A ARTICULAÇÃO ENTRE INTUIÇÃO E RIGOR NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR: UM ESTUDO SOBRE AS IMPLICAÇÕES DA CULTURA MATEMÁTICA CONSTITUÍDA EM UM CURSO DE ANÁLISE REAL DA LICENCIATURA

Diego Matos
Colégio Pedro II (CPII)
diego_matos_p@hotmail.com

Resumo:
Este trabalho visa problematizar o modelo de formação inicial de professores de Matemática vigente na Licenciatura, tendo como objetivos (1) investigar a existência de uma cultura matemática na formação inicial do professor, especialmente na disciplina de Análise Real, que colabora para a construção de uma visão sobre a natureza da Matemática e (2) observar a relação entre essa possível cultura com a construção dos saberes docentes do futuro professor. O estudo é resultado de uma dissertação de mestrado que investigou três alunos de Análise na Licenciatura, mediante a aplicação de tarefas que versavam sobre ideias relacionadas ao Teorema do Valor Intermediário e a realização de questionários e entrevistas semiestruturadas pós-tarefas. A primeira análise qualitativa dos dados sugere a constituição de uma cultura matemática na formação docente que provocou implicações – por parte dos licenciandos – no critério de legitimação sobre uma argumentação, tanto no contexto da educação básica quanto no ensino superior.

Palavras-chave: Cultura Matemática; Rigor; Formação de Professores; Análise Real.

1. Introdução

Os saberes docentes de conteúdo para o ensino e a formação inicial do professor de Matemática vêm sendo constantemente debatidos na literatura de pesquisa em Educação Matemática (SHULMAN, 1986; BALL, THAMES, PHELPS, 2008). No Brasil, diversos pesquisadores (FIORENTINI, OLIVEIRA, 2013; MOREIRA, FERREIRA, 2013) têm refletido sobre o lugar da Matemática na formação inicial e apontado que a Licenciatura em Matemática encontra-se desarticulada da futura prática docente na educação básica, o que revela uma enorme falha na formação de professores.

Segundo Fiorentini e Oliveira (2013), os cursos de Licenciatura têm sido alvo de críticas – por parte de pesquisadores, formadores, egressos e licenciandos – relacionadas aos currículos, às metodologias de ensino das aulas, ao distanciamento entre as práticas de formação e as práticas de ensino e aprendizagem na escola básica, entre outras. Essas críticas podem refletir a fragilidade do modelo vigente na formação inicial do professor de

Matemática, que concebe a Licenciatura como uma versão diluída do Bacharelado. Moreira (2012) afirma que os cursos de Licenciatura ainda apresentam, de maneira implícita, traços do modelo 3+1 que marcou o início das licenciaturas no Brasil na década de 1930, no qual os cursos eram estruturados a partir de três anos de formação em conteúdos específicos seguidos de um ano de Didática.

Fiorentini (1995) destaca que, após 1950, o ensino de Matemática no Brasil passou por diversas mudanças curriculares em virtude do engajamento de matemáticos e professores no movimento internacional de reformulação e modernização do currículo escolar conhecido como *Movimento da Matemática Moderna*. Essa tendência de ensino, classificada pelo autor como *tendência formalista moderna*, promoveu um retorno ao formalismo matemático fundamentado nas estruturas algébricas, enfatizando o rigor no uso da linguagem formal. A influência dessa tendência internacional fez com que o estilo formalista penetrasse gradualmente em diversos níveis de ensino de Matemática, de modo que o modelo de apresentação definição-teorema-demonstração tornou-se quase o único paradigma de exposição no ensino superior da Matemática (DAVIS, HERSH, 2013).

Como destacado por Davis e Hersh (2013), essa forma de apresentar a Matemática, pautada na tríade definição-teorema-demonstração, muitas vezes, desconsidera o processo de descoberta e não representa a maneira como a Matemática é criada, propagada ou mesmo compreendida. Esse modelo revela uma contradição entre a metodologia adotada pelos professores e os objetivos do ensino de Matemática. “Idealmente, o ensino da matemática diz: Venham, vamos raciocinar em conjunto. Porém, o que sai da boca do professor é muitas vezes: Ouçam, digo-lhes que é assim” (DAVIS, HERSH, 2013, p. 266).

