

## CONHECIMENTO MATEMÁTICO ESPECIALIZADO DO PROFESSOR DOS ANOS INICIAIS: TAREFAS PARA A FORMAÇÃO E SALA DE AULA

*Miguel Ribeiro*  
UNICAMP  
[cmribas78@gmail.com](mailto:cmribas78@gmail.com)

*Daiane Correa*  
UNESP-Rio Claro  
[dai.matematica08@gmail.com](mailto:dai.matematica08@gmail.com)

*Marieli Vanessa Rediske de Almeida*  
UNICAMP  
[marieli.almeida@outlook.com](mailto:marieli.almeida@outlook.com)

### **Resumo:**

O conhecimento do professor é um dos aspectos centrais nas e para as aprendizagens dos alunos devendo ser, portanto, um dos focos essenciais na formação de professores. Essa centralidade do conhecimento é exteriorizada no tipo e natureza das tarefas que são preparadas e a(s) forma(s) como estas são exploradas na sala de aula e em como as resoluções e/ou comentários dos alunos são entendidos e explorados. Neste minicurso, a partir de tarefas para a sala de aula dos anos iniciais será efetuada uma discussão sobre o conhecimento do professor que permita explorar os conteúdos matemáticos das tarefas potenciando o “deixar a porta aberta” para aprendizagens futuras. Nesse sentido, com as tarefas a serem propostas pretende-se promover uma discussão e reflexão sobre as especificidades do conhecimento do professor, sustentando um aprofundamento desse conhecimento.

**Palavras-chave:** Conhecimento especializado do professor; tarefas para a sala de aula; tarefas para a formação; operações elementares.

### **1. Introdução**

Conceitualizando a formação de professores como a ponte que permite interligar a teoria (resultados de investigação) e a prática, essa formação apenas passa a fazer sentido se os exemplos e tarefas que são explorados partem de situações da prática. Essas situações podem ser exemplos de práticas efetivas (vídeos, transcrições, respostas de alunos) ou exemplos de práticas hipotéticas, com as quais os professores se possam identificar (algo que poderia ocorrer nas suas próprias aulas).

Nesse sentido, tendo por base resultados recentes da investigação sobre o conhecimento do professor em cada uma das temáticas abordadas, e explorar na formação tarefas que podem ser aplicadas no contexto de sala de aula, e possíveis respostas de alunos, torna-se essencial a promoção dessa aproximação entre teoria e prática. Essa interlocução

entre o conhecimento do professor e o confronto e discussão de comentários e/ou respostas de alunos que não têm, pelo menos aparentemente, qualquer sentido, ou que nos “dão trabalho a entender/dar significado” são consideradas como um dos aspectos essenciais no desenvolvimento do conhecimento do professor, considerando as especificidades desse conhecimento. Estas situações podem surgir em algo “tão simples” como sejam, por exemplo: a realização de uma subtração ou multiplicação recorrendo a um algoritmo (assumem-se aqui os algoritmos comumente aceitos como padrão ou *tradicionais*) e corresponder a resultados incorretos ou a resoluções alternativas que fornecem resultados corretos.

