

ÁREA COMO GRANDEZA GEOMÉTRICA: UM ESTUDO POR MEIO DO APPRENTI GÉOMÈTRE 2

Walenska Santana
Faculdade de Ciência e Tecnologia Professor Dirson Maciel de Barros
walenska@hotmail.com

Anderson Douglas
Universidade Federal de Pernambuco
anderdouglaspr@gmail.com

Alexandre Barros
Universidade Federal de Pernambuco
alex.luis.barros@gmail.com

Resumo:

Este minicurso tem como objetivo explorar o conceito de área como grandeza geométrica por meio de tarefas de comparação de área. Utilizaremos o *Apprenti Géomètre 2* (AG 2), um software de Geometria Dinâmica desenvolvido por um grupo de pesquisa na Bélgica- *Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques* (CREM) que possibilita, dentre outras ações, a decomposição e recomposição de figuras planas, elementos importantes para a construção do conceito de área como grandeza geométrica. Abordaremos suas potencialidades e discutiremos a importância e os possíveis resultados do uso da tecnologia nas aulas de matemática. Esperamos que o *Apprenti Géomètre 2* não seja apenas mais um recurso para ser utilizado em sala de aula, mas que contribua positivamente com o processo de ensino e aprendizagem de área de figuras planas, minimizando dificuldades que venham surgir por parte dos alunos com relação a esse conteúdo durante as aulas de matemática.

Palavras-chave: Aprendizagem; Área; Apprenti Géomètre 2.

1. Introdução

Os documentos oficiais colocam que o uso da tecnologia é uma importante fonte de aprendizagem para estudantes. Brasil (1997) comenta que os softwares educacionais devem ser escolhidos, pelo professor em função dos objetivos que pretende atingir e de sua própria concepção de conhecimento e de aprendizagem, ou seja, softwares que permitam ao aluno a interação de forma a construir conhecimento. Com relação ao uso de software de geometria, Pernambuco (2012) afirma que o aluno poderá por meio desses softwares terem mais oportunidade de expandir sua capacidade de resolver problemas, de fazer conjecturas, de testar um grande número de exemplos, de explorar os recursos da chamada 'geometria dinâmica', em que é possível fazer variar continuamente parâmetros atrelados a figuras,

operação impossível num contexto de papel e lápis.

2. Abordagem de área como grandeza

Consideramos o conceito de área como uma grandeza geométrica a partir dos estudos desenvolvidos por Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian (1989). Nesse estudo, são analisados erros e dificuldades de alunos franceses na resolução de exercícios e problemas sobre área, tais como:

- A superfície unitária sendo uma superfície com certa forma faz com que a possibilidade de medida de uma superfície dependa de S ser efetivamente ladrilhável com elementos daquela forma. Assim, os alunos encontram dificuldade para exprimir a área de um triângulo em cm^2 (centímetros quadrados), dada a impossibilidade de cobri-lo com número finito de quadrados.
- A área é ligada à superfície e não se dissocia de outras características dessa superfície;
- Se o perímetro de uma superfície se altera sua área também (e reciprocamente).
- Se duas superfícies têm o mesmo perímetro, elas têm a mesma área.
- Estende-se o uso de certas fórmulas a situações em que elas não são válidas: por exemplo, produto de duas “dimensões” para obter a área de um paralelogramo ou o produto das três “dimensões”, no caso de um triângulo (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989, p. 394).

Essas autoras caracterizam dois tipos de concepções que surgem por meio das análises desses erros: uma relacionada ao tratamento feito pelos alunos na dificuldade de distinguir área e figura, denominada concepção forma ligada ao quadro¹ geométrico, e outra associada a não distinção de área e número, conhecida por concepção número, ligado ao quadro numérico. Colocam ainda que para dar sentido ao conceito de área como grandeza é preciso que os alunos distingam as noções de área e figura tão bem quanto área e número (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989).

A partir desse estudo sugerem que a abordagem de área como grandeza deve ser tratada por meio da distinção e articulação entre três quadros: o quadro geométrico, o quadro das grandezas e o quadro numérico.

