

O CLÁSSICO... A INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA... E O PIBID – IFC

*Patrícia de Souza Fiamoncini
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Catarinense – Campus Rio do Sul
patyfiamoncini@gmail.com*

*Taise Kock
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Catarinense – Campus Rio do Sul
taisekock@gmail.com*

*Marizoli Regueira Schneider
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Catarinense – Campus Rio do Sul
mrs2117@gmail.com*

*Ruy Piehowiak
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Catarinense – Campus Rio do Sul
ruymtm@ifc-riodosul.edu.br*

Resumo:

O objetivo é apresentar um estudo feito a partir da aplicação de uma prática utilizando a tendência de investigação matemática. A atividade foi desenvolvida em uma escola estadual¹ nos grupos de estudos de matemática básica, no contra turno da aula. A ação envolve o material manipulável tangram, e suas relações fracionárias. Todo o processo contribuiu para a (re)construção do conhecimento matemático, especialmente com o auxílio do material alternativo manipulável, que aguçou os sentidos dos estudantes enriquecendo o processo de aprendizagem. Durante a atividade, os estudantes trabalharam em dupla, mas produziram relatórios individuais com a narração de suas descobertas, que serviram de base para os estudos aqui descritos. A atividade de investigação matemática se adequadamente aplicada pode permitir que o estudante sinta-se livre para pesquisar, aprender e se desenvolver em seu tempo, ampliando suas habilidades matemáticas.

Palavras-chave: Investigação Matemática; Fração; Tangram.

1. Reflexões Iniciais

A matemática sempre foi vista como vilã por muitos estudantes, e seu exercício em sala de aula tornou-se tarefa árdua e desafiadora, fazendo com que educadores busquem novas metodologias de ação, que tornem o processo de ensino e aprendizagem mais prazeroso e atrativo. A tendência de investigação matemática busca contribuir, e colocar educador e estudante no ofício de investigadores, pesquisadores, desbravadores do conhecimento matemático.

¹ Escola de Educação Básica Paulo Cordeiro, situada no município de Rio do Sul, Santa Catarina.

Investigar é observar, buscar, procurar e descobrir. Investigação matemática é explorar e perceber algo matemático que por vezes está implícito. Investigar requer paciência, tempo, vontade e determinação. Percebe-se que investigar vai além de procurar aquilo que está pronto, é algo inacabado, está sempre em processo de construção.

O dicionário de língua portuguesa (FERREIRA, 2010, p.438) diz que investigar significa “v.t. Seguir os vestígios de; pesquisar. / Dir. Proceder a diligências; empenhar-se em descobrir: investigar a autoria de um crime”. E ainda define investigação como “s.f. Verificação de um fato por meio de informes obtidos em diversas fontes. / Indagação pormenorizada. / Inquirição. / Pesquisa”.

A escolha ao trabalhar com investigação matemática baseia-se no fato de ser uma tendência em Educação Matemática que faz o estudante pensar, indagar, buscar e justificar aquilo que ele tomou como verdade. A investigação matemática instiga o estudante a ser um pesquisador. Ponte (2010, p.35) diz que:

Na verdade, na sua essência, “investigar” consiste em procurar compreender algo de modo aprofundado, tentar encontrar soluções adequadas para os problemas com que nos deparamos. Trata-se de uma capacidade de primeira importância para todos os cidadãos, que deve permear todo o trabalho da escola, tanto dos estudantes como dos professores.

Assim há a compreensão de que tanto o estudante quanto o educador podem ser investigadores buscando a harmonia das ações e a complementação das atividades, o educador instiga o estudante a ser questionador e reflexivo e o estudante por sua vez participa ampliando seu conhecimento.

O aprendizado da matemática não pode ser restringido à compreensão do conhecimento pronto, e sim permitir ao estudante ter a aptidão de fazer conjecturas e efetuar investigação de natureza matemática. Dessa forma, percebe-se a matemática e a sua finalidade na percepção do mundo, e na sua interferência sobre o mundo. É necessário investigar para aprender matemática e assim, se apaixonar por suas peculiaridades, encontrando seu verdadeiro sentido (BRAUMANN, 2002).

Em todas as etapas da vida o homem passa por momento de aprendizado, e na sua maioria precisa da prática da investigação para se apropriar e explorar as possíveis respostas transformando-as em novos conhecimentos, aprendendo.

Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles (BRAUMANN, 2002, p.1).

Assim, podemos compreender que, para aprender matemática, educador e estudante precisam estar inseridos em todos os processos, investigando, pesquisando, construindo e desconstruindo conceitos, de modo que na experimentação e no exercício da matemática o estudante aproprie-se dos conhecimentos.