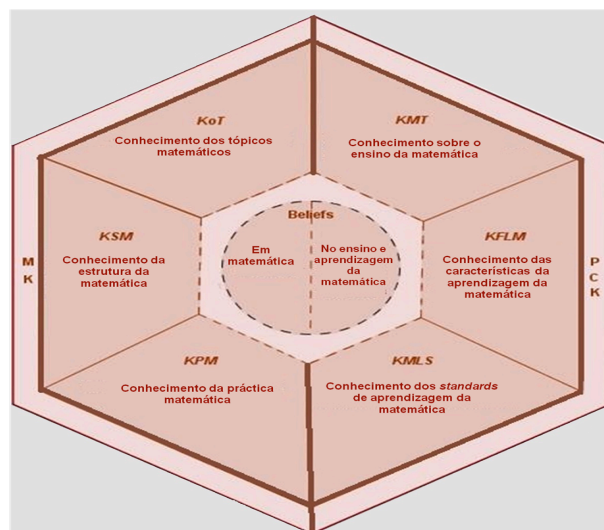
É, portanto, essencial que as tarefas exploradas na formação se sustentem em situações matematicamente críticas (RIBEIRO; CARRILLO, 2009). Para que nos possamos sentir capacitados a responder aos alunos com efetiva compreensão, e possibilitando que estes atribuam sentido ao que fazem, e porque o fazem, e possam ir adquirindo/enriquecendo o seu conhecimento matemático, cumpre ao professor (e formador de professores), por um lado, deter um conhecimento que lhe permita identificar e entender, de forma “imediate”, as respostas incorretas e, posteriormente, analisar os erros dos alunos identificando a sua fonte, pois só sendo detentor desse conhecimento poderá antecipar o tipo e natureza desses erros e estruturar formas de os colmatar (ver, por exemplo, RIBEIRO; JAKOBESSEN; MELLONE, 2013). Por outro lado, esse conhecimento do professor, e capacidade para responder aos alunos, é essencial para que possa analisar, e efetivamente compreender, as respostas e raciocínios apresentados—essencialmente aquelas que podem diferir das do próprio professor.

Neste minicurso, partindo de tarefas para os alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental no âmbito das operações, iremos discutir e refletir sobre a importância do conhecimento do professor tanto para resolver essas tarefas (não ficando ao nível do conhecimento dos alunos), tendo por base a exploração de algumas situações associadas especificamente ao dar sentido a resoluções e comentários de alunos. Temos de salientar, desde logo, que o nosso interesse aqui não é, necessariamente, no que o aluno poderá ter pensado *per si*, mas sim nos motivos matemáticos que poderão estar subjacentes às respostas apresentadas. O conhecimento matemático aqui envolvido vai, portanto, muito além de sabermos/conhecermos os conteúdos para nós próprios – no sentido de sabermos responder ao que é perguntado; saber fazer – pois implica um conhecimento sobre os porquês matemáticos

e que permita dar sentido às resoluções de outros sem que os possamos questionar diretamente sobre o que fizeram, como o fizeram e porque o fizeram.<sup>1</sup>

## 2. Conhecimento matemático especializado do professor de matemática e conceitualização e exploração de tarefas

Dentre a diversidade de formas de considerar o conhecimento do professor (por exemplo, CARRILLO, CLIMENT, et al, 2013; ROWLAND; HUCKSTEP; THAWAITES, 2005; SHULMAN, 1986), no âmbito do trabalho que iremos desenvolver consideramos a especificidade desse conhecimento e assumimos como perspectiva teórica a conceitualização do *Mathematic Teachers Specialized Knowledge* – MTSK (CARRILLO et al., 2013). Esta conceitualização, partindo das ideias de Shulman (1986), e refinando a conceitualização do *Mathematical Knowledge for Teaching* – MKT (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) considera todo o conhecimento do professor especializado, incluindo nessa especificidade tanto aspectos relativos ao conhecimento matemático quanto ao conhecimento pedagógico do conteúdo (Figura 1).



O MTSK considera três subdomínios tanto no conhecimento do conteúdo como no conhecimento didático do conteúdo. Atendendo que o foco central do minicurso será na

<sup>1</sup> Esta “imposição” da impossibilidade de questionar os que resolvem as tarefas prende-se com a experiência que temos vindo a ter quando, na formação de professores, colocamos à discussão uma situação de sala de aula (real ou hipotética), refugiando-se os (futuros) professores na argumentação de que “*não podem adivinhar o que os alunos responderiam*”, ou que lhes pediriam para que lhes dissessem o que tinham feito e o porquê (cf., por exemplo, Ribeiro et al., 2013)

especificidade do conhecimento matemático do professor dos anos iniciais discutiremos aqui apenas o domínio do conhecimento do conteúdo.