É importante deixarmos claro que o rigor matemático não deve ser entendido como o vilão da relação de tensão existente entre intuição e rigor no ensino superior de Matemática. A problemática colocada em questão é reduzir a Matemática somente ao rigor e desconsiderar a diversidade de sua experiência. O rigor exerce um papel fundamental na construção do conhecimento matemático e em seu processo de ensino e aprendizagem. O que queremos enfatizar é que a função do rigor não é apenas sancionar a intuição, mas também possibilitar a sua construção (BICUDO, 1992).

Essas reflexões denunciadas pela literatura nos levam a questionar se os cursos de Licenciatura estão privilegiando uma forma de fazer matemática, diante de tantas outras, que até então pode não estar atingindo determinados objetivos para aprendizagem dos conteúdos propostos, muito menos para o desenvolvimento dos saberes docentes e de suas relações com a prática. Tal questionamento sobre o atual modelo de formação inicial de professores apresentado na Licenciatura conduz à problemática principal desta pesquisa: *Qual professor está sendo formado pelo modelo predominantemente vigente na Licenciatura?*

A escolha pela disciplina de Análise Real como campo de pesquisa permite abordar essa problemática a partir da observação das impressões do licenciando sobre a Matemática formal, no contexto de sua formação, e verificar como ele vincula essas impressões com as expectativas sobre sua prática. Nessa direção, este trabalho apresenta um recorte de uma pesquisa que teve como objetivos (1) investigar a existência de uma cultura matemática na formação inicial do professor, especialmente na disciplina de Análise Real, que colabora para a construção de uma visão sobre a natureza da Matemática e (2) observar a relação entre essa possível cultura com a construção dos saberes docentes do futuro professor.

2. A Matemática Cultural e o Conhecimento Matemático para o Ensino

Na introdução de sua obra *Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior*, publicada em 1908, Felix Klein identificou um problema central na formação do professor de Matemática na época: a falta de conexão entre a escola e a universidade. O autor denuncia uma *dupla descontinuidade* vivenciada pelo futuro professor ao fazer a transição da escola para a universidade e, em seguida, ao retornar à escola para ensinar. Ao iniciar sua trajetória acadêmica, o estudante não identifica relação entre a matemática apresentada na universidade e a aprendida na educação básica. Já ao retornar à escola como professor, ele não consegue estabelecer relação entre a matemática que ensina e aquela estudada em sua formação.

Na concepção de Klein, matemática elementar não se refere a uma matemática facilitada ou mais simples, tampouco existe uma hierarquia entre matemática superior e matemática elementar. Ele identifica como matemática elementar as partes essenciais que sustentam e estruturam a Matemática. Observando as especificidades da matemática escolar e sua particularidade, Klein considerou que o conhecimento de conteúdo necessário para o ensino deve oferecer ao professor uma visão abrangente da Matemática que permite observar a matemática elementar de um ponto de vista superior, isto é, um conhecimento especializado de matemática que daria ao docente uma perspectiva ampla sobre o campo (RANGEL, 2015).

Schubring (2014) ressalta que Klein não propôs em sua obra uma translação direta da matemática acadêmica para a escola e, de maneira oposta, entendeu a relação entre esses dois domínios a partir de uma variável histórica que resulta em um processo de *elementarização*, classificado por ele como *translação histórica*. A *translação histórica* descrita por Klein consistiria em um processo no qual as partes mais complicadas da Matemática tornam-se gradativamente elementares à medida que seus conceitos vão sendo mais bem compreendidos e que sua exposição é simplificada. Nessa perspectiva, a escola assume posição protagonista no processo de elementarização da Matemática, cujo papel não se restringe a difundir o conhecimento matemático elementar, mas também contribuir para o desenvolvimento da própria Matemática enquanto ciência (SCHUBRING, 2014; RANGEL, 2015).