2. Contexto da Pesquisa

A atividade de investigação foi desenvolvida em uma escola da rede estadual de educação, onde a atuação junto aos grupos foi realizada enquanto bolsistas do projeto PIBID², que contempla a possibilidade de trabalhar os conteúdos matemáticos com os estudantes, monitorados por educadores. Optou-se por desenvolver a ação investigativa com dois grupos de estudantes dos oitavos anos do ensino fundamental (um com cinco e outro com seis estudantes) na escola, para a qual foram ministradas aulas de reforço escolar, sempre no contra turno.

Foram desenvolvidas com os grupos práticas na busca por apresentar a matemática com abordagem mais dinâmica e inserida no cotidiano dos estudantes, em especial a partir de atividades lúdicas, jogos e materiais manipuláveis. Tais atividades despertaram maior interesse dos estudantes, e também foi perceptível a ampliação do tempo e espaço de ensino e aprendizagem que tornaram os encontros, mas produtivos e agradáveis.

[...] Numa aula de investigação matemática, tal como em qualquer outra, tudo o que acontece depende em boa medida do professor e dos estudantes. O professor precisa conhecer bem seus estudantes e estabelecer com eles um bom ambiente de aprendizagem para que as investigações possam ser realizadas com sucesso [...] (PONTE, 2010, p. 53).

Tendo por norte tais conjecturas e a atividade investigativa por tendência norteadora, procurou-se nas atividades desenvolvidas nos momentos que antecederam a prática conhecer

² Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID.

os estudantes, verificar a possibilidade da inserção da prática de investigação, preparando-os para a efetivação das ações.

O objetivo do trabalho foi o de analisar como o educador matemático pode desenvolver uma aula utilizando a tendência de investigação matemática e como esta atividade pode contribuir para a (re)construção dos conceitos (SCHNEIDER; CUSTÓDIO, 2015) de fração, utilizando o quebra-cabeça tangram.

Optou-se por utilizar o clássico quebra-cabeça tangram por ser algo manipulável e visual e ainda pouco explorado para explicar o conteúdo de fração. O propósito da atividade investigativa foi que cada estudante descobrisse qual fração representa cada peça do tangram em relação ao quebra-cabeça inteiro. O conteúdo escolhido foi fração, pois, em conversas com a educadora regente da disciplina, houve relatos de que os estudantes possuíam muita dificuldade de sistematizar este conhecimento.

Segundo Souza (2008) o tangram é um material manipulável de representações geométricas, que permite ao educador matemático investigar inúmeros conceitos e aplicá-lo como ferramenta de estudo em diversas didáticas. Por exemplo, no estudo de frações, e demais conteúdos do currículo, servindo de apoio para o educador instigar seus estudantes no desenvolvimento de seu pensar matemático, assim como estimular habilidades implícitas ainda inexploradas.

Para a prática de uma atividade de investigação, alguns passos são cruciais para o sucesso segundo os autores. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 21) os passos são:

- 1) Exploração e formulação de questões;
- 2) Formulação de conjecturas;
- 3) Testes e, eventualmente reformulação das conjecturas;
- 4) Argumentação. Justificação e avaliação do trabalho realizado.

Ainda segundo Ponte (2006), embora esses passos pré-determinados; nem sempre vem obrigatoriamente de forma ordenada, ou seja, muitas vezes em atividades investigativas, haverá momentos que eles acontecerão em conjunto, como à exploração da questão e formulação de conjecturas, ou mesmo as reformulações e testes, essa ordem varia conforme a atividade e ou o grupo que investiga.

Na continuidade, sobre as aulas de ordem investigativa Ponte (2006) diz que:

[...] A verdade é que uma aula com tarefas de natureza exploratório-investigativa é mais complicada de gerir do que uma aula baseada na exposição de matéria e na realização de exercícios, dada a imprevisibilidade das propostas e questões que os estudantes podem colocar. Acresce, ainda, que os estudantes à partida não sabem como trabalhar neste tipo de tarefa e precisam que o professor os ajude a fazer essa aprendizagem. Apesar de suas dificuldades e limitações, trata-se de um tipo de trabalho essencial na aula de Matemática, que visa objetivos educacionais diferentes das atividades mais estruturadas [...] (p. 14).

Assim, trabalhar de forma lúdica e diferente em sala de aula é necessário. Utilizando a investigação matemática ou outra tendência, e com materiais manipuláveis, o educador pode contribuir muito para que os estudantes construam seu conhecimento de forma prazerosa, ligando-os com seu cotidiano, e igualmente permitindo a apropriação dos saberes matemáticos.