No *Knowledge of Topics* (KoT), incluem-se aspectos do conhecimento do professor associado à fenomenologia, significados, definições, exemplos, dimensões que caracterizam aspectos do conteúdo matemático concreto, para além de se referir ao conhecimento do conteúdo disciplinar da Matemática. Para além de um conhecimento que permite saber fazer (associado também, frequentemente, ao conhecimento de um indivíduo com formação matemática superior), ao professor que pretende possibilitar que os seus alunos entendam, a cada momento, o que fazem e porque o fazem cumprirá, também, um conhecimento matemático associado à variabilidade e (im)possibilidade de um conjunto de exemplos para abordar as operações (e seus algoritmos) com sentido e significado.

O *Knowledge of the Mathematical Structure* (KSM), refere-se ao conhecimento matemático associado à existência de um sistema integrado de conexões que permitem compreender e desenvolver conceitos avançados, a partir de uma perspectiva elementar, e conceitos elementares a partir de uma abordagem do ponto de vista da matemática avançada.

Como conteúdo do *Knowledge of Mathematics Practice* (KMP) inclui-se o conhecimento de diferentes formas de conhecer, criar ou produzir matemática (também denominado conhecimento sintático por Schwab, 1978), bem como conhecimento de aspectos associados à comunicação.

O conteúdo destes subdomínios do conhecimento matemático do professor moldam as tarefas que o professor prepara (natureza, tipo e foco – STEIN et. al., 2000), as previsões que efetua relativamente a possíveis respostas dos alunos (antecipação) e a antevisão de quais argumentos poderá apresentar e que conexões efetuar associadas tanto às tarefas quanto às respostas e comentários dos alunos. De forma a enriquecer e ampliar esta antevisão de possíveis respostas (ampliando o próprio espaço solução do professor – JAKOBSEN; RIBEIRO; MELLONE, 2014) torna-se essencial que o próprio formador de professores seja detentor de um amplo e sólido MTSK (MELLONE; JAKOBSEN; RIBEIRO, 2015) e tenha em consideração tanto os resultados teóricos relativamente aos tipos e natureza das tarefas (ver, por exemplo, PONTE, 2005; JAKOBSEN et. al., 2014) como os exemplos a incluir nessas tarefas bem como as questões formuladas. Não se pretende que sejam receitas, mas sim

tarefas amplas (diferentes de exercícios) que permitam discutir e refletir sobre uma multiplicidade de formas de obter a resposta bem como de representações.

### 3. Um exemplo de tarefa a ser explorada

Uma vez que se considera essencial o tipo e natureza das tarefas a explorar (tanto com alunos como com professores), as tarefas propostas têm, necessariamente, de diferir de simples exercícios ou “pseudo” problemas. Conjugando esta assunção com o fato de considerarmos a importância de relacionar a formação de professores com a prática letiva, torna-se também essencial que a discussão e reflexão sobre o conhecimento do professor se possa sustentar em tarefas originárias na prática pois dessa forma com maior facilidade os professores poderão se identificar com a situação proposta, possibilitando a sua implementação nas suas próprias salas de aula.

Apresentamos aqui apenas uma das tarefas que serão exploradas no minicurso no sentido de trazer alguma luz para alguns dos significados que introduzimos quanto às especificidades das tarefas e do conhecimento do professor. Não pretendemos apresentar aqui uma discussão exaustiva, mas somente suscitar alguma curiosidade, discussão e reflexão sobre os aspectos referidos, por forma a cultivar o germen de uma prática mais consciente e consistente. A tarefa que aqui se apresenta centra-se na operação de subtração, e pretende explorar o conhecimento matemático associado à atribuição de sentido a diferentes formas de obter o resultado para a operação envolvendo as duas quantidades consideradas.

