

A MATEMÁTICA COMO UM MEIO DE ORGANIZAR FENÔMENOS DA EDUCAÇÃO FINANCEIRA: UMA EXPERIÊNCIA DIDÁTICA

Marcele Tavares Mendes¹
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
marceletavares@utfpr.edu.br

Daniela Harmuch²
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
dharmuch@yahoo.com.br

Resumo:

O presente trabalho refere-se a uma reflexão a partir do desenvolvimento de tarefas como recursos didáticos que poderão servir a uma educação financeira baseada nos pressupostos da Educação Matemática Realística. As tarefas foram aplicadas a estudantes do 8^a ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual de Londrina/PR em 2015. Neste trabalho é apresentado um breve estudo teórico a respeito da abordagem de ensino Educação Matemática Realística e de aspectos da Educação Financeira. Em seguida, relata-se o contexto e trechos da experiência didática, atrelado a uma reflexão que busca evidenciar a matemática como um meio de organizar fenômenos da Educação Financeira, explorando esse contexto na construção e solução de problemas matemáticos na direção do desenvolvimento do Letramento Matemático.

Palavras-chave: Educação Matemática; Educação Matemática Realística; Educação Financeira; Letramento Matemático.

1. Introdução

Em oposição a matemática como uma ciência acabada, a-histórica e organizada logicamente, Freudenthal (1979), precursor da Educação Matemática Realística, considera a matemática como uma atividade humana. Segundo Freudenthal (1983), os conceitos matemáticos, estruturas, ideias foram desenvolvidos como ferramentas para organizar fenômenos do mundo físico, social e mental, uma vez que resultaram da resolução de problemas. Algo é considerado um fenômeno quando se pode ter experiência com ele, considerando também os próprios meios de organização da matemática (estratégias, conceitos, notações) desde que tomados como objetos de experiência (PUIG, 1997, p. 63-64).

¹ Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL). Docente do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal Tecnológica do Paraná (UFTPR) campus de Londrina, Londrina-PR, Brasil.

² Mestranda do Programa de Pós-graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal Tecnológica do Paraná (UFTPR) campus de Londrina, Londrina-PR, Brasil.

Esse modo de reconhecer a matemática, conforme Mendes (2014), apresenta reflexos nas aulas de matemática, uma vez que é necessário a aprendizagem matemática ser iniciada a partir de fenômenos significativos para o estudante, fenômenos que foram investigados e organizados pelo professor para tornarem-se suscetíveis à matematização e que são o fomento do processo de ensino e de aprendizagem.

A atividade econômica tem seu destaque dentre os diversos fenômenos suscetíveis à matematização. Com isso, discutir as estratégias matemáticas em contextos financeiros passa a ser um tema de interesse a Educação Matemática. Sobretudo no esforço de promover a aplicabilidade do conhecimento matemático escolar, de conferir significados econômicos aos problemas matemáticos e vice-versa, explorando-se bidirecionalmente a importância do contexto na construção de sentido e na solução de problemas (HOFMAN, MORO, 2011).

Este trabalho insere-se no contexto de uma pesquisa de mestrado em desenvolvimento em que um dos objetivos vai ao encontro da discussão aqui apresentada - provocar um repensar a prática de ensino e aprendizagem com relação a Educação Financeira. Neste trabalho é apresentado um breve estudo teórico a respeito da abordagem de ensino Educação Matemática Realística e de aspectos da Educação Financeira tratada para além de um tema transversal, como um fenômeno suscetível a matematização. Em seguida, relata-se o contexto didático e trechos de uma tarefa desenvolvida, atrelado a uma reflexão que busca evidenciar a matemática como um meio de organizar fenômenos da Educação Financeira, explorando esse contexto na construção e solução de problemas matemáticos na direção do desenvolvimento do Letramento Matemático e de comportamentos financeiros autônomos e saudáveis.

2. Educação Financeira

A atividade econômica tem seu destaque dentre os diversos fenômenos suscetíveis à matematização e resolver e compreender situações econômicas é uma das competências de um sujeito letrado matematicamente. Nessa direção, a matemática é também uma ferramenta para lidar/resolver situações da Educação Financeira, situações que são significativas e realísticas para os estudantes.