A perspectiva de Klein sobre o conhecimento de conteúdo do professor de Matemática entra em consonância com pesquisas mais recentes que versam sobre os saberes docentes necessários ao ensino e destacam a existência de um saber específico do professor. Shulman (1986) define um domínio especial do conhecimento do professor, o qual denomina *saber pedagógico de conteúdo* (PCK). Esse saber transcende o conhecimento sobre o conteúdo *per se*, abrangendo a dimensão de um saber *sobre* o conteúdo *para* o ensino. O saber pedagógico de conteúdo seria o "amálgama especial de conteúdo e pedagogia" necessário para ensinar o assunto (SHULMAN, 1987, p. 8). Ball, Thames e Phelps (2008) reconhecem a grande contribuição do trabalho de Shulman (1986) e apontam a existência de uma matemática específica do professor, denominada *conhecimento matemático para o ensino* (MKT), que constitui o conhecimento matemático que os professores necessitam em sua prática.

Em oposição ao ponto de vista descrito por Ball, Thames e Phelps (2008), que concebe o conhecimento matemático manifestado em formas compactas e relativamente estáticas, Davis e Renert (2009) apresentam uma perspectiva dinâmica do conhecimento do professor para o ensino, na qual os saberes matemáticos individuais e coletivos devem ser vistos de modo indissociável. Ao invés de idealizarem o saber matemático para o ensino como um corpo de conhecimento base, mantido individualmente pelo professor, eles propõem enquadrá-lo em termos de uma disposição participativa aprendida dentro de um domínio de conhecimento em evolução.

ISSN 2178-034X

Nesse sentido, “o ensino eficaz não é simplesmente uma questão de transmissão” (DAVIS, RENERT, 2014, p. 126). Ensinar sempre implica em transformação e, por esse motivo, o corpo do conhecimento matemático está inserido no espaço de influência transformadora dos professores. Davis e Renert (2014) acrescentam, ainda, que a aprendizagem parece ser mais estabelecida sobre complexas redes de conexões, onde muitas das associações feitas pelos alunos se tornam consistentes através de grupos culturais ou sociais específicos. Nesse contexto, uma nova matemática é criada mediante as interações sociais ocorridas no ambiente de sala de aula, denominada *matemática cultural*.

> Nós usamos o termo (matemática cultural) para nos referirmos a toda e qualquer matemática que amplia a matemática formal. Para ser preciso, vemos matemática formal como a matemática dos matemáticos – o cânone dos resultados matemáticos, desenvolvido ao longo de milhares de anos, que está bem resumido em livros didáticos de matemática da escola. Matemática Cultural é tudo o que se encontra fora desse contexto. São as analogias, metáforas, aplicações, sistemas, discursos e práticas que se relacionam com a matemática, mas não são vistos tradicionalmente como matemática formal. (DAVIS, RENERT, 2014, p.105, tradução nossa)

Diante da importância da escola no processo de elementarização da Matemática, Rangel (2015) traça um paralelo entre a noção de translação histórica de Klein e a ideia de Davis sobre o papel do professor na produção de uma matemática cultural. Nesse sentido, os professores desempenham um papel decisivo na construção da Matemática enquanto ciência ao difundirem a matemática cultural na escola e transmitirem aos alunos uma visão sobre a natureza da Matemática. Essa matemática cultural constitui um componente essencial para a produção de conhecimento matemático ao formar um alicerce sobre o qual um novo conhecimento pode ser produzido (RANGEL, 2015). Como a matemática escolar é a fonte principal de informação matemática para a sociedade, a forma como é promulgada na escola determina a maneira como ela é entendida e promulgada pela sociedade como um todo (DAVIS, RENERT, 2014).

3. Procedimentos Metodológicos

A pesquisa de campo foi realizada em uma turma da disciplina Análise I ministrada no curso noturno de Matemática de uma universidade pública do Rio de Janeiro. Para a coleta de dados, foram utilizados três tipos de instrumentos metodológicos que demarcaram as etapas da investigação:

Questionário – Esta etapa foi composta por um conjunto de sete questões sobre a trajetória acadêmica dos participantes da pesquisa e sobre o papel da disciplina de Análise na formação docente. O objetivo deste instrumento era traçar um perfil de cada participante e mapear suas impressões sobre a disciplina de Análise em sua própria formação.