De acordo com Bellemain e Lima (2002):

O quadro geométrico: constituído por superfícies planas; **quadro numérico:** consistindo nas medidas das superfícies, que pertencem ao conjunto dos números reais não negativos. **quadro das grandezas:** contexto próprio da noção de área, que integra os dois primeiros e é caracterizado formalmente como classes de equivalência de superfícies de mesma área. Os objetos do quadro geométrico são, por exemplo, as superfícies planas, as figuras planas - triângulos, quadriláteros, círculos, figuras de contornos irregulares, etc. – que são modelos matemáticos de faces planas de objetos do mundo físico. São essas figuras que são comparadas com relação ao atributo área. O quadro numérico é o dos números reais não negativos - 2, 7, $1/2$, 2, etc. Expressões compostas de um número e de uma unidade de medida:

¹ De acordo com Douady e Perrin-Glorian (1989, p. 389), um quadro é constituído de objetos de um ramo da matemática, das relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais que o sujeito associa num dado momento, a esses objetos e relações.

$2m^2$, $7cm^2$, $\frac{1}{2}$ ha, 2 cm^2 , 2 m^2 , etc. – são formas de representar grandezas. (BELLEMAIN; LIMA, 2002, p. 25).

As pesquisadoras brasileiras Ferreira e Bellemain (2013) que utilizaram a abordagem de área como grandeza em seu estudo com alunos do 6º ano do ensino fundamental sobre as estratégias utilizadas em questões da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas –OBEMEP, colocam que a distinção e articulação dos três quadros leva a destacar que área não corresponde a figura nem ao número e exemplificam da seguinte forma:

A área não pode ser a figura porque figuras diferentes são suscetíveis de ter mesma área (como no caso da decomposição e recomposição de uma figura sem perda nem sobreposição). Tampouco a área é um número, pois se a unidade muda, o número que expressa a medida também é alterado. Dada uma figura F, cuja área mede 3 cm^2 , pode-se expressar essa área por 300 mm^2 , ou seja, os números 3 e 300 não dão conta de expressar a área de F. Na organização conceitual proposta, a figura se situa no quadro geométrico, a área se situa no quadro das grandezas e a medida se situa no quadro numérico. Se por um lado é importante estabelecer tais distinções entre a figura, a grandeza e o número, é preciso também articular esses aspectos de maneira pertinente. A mudança de quadros possibilita ao aluno uma busca de diversas formas de resolução de uma dada situação, colocando em evidência a existência de uma articulação intensa e necessária entre os processos presentes nos diferentes quadros, como também a construção de uma matemática menos fragmentada, mais articulada e dinâmica. (FERREIRA; BELLEMAIN, 2013, p. 4)

Desde a pesquisa de Douady e Perrin-Glorian (1989) que analisaram resolução de problemas de alunos franceses, várias outras pesquisas tiveram como objeto aspectos relacionados ao ensino e aprendizagem do conceito de área como grandeza geométrica. No contexto brasileiro, como os estudos de: (FERREIRA; BELLEMAIN, 2013; DUARTE, 2002; FACCO, 2003; PESSOA, 2010).

Os resultados dessas pesquisas revelam a dificuldade dos alunos em compreender que figuras diferentes podem ter mesma área, não conseguem aceitar a invariância da área resultante da decomposição e recomposição sem perda nem sobreposição.

Diversos recursos fizeram parte nesses trabalhos, como forma ora de intervir, ora de diagnosticar dificuldades de alunos com relação a aprendizagem de área, tais como: o uso do tangram, peças do jogo poliminós e ladrilhagem (FACCO, 2003), malha quadriculadas (PESSOA, 2010), e atividades de corte e colagem (DUARTE, 2002). Essas pesquisas apontam, entre outras coisas, a importância do trabalho com esses recursos não digitais como forma de contribuir positivamente para a aprendizagem dos alunos sobre área de figuras planas.

Outras pesquisas vêm apontando a relevância do uso de recursos digitais como uma importante ferramenta no processo de ensino e aprendizagem de área, como por exemplo, os softwares de geometria, tais como o *Cabri Géomètre II* (BALDINI, 2004), (SECCO, 2007), o Geogebra (GOBBI, 2012) e o *Apprenti Géomètre 2* (SILVA, 2014), entre outros.