3. Experiência Investigativa

Foi iniciada a atividade com uma aula de revisão sobre fração, onde os educadores realizaram questionamentos e lembraram juntamente com os estudantes alguns conceitos de fração como: “O que representa o denominador em uma fração? E o numerador?”. Investigando e valorizando os conhecimentos prévios dos estudantes.

Apresentamos o tangram, perguntando quem o conhecia e relatando sua história, descrito como um antigo quebra-cabeça chinês cuja origem se remete a uma época desconhecida. O livro mais antigo com figuras do tangram data de 1813, porém, tudo indica que ele já era conhecido muito antes.

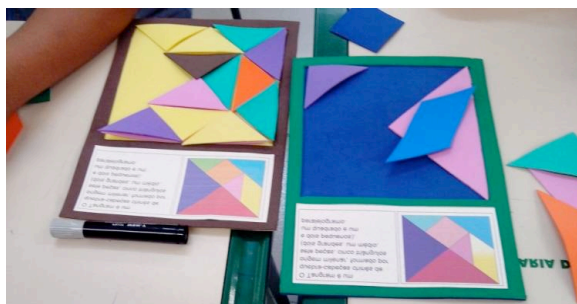
Conhecido na China com os nomes de “Quadrado Mágico”, “Tabela da sabedoria” e “Tabela da sagacidade”, as sete peças do tangram são:

- dois triângulos grandes;
- um triângulo médio;
- dois triângulos pequenos;
- um paralelogramo e;
- um quadrado.

Estas sete peças juntas e combinadas, podem formar mais de 1700 figuras entre animais, plantas, pessoas, objetos, letras, números, figuras geométricas e outros. O jogo ganhou o mundo e já vem sendo explorado como material didático, não só matemático, mas também no campo das artes, e são inúmeras e criativas suas aplicações. O tangram também é “uma ferramenta didático-pedagógica para desenvolvimento da lógica, a inteligência e a imaginação” (LEE, 2012, p. 3).

Para uma manipulação ativa foram confeccionados previamente os jogos de tangram em EVA³ em sala de aula pelos estudantes. Optou-se pelo EVA por ser de baixo custo e de fácil manipulação. A partir da confecção do tangram em EVA os estudantes iniciaram a atividade investigativa pela exploração e a realização de suas considerações iniciais.

Figura 1: Jogos de tangram confeccionados com EVA.



Fonte: Os autores.

Os estudantes sentados em duplas e já habituados a trabalhar no grupo de estudos, exploraram o material. Solicitamos que todas as descobertas efetivadas fossem registradas em uma folha individual que posteriormente foi recolhida.

Na sequência das atividades, em outro encontro foi solicitado aos estudantes que identificassem que figuras geométricas representavam cada uma das sete peças do tangram.

Após nominarem cada figura, foram oferecidas dicas para exploração dos materiais, mencionando aos estudantes a propriedade matemática “Triangulação de Polígonos Convexos” que a utilizassem para triangular todas as figuras do tangram. Assim descobrir que seria melhor trabalhar de forma que todas as figuras pudessem ser escritas em relação ao triângulo menor.

³ EVA é a Espuma Vinílica Acetinada.

Aos estudantes foi solicitado que conversassem com seu colega sobre suas descobertas e que juntos investigassem as peças do tangram, e paralelamente ou posteriormente fossem anotando o que cada um descobriu.

Figura 2: Estudantes realizando a triangulação das figuras do tangram e registrando.

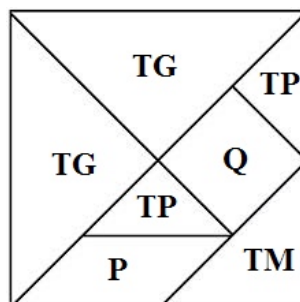


Fonte: Os autores.

As figuras do tangram foram nomeadas ficticiamente pelos estudantes. Os respectivos nomes são os seguintes: - Quadrado: Q; - Paralelogramo: P; - Triângulo Grande: TG; - Triângulo Médio: TM; - Triângulo Pequeno: TP.

A partir da identificação das peças atribuída pelos estudantes, tais foram utilizadas no desenvolvimento das atividades que se seguiram.

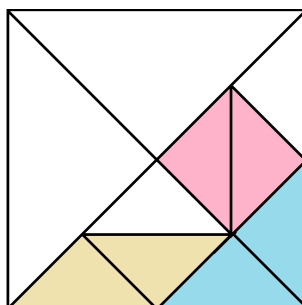
Figura 3: As peças do tangram e seus respectivos apelidos formando um quadrado.