---

Tarefa. Atribuir significado a diferentes respostas de alunos envolvendo a subtração

---

*Numa das suas aulas a professora Ana pretende explorar a subtração de quantidades inteiras maiores que a dezena, com esse objetivo, coloca aos seus alunos um problema em que na sua resolução esses têm de efetuar a operação  $51 - 17$ . Ao circular pela sala constata que os seus alunos recorrem (tentam recorrer) ao algoritmo padrão (“tradicional”) obtendo resultados diversos, e fazendo-o de formas distintas.*

PARTE I:

1.

- a) Qual o resultado da operação? (Caso utilizes um algoritmo deves explicar cada um dos passos seguidos.)
- b) Que respostas poderão apresentar alunos do 3º ano?

## PARTE II

2.

- c) Dentre as diferentes respostas dos seus alunos, a professora Ana selecionou as seguintes para discutir numa formação continuada que se encontrava a frequentar:

<p>(Alda)</p> $\begin{array}{r} \phantom{0}4 \phantom{0}11 \\ \phantom{0}5 \phantom{0}1 \\ - \phantom{0}1 \phantom{0}7 \\ \hline \phantom{0}3 \phantom{0}4 \end{array}$	<p>(Bruno)</p> $\begin{array}{r} \phantom{0}11 \\ \phantom{0}5 \phantom{0}1 \\ - \phantom{0}24 \phantom{0}7 \\ \hline \phantom{0}3 \phantom{0}4 \end{array}$	<p>(Helena)</p> $\begin{array}{r} \phantom{0}6 \\ \phantom{0}5 \phantom{0}1 \\ - \phantom{0}1 \phantom{0}7 \\ \hline \phantom{0}5 \phantom{0}4 \end{array}$	<p>(Cláudia)</p> $\begin{array}{r} \phantom{0}5 \phantom{0}1 \\ - \phantom{0}1 \phantom{0}7 \\ \hline \phantom{0}5 \phantom{0}4 \\ - \phantom{0}2 \phantom{0}0 \\ \hline \phantom{0}3 \phantom{0}4 \end{array}$	$17 + 3 = 20$
<p>(Diana)</p> $\begin{array}{r} \phantom{0}5 \phantom{0}1 \\ - \phantom{0}1 \phantom{0}7 \\ \hline \phantom{0}4 \phantom{0}0 \\ - \phantom{0}6 \\ \hline \phantom{0}3 \phantom{0}4 \end{array}$	<p>(Geraldo)</p> $\begin{array}{r} \phantom{0}5 \phantom{0}1 \\ - \phantom{0}1 \phantom{0}7 \\ \hline \phantom{0}4 \phantom{0}4 \end{array}$	<p>(Edgar)</p> $51 - 17 =$ $17 + 3 = 20;$ $20 + 31 = 51;$ $3 + 31 = 34;$ $51 - 17 = 34$	<p>(Fábio)</p> $\begin{array}{r} \phantom{0}5 \phantom{0}1 \\ - \phantom{0}1 \phantom{0}7 \\ \hline \phantom{0}9 \phantom{0}4 \\ - \phantom{0}6 \phantom{0}0 \\ \hline \phantom{0}3 \phantom{0}4 \end{array}$	$17 + 43 = 60$

Nessa formação foram discutidas várias questões associadas a estas resoluções (atribuir sentido às resoluções dos alunos). Supondo que estavas nessa formação responde a algumas dessas questões:

- (i) Dentre as resoluções apresentadas, qual ou quais apresentam um resultado (in)correto, e por quê?
- (ii) Poderá cada um destes procedimentos que permitem obter um resultado correto ser generalizado? Justifica.
- (iii) Atribui sentido a cada uma das resoluções dos alunos (fundamentam-se em raciocínios matematicamente válidos/adequados) e, nos casos que consideres inadequados, fornece um possível feedback construtivo que permitisse ao aluno partir da sua resolução para construir (entender) o processo de subtração.