Baldini (2004) realizou um estudo que propôs investigar a contribuição do *Cabri Géomètre II* na construção do conceito de área e perímetro por alunos do ensino médio, essa autora desenvolveu uma sequência de atividades que lhe permitiu verificar a pertinência do software de geometria supracitado na construção do conceito de área e perímetro, uma vez que, o referido software ao proporcionar movimentos dos vértices das figuras, sem alterar suas propriedades, promoveu a visualização e compreensão por parte dos alunos de que área e perímetro não variam no mesmo sentido, que superfícies de mesma área podem ter perímetros distintos e isso poderia acontecer reciprocamente.

Assim como Baldini (2004), Secco (2007) também utilizou em seu estudo o *Cabri Géomètre II* com o objetivo de apresentar uma proposta de ensino e aprendizagem sobre o conceito de área, esse autor também elaborou uma sequência de atividades para serem respondidas por meio do *Cabri Géomètre II* tendo como público alvo alunos de 8ª série, atualmente 9º ano do ensino fundamental. Esse autor coloca como resultado que a utilização desse software permitiu aos alunos de forma satisfatória sem grandes dificuldades construir figuras geométricas de área equivalentes.

Gobbi (2012) utilizou em seu estudo o Geogebra com alunos do 7º ano do ensino fundamental, com o objetivo de proporcionar aos alunos a construção do conhecimento de área e perímetro de figuras geométricas planas. Uma das atividades desenvolvida por essa autora para ser respondida por meio das ferramentas do software Geogebra na qual solicitava que os alunos formassem uma nova figura, de mesma área que uma determinada figura dada, porém com perímetro distinto, a autora percebeu a relevância do uso do software que contribuiu de forma significativa para que os alunos percebessem a conservação da área e variação do perímetro das figuras construídas, permitindo aos alunos uma possível dissociação entre área e perímetro.

Silva (2014) apresentou em seu estudo como uma importante ferramenta para o ensino e aprendizagem de área de figuras planas o software *Apprenti Géomètre 2*. Esse software traz em seus menus ferramentas que permite fazer rotação, reflexão, mover, fundir, duplicar e dividir, diferentes figuras geométricas planas construídas em sua interface. Segundo esse autor um grande diferencial que o *Apprenti Géomètre 2* apresenta em relação aos demais softwares de geometria explicitados nas pesquisas anteriores, é a implementação em seus menus de uma ferramenta que permite decompor e recompor figuras. Ainda para esse autor a possibilidade de decompor e recompor figuras constitui-se um aspecto importante para o estudo da noção de área como grandeza, uma vez que, esse aspecto da invariância da área por decomposição e recomposição é central.

Lembramos que outros aspectos relacionados ao conceito de área como grandeza foram objeto de estudo noutras pesquisas nacionais e internacionais, mas iremos direcionar nosso olhar para as ações de: decomposição, composição, recomposição e comparação de área de figuras planas.

Diante do exposto, pretendemos neste minicurso apresentar as potencialidades do *Apprenti Géomètre 2* (AG 2) como um recurso para o ensino e aprendizagem de área de figuras planas, em especial o trabalho com as ações anunciadas no parágrafo anterior.

3. Apprenti Géomètre: uma visão geral

O *Apprenti Géomètre* é um software de geometria desenvolvido pelo “*Centre de Recherche sur l’Enseignement des Mathématiques (CREM)*” para atender a proposta do Ministro da Educação Básica da comunidade francófona na Bélgica, em fornecer um software de matemática para crianças de 8 a 12 anos, que lhes permitisse realizar atividades de geometria dificilmente acessível em um contexto escolar tradicional. Ao abrirmos o software, a janela de entrada do *Apprenti Géomètre²*, oferece ao usuário cinco opções de menus: A, B, C, AB e AC. Nesta janela é preciso que o usuário se identifique como professor ou aluno.