Fonte: Os autores.

Os estudantes triangularam o Q, o P e o TM do tangram e descobriram que: em um Q cabem 2 TP, em um P cabem 2 TP, em 1 TM cabem 2 TP.

Figura 4: Triangulação do Q, do P e do TM.



Fonte: Os autores.

Observando o TG os estudantes perceberam que ele pode ser dividido de forma diferente:

- Em 1 TG cabem 1 Q e 2 TP
- Em 1 TG cabem 1 P e 2 TP
- Em 1 TG cabem 2 TM
- Em 1 TG cabem 1 TM e 2 TP
- Em 1 TG cabem 4 TP

Outras relações que foram descobertas pelos estudantes: - $1 Q = 1 TM = 1 P = 2 TP$.

Quando dialogamos com “Elizabeth” sobre o desenvolvimento da atividade, isso depois de realizarem todas as triangulações em figuras menores e compreenderam que as figuras podem ser escritas em relação ao TP. A estudante cita que ao “*dividirmos todas as peças do quadrado do tangram em TPs, porque esse é o ‘denominador comum’ de todas as peças. Em uma fração nós também dividimos as peças em tamanhos iguais para conseguir fazer as operações e saber as relações, aqui no tangram também. Achamos que todo o tangram é composto por 16 TPs, ou seja, $16/16 = 1$, que é o tangram inteiro*” (comentário da estudante durante a atividade investigativa, 2014)⁴.

⁴ Este fragmento foi retirado do instrumento de pesquisa – gravações, realizado durante as atividades. Elizabeth é um nome fictício.

A partir das triangulações feitas pelos estudantes e da descoberta que o tangram todo pode ser dividido em 16 peças iguais, que são os TPs, observou-se que os estudantes começaram a perceber quais relações fracionárias havia entre as outras peças do tangram.

Estas relações que os estudantes descobriram analisando as peças do tangram são:

$$- 1 \text{ TP no tangram inteiro representa a fração de } \frac{1}{16}$$

$$- 1 \text{ TM representa a fração de } \frac{2}{16}, \text{ porque se } 1 \text{ TP representa } \frac{1}{16} \text{ e } 1 \text{ TM} = 2 \text{ TP}$$

$$- 1 \text{ P} = \frac{2}{16} \quad \frac{1}{8}$$

$$- 1 \text{ Q} = \frac{2}{16} \quad \frac{1}{8}$$

$$- 1 \text{ TG representa a fração de } \frac{4}{16} \quad \frac{1}{4}$$

$$- 2 \text{ TG representam a fração de } \frac{8}{16} \quad \frac{1}{2}$$

$$- 3 \text{ TG representam } \frac{4}{16} + \frac{4}{16} + \frac{4}{16} = 3 \frac{4}{16} = \frac{3 \cdot 4}{16} = \frac{12}{16} \quad \frac{3}{4}$$

$$- 4 \text{ TG representam } \frac{16}{16} \quad 1$$

$$- 16 \text{ TP representam } 16 \frac{1}{16} = \frac{16}{16} \quad 1$$

$$- 8 \text{ TM representam } 8 \frac{2}{16} = \frac{8 \cdot 2}{16} = \frac{16}{16} \quad 1$$

Outras relações fracionárias:

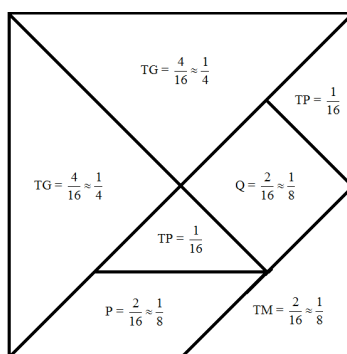
$$- 2 \text{ TG} + 1 \text{ Q} + 1 \text{ TM} = \frac{8}{16} + \frac{2}{16} + \frac{2}{16} = \frac{8+2+2}{16} = \frac{12}{16} \quad \frac{3}{4}$$

$$- 1 \text{ Q} + 1 \text{ TM} + 1 \text{ TG} = \frac{2}{16} + \frac{2}{16} + \frac{4}{16} = \frac{2+2+4}{16} = \frac{8}{16} \quad \frac{1}{2}$$

Por fim, os estudantes descobriram qual fração representa cada peça do tangram.

$$\begin{aligned}
 - 1 \text{ TG} &= \frac{4}{16} \approx \frac{1}{4} \\
 - 1 \text{ Q} &= \frac{2}{16} \approx \frac{1}{8} \\
 - 1 \text{ TM} &= \frac{2}{16} \approx \frac{1}{8} \\
 - 1 \text{ P} &= \frac{2}{16} \approx \frac{1}{8} \\
 - 1 \text{ TP} &= \frac{1}{16}
 \end{aligned}$$

Figura 5: As peças do tangram e suas respectivas frações.