Entrevistas baseadas em tarefas – Nesta etapa, os alunos deviam responder questões referentes a três tarefas que abordavam ideias relacionadas ao Teorema do Valor Intermediário, no contexto de um curso de Análise e em uma aplicação no contexto da educação básica. O Teorema do Valor Intermediário foi escolhido para ser o tema central de todas as tarefas devido seu forte apelo visual e intuitivo em contraposição ao rigor das hipóteses necessárias para sua aplicação. As questões referentes às tarefas não se resumiam à resolução dos exercícios propostos, mas também englobavam análises e reflexões pedagógicas sobre soluções fictícias de alunos. Dessa maneira, as tarefas tinham como objetivo subjacente verificar se (e como) existe uma relação entre a maneira como o estudante vê a matemática formal na Licenciatura e suas expectativas sobre a futura prática docente.

O trabalho de Biza, Nardi e Zachariades (2007) sobre tarefas na formação do professor foi utilizado como inspiração metodológica para a elaboração das tarefas apresentadas nesta pesquisa. De acordo com os autores, as tarefas devem seguir a seguinte estrutura:

- Refletir sobre os objetivos de aprendizagem em um problema matemático (e resolvê-lo);
- Examinar um erro (fictício) na solução de um aluno;
- Descrever, por escrito, o retorno (feedback) que seria dado ao aluno.

Entrevistas semiestruturadas pós-tarefas – Nesta etapa foram realizadas entrevistas semiestruturadas pós-tarefas (gravadas em áudio), cujas perguntas foram elaboradas após uma análise inicial das tarefas e nortearam o diálogo. O objetivo deste instrumento metodológico era ampliar a discussão sobre as respostas apresentadas pelo participante no questionário e nas tarefas e conhecer, de maneira mais profunda, suas impressões e justificativas sobre os registros feitos nas etapas anteriores.

Por entendermos que todas as tarefas estavam relacionadas e que sua articulação tornava-se fundamental para interpretarmos os resultados da pesquisa, concentramos nossa investigação nos três participantes (Alexandre, Jorge e Rodrigo) que estiveram presentes em todos os encontros e realizamos, apenas com eles, as entrevistas semiestruturadas pós-tarefas. Até o momento da entrevista, Alexandre e Rodrigo cursavam Licenciatura e Bacharelado em Matemática simultaneamente, enquanto Jorge cursava apenas Licenciatura.

Atualmente, a investigação encontra-se em processo de análise de dados que confronta os registros escritos dos participantes no questionário e nas tarefas com a transcrição de eventos críticos das entrevistas semiestruturadas pós-tarefas.

4. Resultados Parciais

Nesta seção, discutiremos alguns resultados parciais desta pesquisa, obtidos após um processo de análise que ainda encontra-se em construção. Por esse motivo, apresentaremos somente as primeiras impressões sobre os dados, identificadas através de alguns eixos emergentes de análise. Confrontando os registros escritos dos participantes nas tarefas e no questionário com a transcrição dos eventos críticos das entrevistas semiestruturadas, identificamos que emergem dos dados aspectos relacionados à visão dos participantes sobre o curso de Análise na formação docente. Neste artigo, buscamos agrupá-los nos seguintes eixos:

1. *Constituição de uma Cultura Matemática na Formação Docente*

De acordo com os resultados iniciais, o curso de Análise corrobora para a constituição de uma cultura matemática na Licenciatura composta por elementos enaltecidos no ensino da disciplina. Faz parte dessa cultura a valorização de uma argumentação rigorosa, sustentada por uma escrita essencialmente formal que desconsidera outras formas de apresentação matemática. Desse modo, mediante as interações culturais e sociais ocorridas no ambiente do ensino superior, o licenciando entra em contato com uma matemática cultural – no sentido de Davis e Renert (2014) – que valoriza a forma, a estética e o rigor dos argumentos, em detrimento de seus significados.

