesquisadores são enriquecedoras para mais artigos Klein, mas a nossa percepção é a de que o sucesso do projeto está na realização de mais Oficinas para professores, desde que os artigos são destinados para eles, no verdadeiro espírito do projeto Klein. Oficinas posteriores envolvendo alunos do ensino médio diretamente, sobre os temas dos artigos Klein, também são esperadas como importante atividade do projeto que busca atingir a escola básica de maneira profunda.

Os primeiros relatórios das Oficinas que estão chegando surpreendem pela grande aceitação do modelo inédito de trabalho na profissão do professor que se sente gratificado pela oportunidade de desenvolver atitudes de pesquisa em conteúdos de matemática que não são/foram vistos no seu curso de formação, e pela oportunidade de reflexão que o projeto oferece em relação à atualização de conhecimentos matemáticos que podem contribuir para renovar suas práticas de ensino nas salas de aula, trazendo maior satisfação e valorização pela carreira.

### **Conclusão**

O Projeto Klein de Matemática em Português está ainda no seu segundo ano, mas os primeiros resultados indicam que a reação dos pesquisadores de matemática em compreender o espírito Klein para produzir textos que tragam para os professores de nível médio os avanços e as belezas da matemática tão diversificada em tempos atuais é muito boa, tendo em vista o interesse

e o número de contribuições que estão sendo recebidas. Além disso, a etapa, ora em execução, que envolve efetivamente os professores em oficinas de estudo dos artigos selecionados é um marco promissor para este projeto, com a possibilidade real de construir uma ponte entre o conhecimento da matemática e o conhecimento do professor, diminuindo as lacunas entre a disciplina matemática e o conteúdo curricular das escolas básicas. Sendo os professores os agentes nas salas de aula, a colaboração deles na sugestão e produção de material, em especial dos textos complementares que irão enriquecer a bibliografia de matemática para a escola básica e cursos de licenciatura, se torna um destaque importante para a realização de outras etapas do projeto previstas na sua estruturação.

### **Bibliografia e referências**

- Barton, B. (2008). The Klein Project: A Living & Connected View of Mathematics for Teachers, an IMU-ICMI Collaboration: a short description”,  
[http://mathstore.gla.ac.uk/headocs/doc.php?doc=84Barton\\_B.pdf](http://mathstore.gla.ac.uk/headocs/doc.php?doc=84Barton_B.pdf)
- BRASIL- (Secretaria do Ensino Básico) (2000). PCN + do Ensino Médio, Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, Ministério da Educação e Cultura, Brasília, DF.  
<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. p. 141-143.
- Matos, J.F., Powell, A., & Sztajn, P. (2009). Mathematics Teacher’s Professional Development: Processes of Learning in and from Practice, *The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics, The 15<sup>th</sup> ICMI Study*, Even, R. & Ball, D. L. (eds) Springer, New York, p. 167-183.
- Ponte, J.P. (2008). Investigar a nossa própria prática: Uma estratégia de formação e de construção do conhecimento profissional. *PNA – Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, 2(4),p.153-180.
- Ralha, E., Silva, J.C., Castanheira, J.M. & Nápoles, S. (2009) Didactics of Mathematics as a Mathematical Discipline, A Portuguese reflection upon a Kleinian challenge.  
<http://c2.glocos.org/index.php/dm-md/dm-md2009>.
- <http://www.kleinproject.org/>
- <http://www.sbm.org.br>