### 4. Alguns comentários

Quando, em qualquer situação temos um objetivo similar ao proposto na tarefa torna-se essencial, por um lado, antecipar as possíveis respostas dos alunos e, por outro, atribuir sentido a respostas que possam ser diferentes do que esperávamos (ou conhecíamos). Nesse

sentido, discutir essas possíveis respostas desconhecidas (associadas a raciocínios corretos ou incorretos) torna-se essencial para ampliar o espaço solução do professor e, assim, possibilitar uma exploração, com propriedade, com os seus alunos – se aplicando esta tarefa em concreto, ou “abrindo a mente” para a possibilidade de uma multiplicidade de respostas que não tenham sido equacionadas pelo próprio professor. Se por um lado devemos ter em atenção os erros (e dificuldades) dos alunos – identificando-os –, por outro lado, os alunos, mesmo quando respondem corretamente, apresentam resoluções alternativas e por vezes substancialmente distintas daquelas que nós próprios teríamos equacionado. Também aqui está envolvido um conhecimento matemático específico do professor de matemática (note-se que consideramos que logo a partir dos anos iniciais o professor é professor de matemática, desde a educação infantil).

## 5. Agradecimentos

O trabalho apresentado neste texto forma parte do projecto “Caracterización del conocimiento especializado del profesorado de Matemáticas” (EDU2013-44047-P), financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad Español e foi parcialmente financiado pela Fundação para a Ciência e Tecnologia através do projeto UID/SOC/04020/2013 e SFRH/BPD/104000/2014.

## 6. Referências

BALL, D; THAMES, M.H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of Teacher Education**, v.59, n.5, p.389-407. 2008.

CARRILLO, J.; CLIMENT, N.; CONTRERAS, L.C.; MUÑOZ-CATALÁN, M.C. Determining specialised knowledge for mathematics teaching. In: PROCEEDINGS OF THE CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 8<sup>th</sup>, 2013, Antalya. **Proceedings of CERME 8**. Antalya: ERME, 2013. p. 2985-2994.

JAKOBSEN, A.; RIBEIRO, C.M.; MELLONE, M. Norwegian prospective teachers’ MKT when interpreting pupils’ productions on a fraction task. **Nordic Studies in Mathematics Education**, v. 19, n. 3-4, p. 135-150, 2014.

MELLONE, M.; JAKOBSEN, A.; RIBEIRO, C.M. Mathematics educator transformation(s) by reflecting on students’ non-standard reasoning. In K. Krainer & N. Vondrova, PROCEEDINGS OF THE CONGRESS OF THE EUROPEAN SOCIETY FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, 9<sup>th</sup>, 2015, Antalya. **Proceedings of CERME 9**. Praga: ERME, 2015. p. 2874-2880.

Ponte, J.P. Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O Professor e o Desenvolvimento Curricular*. Lisboa: APM, 2005, p. 11-34).

RIBEIRO, C.M.; CARRILLO, J. Discussing a teacher MKT and its role on teacher practice when exploring Data analysis. In B. Ubuz (Eds.). **Developing Mathematical Thinking, Proceedings of the 35<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Ankara, Turquia: PME. 2009, vol. 4, p. 41-48.

RIBEIRO, C.M.; MELLONE M.; JAKOBESSEN, A. Prospective teachers' knowledge in/for giving sense to students' productions. In A. M. Lindmeier & A. Heinze (Eds.). Proceedings **PME 37 – mathematics learning across the life span**. Kiel, Alemanha: PME, 2013. Vol. 4, p. 89-96.

Rowland, T., P. Huckstep, *et al.* Elementary teachers' mathematics subject knowledge: the knowledge quartet and the case of Naomi. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v.8, p.255-281. 2005.

SHULMAN, L. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**, v.15 (2), p.4-14. 1986.

STEIN, M.K.; SMITH M.S., et al. *Implementing standards-based mathematics instruction: a Casebook for Professional Development*. New York: Teachers College Press, 2000.