A figura a seguir ilustra a janela de abertura do *Apprenti Géomètre 2* :

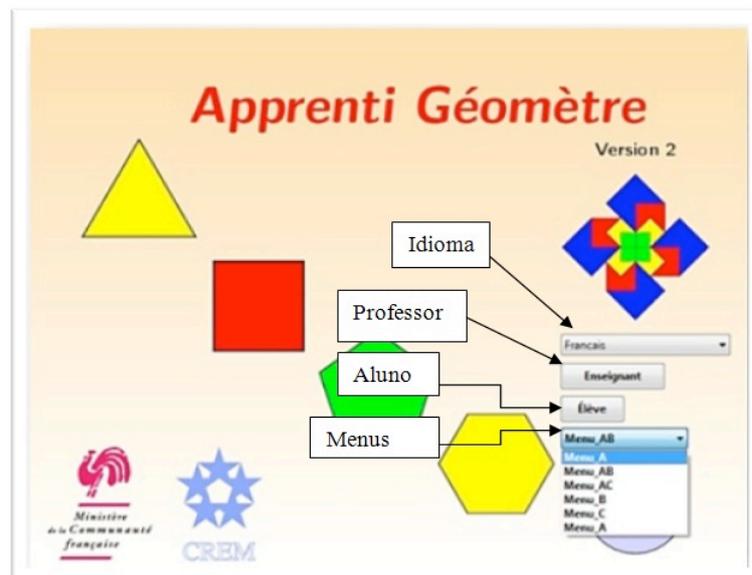


Figura 1- Tela inicial do Apprenti Géomètre 2

Fonte: elaborada pelos autores

² Esse software foi traduzido para língua portuguesa pelo autor da pesquisa, uma vez que, ao fazermos o download do arquivo do software que se encontra disponível no site da CREM citado anteriormente, só oferece duas opções de idiomas- francês e inglês.

Na opção de aluno, o mesmo terá que se identificar escrevendo seu nome, para que assim, o professor tenha acesso posteriormente ao histórico de atividades que esse aluno desenvolveu, por meio do software, identificando-o.

A opção *Professor* oferece ao usuário personalizar um novo menu de acesso ao aluno, por meio da ferramenta *Personalizar*, esse menu inicial, de fato, incorpora uma etapa essencial à prática docente – o planejamento. Nesta opção de menu o usuário, o professor, pode traçar atividades iniciais, definir menus para deixar acessível ao aluno e decidir as ferramentas que estarão disponíveis à atividade que será proposta, ou seja, um menu de controle no qual os alunos, só poderão utilizar as ferramentas que serão compatíveis com o planejamento do professor.

O software encontra-se disponível gratuitamente em <<http://www.crem.be>>, onde pode-se encontrar atividades pré-definidas³ e utilizadas nas pesquisas desenvolvidas pelo CREM. As opções de menus presentes na figura 1 oferecem ferramentas diferentes para o usuário, essas particularidades serão discutidas durante o minicurso.

4. Objetivos

Espera-se que os participantes ao final deste minicurso: conheçam as potencialidades do *Apprenti Géomètre 2* para o ensino e aprendizagem de área como grandeza geométrica; aprendam a abordar este conceito por meio da resolução de tarefas com o uso do *Apprenti Géomètre 2*. Este minicurso é destinado para professores de matemática e alunos de licenciatura em matemática ou pedagogia.

5. Dinâmica do minicurso

No primeiro momento apresentaremos o AG 2 e suas principais ferramentas que podem contribuir com o ensino e aprendizagem de área como grandeza geométrica, em seguida pediremos que todos os participantes explorem livremente os menus do software. Serão propostas atividades de familiarização nas quais os participantes utilizaram ferramentas e menus necessários para realização das atividades propostas de comparação de área.

Em seguida serão entregues as fichas em papel com as tarefas que cada equipe (dupla, ou trio dependendo da disponibilidade de computadores) deverá responder utilizando o *Apprenti Géomètre 2*. Será entregue a cada participante, fichas individuais em papel contendo

³ Essas atividades foram desenvolvidas pela CREM com o objetivo de fazer um estudo com alunos da comunidade francófona na Bélgica por meio do *Apprenti Géomètre 2*.

todas as tarefas propostas no minicurso para que justifiquem os procedimentos utilizados no software na resolução de cada tarefa. Por fim, solicitaremos que algumas *equipes* socializem as respostas das tarefas e encerraremos com um momento de institucionalização. Apresentamos a seguir um breve roteiro do minicurso:

- 1- Abertura do Minicurso: Momento de acolhimento;
- 2- Orientação sobre o desenvolvimento do minicurso;
- 3- Apresentação do *Apprenti Géomètre 2* e suas principais ferramentas;
- 4- Momento de exploração livre do software;
- 5- Desenvolvimento das tarefas propostas;
- 6- Momento de socialização das tarefas;
- 7- Encerramento do minicurso.