Fonte: Os autores.

Durante os momentos em que mediamos à atividade investigativa, percebemos o entusiasmo dos estudantes em compreender algo matemático no tangram, ao mesmo tempo sentiam-se capazes de entender os conceitos de fração antes distantes e sem muita conexão com uma prática, isso de forma divertida e prazerosa a eles. Ao passo que acompanhamos os momentos investigativos fomos também descobrindo novos e distintos olhares sobre a atividade, que nos permitiu entender as inúmeras possibilidades de exploração do tangram para o ensino da matemática. Surgiram comentários relacionando a peças do quebra-cabeça com porcentagem, ângulos, geometria, trigonometria, enfim a experiência nos proporcionou desvendar junto aos estudantes novas percepções e motivação para continuar investigando.

4. Reflexões Finais

A matemática não é e nem pode ser considerada como exata e acabada, mas sim vivenciada, explorada e construída a cada dia. Outro fator fundamental neste processo é o de

que cada sujeito é importante para esse movimento. A prática investigativa contribui na evolução dos estudantes como pesquisadores/atores que constroem saberes a partir da investigação e o que ela desvenda. Permite a ascensão de sujeitos pensantes e criativos, que buscam descobrir novos saberes a partir do seu cotidiano, sendo assim mais aptos a solucionar e buscar estratégias de resolução para a construção social.

A atividade de investigação foi aceita de forma tranquila pelos estudantes, a resistência inicial foi vencida e recompensada pelo prazer da construção própria. Percebeu-se o entusiasmo dos estudantes com todo o processo investigativo e que gostariam de ter mais oportunidades de fazê-lo.

Considera-se que uma atividade investigativa, requerer do educador mais preparo e ações distintas em sala, como maior tempo de planejamento e pesquisa, busca de materiais e estratégias diferentes que possam ser aceitas e atrativas aos estudantes. Porém toda essa busca é recompensada levando estudante e educador para um campo além do ensino e aprendizagem, estreitando laços, e principalmente fazendo o estudante perceber que é capaz de construir, fazer descobertas, que a matemática está em sua vida, basta ele abrir seus olhos e explorá-la.

Enquanto educadores, ao desenvolver uma atividade investigativa, compreende-se o desafio que é instigar os estudantes a investigação, mas que quando o fazem é compensador, pois esses se descobrem como agentes construtores de seus saberes. O educador na tendência da prática investigativa ganha a possibilidade dos distintos olhares e percepções de seus estudantes, fazendo assim descobertas com eles, divide pistas e colhe diferentes perspectivas, pois diversos pontos de vista criam variadas estratégias e percepções.

5. Referências

BRAUMANN, C. Divagações sobre Investigação Matemática e o seu Papel na Aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. P., COSTA, C., ROSENDO, A. I., MAIS, E., FIGUEIREDO, N. & DIONÍSIO, A. F. (Eds.). **Atividades de investigação na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2002.

FERREIRA, A. B. H. **Dicionário Aurélio Básico da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2010.

LEE, R. **Tangram**. São Paulo: Editora Isis, 2012.

PONTE, J. P., BROCARD, J. OLIVEIRA, H. **Investigação Matemática na Sala de Aula**. 2. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. Coleção Tendências em Educação Matemática.

PONTE, J. P. **Explorar e Investigar em Matemática: Desafio para Estudantes e Professores**. Movimento, 14, 80-96, 2006.

_____. **Explorar e Investigar em Matemática: Uma atividade fundamental no ensino e na aprendizagem**. Revista Iberoamericana de Educación Matemática. Mar. 2010. Número 21. 13-30.

SCHNEIDER, M. R.; CUSTÓDIO, J. F. **Produção escrita: Contribuições da avaliação descritiva em aulas de matemática**. Educação Matemática em Revista - RS. EMR-RS - ano 16. Número 16. v.2. Rio Grande do Sul, 2015. p.113-126. ISSN: 1518 – 8221.

SOUZA, E. DINIZ, M. I. S. V. PAULO, R. M. OCHI, F. H. **A Matemática das Sete Peças do Tangram**. São Paulo: IME-USP, 2008. (Coleção Matemática Ensino Fundamental nº7).