O discurso dos participantes sugere que essa cultura parece ser determinante para a formação de suas concepções sobre a Matemática. Nesse sentido, podemos destacar, por exemplo, a justificativa de Rodrigo sobre suas dificuldades em Análise:

> [...] para a maioria das pessoas, pela primeira vez na vida ela está vendo uma disciplina cem por cento conceitual. E a gente não é acostumado a estudar

> m
> matemática dessa maneira. A gente vem desde criança decorando fórmula. [...] Aí, pela primeira vez, você tem contato com a matemática de verdade, que são os conceitos, a formalização dos conceitos, as ideias, a organização do raciocínio... que é a matemática de verdade. Centrada na ideia. E aí, como geralmente as pessoas não estão acostumadas a fazer isso, pode gerar uma dificuldade. Certamente gera uma dificuldade. (RODRIGO)

Neste trecho, fica evidente que Rodrigo considera que um curso de Análise apresenta ao aluno a "matemática de verdade", formada por aspectos como "a formalização dos conceitos, as ideias, a organização do raciocínio". A disciplina de Análise parece exercer tamanho impacto na formação de Rodrigo ao ponto dele declarar em outro momento: "Eu não me considero professor de Matemática enquanto não passar em Análise".

2. *Implicações da Cultura Matemática no Critério de Legitimação de uma Argumentação*

De maneira significativa, a cultura matemática disseminada no curso de Análise parece modificar o critério de legitimação do licenciando sobre uma argumentação. Mesmo reconhecendo a importância de representações intuitivas para a própria aprendizagem, os participantes, em muitas ocasiões, desconsideram essa forma de exposição e reconhecem a argumentação rigorosa e formal como a maneira correta de apresentar a Matemática.

Nesse contexto, outra forma de exposição da Matemática é considerada *rudimentar* e tem sua legitimidade contestada, como verificado na argumentação de Rodrigo na segunda tarefa (Figura 1), na qual os participantes deviam verificar a validade de afirmações formuladas a partir de modificações no enunciado do Teorema do Valor Intermediário. Destaca-se que, nessa tarefa, um contraexemplo gráfico era suficiente para justificar a invalidade das afirmações falsas, como no caso a seguir.

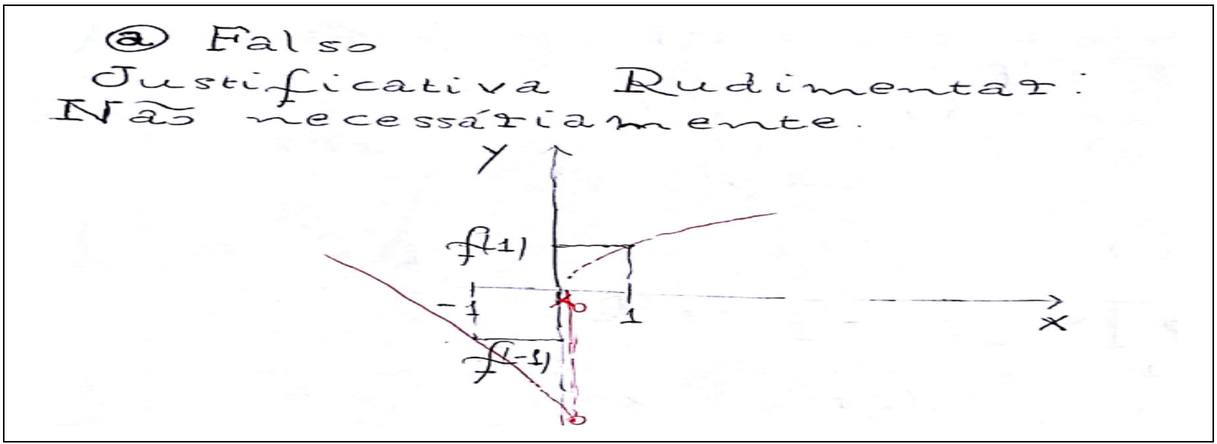

Figura 1: Argumentação de Rodrigo em uma das Tarefas

Na entrevista, ao justificar o uso do termo *rudimentar*, o participante afirma que se espera de um aluno de Análise a utilização de uma linguagem simbólica, ao invés do uso de gráficos.

> Para alguém que tem uma certa familiaridade com a Análise, eu acho que já demonstra mais os teoremas e usa mais uma linguagem simbólica, ao invés de ficar fazendo os gráficos. [...] O ideal para um matemático seria a lógica pura. Os símbolos e a lógica pura. Para um matemático. Mas, no meu caso, eu ainda não cheguei nesse patamar. (RODRIGO)

Embora reconheçam, em determinados momentos, a importância de aspectos intuitivos que favorecem o entendimento pessoal, os participantes relutam em legitimar argumentações informais. Em um desses trechos, ao referir sobre o conceito de continuidade, Alexandre evidenciou conflitos entre a cultura matemática apresentada no ensino superior – que exige rigor e formalismo do licenciando – e os aspectos que o auxiliam na compreensão desse conceito em Análise, como representações gráficas ou intuitivas que fogem à escrita simbólica.