Lembramos a necessidade de um laboratório de informática. Os participantes podem trabalhar em duplas. Caso não haja a disponibilidade de laboratórios de informática, os participantes poderão levar seus computadores e o software poderá ser instalado. Quanto aos recursos necessários: data show, computadores, notebook ou netbook com sistema operacional Windows Xp, Vista, 7 ou 8. O *Apprenti Géomètre 2* também encontra-se disponível para os sistemas Mac OSX, Mac OS9 e Linux no site <<http://www.crem.be>>.

6. Considerações Finais

De acordo com Kenski (2007) o uso das tecnologias, quando bem utilizadas, provocam a alteração dos comportamentos de professores e alunos, levando-os ao melhor conhecimento e maior aprofundamento do conteúdo estudado. Esperamos que o *Apprenti Géomètre 2* não apenas seja utilizado como mais um recurso em sala de aula, mas que contribua positivamente para o processo de ensino e aprendizagem de área de figuras planas e possa minimizar as dificuldades que venham surgir por parte dos alunos com relação a esse conteúdo durante as aulas de matemática.

7. Referências

BALDINI, L. A. Ferreira. **Construção do conceito de área e perímetro**: uma sequência didática com auxílio de software de geometria dinâmica. 2004. 179f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática)- Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2004.

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no Ensino Fundamental**. Ed. Geral: John A. Fossa. Natal: SBHMat, 2002.

BRASIL. Ministério da educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, 1997.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. **Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane**. Educational Studies in Mathematics.v.20, n.4, p. 387-424, 1989.

DUARTE, J. H. **Análise de Situações Didáticas para a Construção do Conceito de Área, como Grandeza, no Ensino Fundamental**. 2002. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação).- Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2002.

CREM. Apprenti Géomètre. **Grandeurs, Fractions et Mesures**. Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Nivelles, 2007.

FACCO, S. R. **Conceito de área: uma proposta de ensino-aprendizagem**. 2003. 185f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática).- Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática, PUC/SP, São Paulo, 2003.

FERREIRA, L. de F. D.; BELLEMAIN.P.M.B. **Estratégias utilizadas por alunos do 6º ano em questões da OBEMEP sobre as grandezas comprimento e área**. 2013. Disponível em: < http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/2899_1501_ID.pdf> Acesso em 23 de fevereiro de 2016.

GOBBI, J.A. **Do livro didático ao software geogebra: a engenharia didática no estudo de figuras planas na 6ª série/7º ano do ensino fundamental**. 2012. 135f. Dissertação (Curso de Mestrado profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática)-Centro Universitário Franciscano (UNIFRA), Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2012.

KENSKI, V.M. **Educação e Tecnologias: o novo ritmo da informação**. Coleção: Papirus Educação. Campinas-SP. Editora: Papirus. 2007

PERNAMBUCO, SEDUC. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco: matemática**. Secretaria de Educação. Recife: SE. 2008. 134p.

PESSOA, G. S. **Um estudo diagnóstico sobre o cálculo da área de figuras planas na malha quadriculada: influência de algumas variáveis**. 2010.141f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica)- Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, 2010.

SECCO, A. **Conceito de área: da composição e decomposição até as fórmulas**. Disponível em < http://www.sapientia.pucsp.br/tde_arquivos/13/TDE-2007-07-13T08:35:12Z-3808/Publico/anderson.pdf>. Acesso em 20 de março de 2016.

SILVA, A. D. **Da composição e da decomposição de figuras planas à construção do conceito de área: um estudo por meio do Apprenti Géomètre 2**. Disponível em: <<http://www.lematec.no-ip.org/CDS/XVIIIIBRAPEM/PDFs/GD2/andersonsilva2.pdf>>. Acesso em 14 de janeiro de 2015.