> Talvez, os conceitos gráficos, de certa forma, me ajudem mais a visualizar o que para mim representa. Só que a definição formal é o que tem mais importância porque, é como eu estava falando, o ensino superior exige rigor da gente. E é ali que a gente encontra o rigor. (ALEXANDRE)

3. Implicações da Cultura Matemática na Construção dos Saberes Docentes para o Ensino e nas Reflexões dos Participantes sobre a Futura Prática

Traçando um paralelo com as ideias de Shulman (1986) e Ball, Thames e Phelps (2008), observamos que alguns episódios revelam implicações de uma cultura matemática na construção dos saberes docentes para o ensino, sejam eles pedagógicos ou de conteúdo, decorrentes, principalmente, da valorização da estética e do rigor de uma argumentação. Os desdobramentos das concepções dos participantes sobre a Matemática sugeriram implicações em suas reflexões sobre a futura prática docente como, por exemplo, na análise e na legitimação das soluções de alunos (fictícios) em uma tarefa no contexto da educação básica.

A tarefa em questão abordava a existência ou unicidade de zeros de uma função em determinados intervalos. Eram apresentadas duas soluções hipotéticas para o problema: a primeira solução (da aluna fictícia Ana) era baseada em uma argumentação gráfica que considerava a aplicação do Teorema do Valor Intermediário; e a segunda solução (do aluno fictício Carlos) utilizava o artifício algébrico da pesquisa de raízes racionais. Embora ambas apresentassem erros em suas argumentações, o participante Alexandre identificou apenas a imprecisão na solução de Ana e reproduziu uma argumentação semelhante à solução de Carlos, que desconsiderava a existência de zeros irracionais.

Na entrevista realizada após a tarefa, quando questionado se sua solução era suficiente para encontrar todos os zeros da função, Alexandre identificou o equívoco. Em seguida, destacou que a estética da escrita do aluno Carlos aparentou que seus argumentos estavam corretos e o induziu a reproduzir sua solução na mesma direção.

> Se eu não me engano, não. Porque aqui ele só iria encontrar os zeros racionais. Agora, depois que eu pensei nisso. Só ia encontrar os zeros racionais, não os irracionais. [...] Mas, talvez, na hora eu me deixei levar por achar que ele tinha verificado certinho e, na de Ana, eu consegui perceber mais a falha. [...] A escrita dele pareceu muito bacana. A escrita dele me mostrava que ele estava mais consciente do que estava colocando ali do que Ana. (ALEXANDRE)

Este trecho ilustra implicações diretas da cultura matemática – constituída na formação inicial do licenciando – na construção de seu conhecimento sobre o conteúdo. Na sequência deste episódio, o participante demonstra que, possivelmente, essa cultura que valoriza a forma de uma argumentação em detrimento de seus significados pode ter reflexos na construção de seus saberes pedagógicos de conteúdo. Segundo Alexandre, o professor fica mais atento ao erro quando analisa uma argumentação mais informal.

> [...] o professor em si ia ficar mais atento. Se você vê uma linguagem muito informal assim, fugindo do rigor matemático, da linguagem, deve ficar muito mais atento ao erro do que perceber um erro em uma demonstração que parece que vem muito certa, mas, de repente, tem um ponto que ele não usou. (ALEXANDRE)

5. Considerações Finais

Os resultados apresentados neste trabalho evidenciaram a constituição de uma cultura matemática na formação docente que provocou implicações – por parte dos licenciandos – no critério de legitimação sobre uma argumentação. Nessa perspectiva, destaca-se a valorização de uma argumentação “mais formal”, pautada no sequenciamento lógico e em apresentações mais algébricas, em detrimento do conhecimento matemático manifestado em argumentações “mais informais”, que engloba gráficos e representações intuitivas mais presentes na educação básica.

Nesta investigação, buscamos ressaltar que o conhecimento matemático – e, também, seu ensino – não se resumem somente à concepção formalista. É necessário situarmos o indivíduo como protagonista da construção de seu conhecimento, a partir de sua relação com o mundo e de sua inserção no contexto de uma cultura. Sob essa ótica, desenvolver o pensamento dedutivo não se restringe a compreender e reproduzir o rigor. Neste caso, frisamos que não estamos desconsiderando a importância do rigor ou defendendo que ele deva ser enfraquecido. Ao contrário, concebemos intuição e rigor como oposição, mas a partir de uma relação dialética e não-antagônica.

Consideramos que, no curso de Licenciatura, é apresentado ao aluno não somente um conhecimento mais objetivo do conteúdo, mas também uma visão sobre a natureza da Matemática. Nesse sentido, assumimos como premissa que a cultura matemática constituída na formação docente pode causar implicações na atuação do futuro professor, uma vez que os dados evidenciaram que essa cultura contribui para orientar as concepções do licenciando sobre o conhecimento matemático e para a construção de seus saberes docentes.

Concluímos, portanto, que a formação inicial do professor de Matemática deve considerar a diversidade do conhecimento e da experiência matemática, de maneira que o conteúdo do ensino superior esteja articulado às questões que permeiam a prática docente. Essa perspectiva, porém, não deve ser concebida/entendida como um meio de enfraquecer ou atenuar o conteúdo matemático inerente à Licenciatura, mas sim observá-lo sob outro ponto de vista – no sentido de Klein (2004) – que permita ampliar o horizonte do futuro professor sobre sua prática.

6. Referências

BALL, D.L.; THAMES, M.H.; PHELPS, G. *Content knowledge for teaching: What makes it special?* Journal of Teacher Education, v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BICUDO, I. *Análise não-standard*. Boletim de Educação Matemática (BOLEMA), n. 8, p. 60-67, 1992.

BIZA, I.; NARDI, E.; ZACHARIADES, T. *Using tasks to explore teacher knowledge in situation-specific contexts*. Journal of Mathematics Teacher Education, 10(4-6), 301-309, 2007.

DAVIS, B; RENERT, M. *Mathematics for teaching as shared, dynamics participation.* Learning of Mathematics, 29(3), 37-43, 2009.

DAVIS, B; RENERT, M. *The Math Teachers Know: Profound Understanding of Emergent Mathematics*. USA: Routledge, 2014.

DAVIS, P. J. , HERSH, R. *A experiência matemática*. Tradução: Fernando Miguel Louro e Ruy Miguel Ribeiro. Lisboa: Gradiva, 2013.

FIORENTINI, D. *Alguns Modos e ver e conceber o ensino da matemática no Brasil*. Zetetiké, ano 3, n. 4, p.1-37, 1995.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. *O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas?* Bolema, Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 917-938, 2013.

KLEIN, F. *Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint: Aritmetics, Algebra, Analysis*. USA: Dover, 2004.

MOREIRA, P. C. *3+1 e suas (In)Variantes: Reflexões sobre as possibilidades de uma nova estrutura curricular na Licenciatura em Matemática*. Bolema, Rio Claro (SP), v. 26, n. 44, p. 1137-1150, 2012.

MOREIRA, P. C.; FERREIRA, A. C. *O Lugar da Matemática na Licenciatura em Matemática.* Bolema, Rio Claro (SP), v. 27, n. 47, p. 981-1005, 2013.

RANGEL, L. *Teoria de Sistemas – Matemática Elementar e Saber Pedagógico de Conteúdo – Estabelecendo Relações em um Estudo Colaborativo*. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.

SCHUBRING, G. *A Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior: Felix Klein e a sua Atualidade*. In ROQUE, T; GIRALDO, V. (Eds.), O Saber do Professor de Matemática: Ultrapassando a Dicotomia entre Didática e Conteúdo. Cap.2 – p. 39–54. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014.

SHULMAN, L. *Knowledge and teaching: foundations of the new reform*. Havard Educational Review, 1997, v. 57, pp. 1–22, 1987.

SHULMAN, L. *Those who understand: Knowledge growth in teaching*. Educational Researcher, Vol.15, pp. 4-14, 1986.