A partir da necessidade de discutir a Educação Financeira no Brasil, a Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) redigiu um documento que

apresenta a Estratégia Nacional de Educação Financeira (Enef), neste documento a Educação Financeira é:

(...) o processo mediante o qual os indivíduos e as sociedades melhoram sua compreensão em relação aos conceitos e produtos financeiros, de maneira que, com informação, formação e orientação, possam desenvolver os valores e as competências necessários para se tornarem mais conscientes das oportunidades e dos riscos nele envolvidos e, então, poderem fazer escolhas bem informadas, saber onde procurar ajuda, adotar outras ações que melhorem o seu bem-estar. Assim, podem contribuir de modo mais consciente para a formação de indivíduos e sociedades responsáveis, comprometidos com o futuro (BRASIL, 2011, p. 57-58).

A Educação Financeira é um tema de interesse a Educação Matemática, nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998) esse tema é tratado como tema transversal “trabalho e consumo”.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática dos terceiro e quarto ciclos apresentam a necessidade dos alunos se posicionarem criticamente diante do consumismo de bens supérfluos e vitais e compreenderem que grande parte do que se consome é produto do trabalho, embora nem sempre se pense nessa relação no momento em que se adquire uma mercadoria; a necessidade de discutir o custo da produção com o preço de mercado, favorecendo para compreensão da política de maximização do lucro e precarização do valor do trabalho; a necessidade de analisar a composição e a qualidade dos produtos e avaliar seu impacto sobre a saúde e o meio ambiente (BRASIL, 1998, p.35).

Ainda de acordo com os PCN, numa perspectiva educacional inclusiva do currículo, o entendimento mais amplo da Matemática com seus temas é fundamental para o indivíduo na sociedade tomar decisões em sua vida profissional, social e pessoal, podendo agir com equilíbrio e racionalidade diante das relações de consumo, com condições de identificar as melhores opções de negócios.

3. Educação Matemática Realística

Na direção de repensar o processo de ensino e de aprendizagem de matemática, de modo especial, de temas relacionados a questões da Educação Financeira, consideramos as ideias de Freudenthal e os aspectos da abordagem de ensino Educação Matemática Realística (RME) pertinentes. Freudenthal (1973, 1991) propõe que a matemática seja pensada como uma atividade humana, e que seja dada aos estudantes a oportunidade de desenvolvê-la, por

meio de um processo de reinvenção guiada. Esses devem ser incentivados a reinventá-la, por meio de processos que tomam como ponto de partida diferentes situações que possam ser matematizadas.

Santos (2014, p. 40) apresenta alguns aspectos da dinâmica da aula sob a perspectiva da reinvenção guiada, sendo eles:

- o trabalho em sala de aula tem início com a proposição de uma situação realística que possibilita diferentes níveis de matematização.
- após resolverem a situação, os alunos podem interagir uns com os outros e terem a oportunidade de analisar e discutir estratégias e procedimentos que utilizaram.
- durante e após o trabalho dos alunos, o professor pode fazer questionamentos para explorar as resoluções que apresentaram bem como as diferenças existentes entre elas, e discutir aspectos matemáticos subjacente a essas resoluções encorajando-os a se interessar por esses aspectos (SANTOS, 2014, P.40).

Para o desenvolvimento deste trabalho destacamos o princípio de reinvenção guiada e a utilização de pontos de partida realísticos (GRAVEMEIJER, 1999; RASMUSSEN; KING, 2000), o que significa que os problemas matemáticos estão situados dentro de contextos que são significativos para estudantes.

Gravemeijer e Doorman (1999) sugerem que os problemas de contexto podem funcionar como pontos de ancoragem para a reinvenção de matemática por parte dos próprios estudantes. Além disso, a reinvenção guiada oferece uma saída para o dilema geralmente percebido de como preencher a lacuna entre o conhecimento informal e matemática formal.

Segundo Van den Heuvel-Panhuizen (2000), o professor tem a função de orientar o processo de aprendizagem dos estudantes não de modo fixo, dizendo ou demonstrando o que eles devem aprender, mas criando um ambiente em que eles se sintam motivados e em que o processo de matematização possa emergir. Neste ambiente, espera-se que

que os estudantes desempenhem um papel ativo em construir seu próprio conhecimento matemático [...]. A educação é projetada para se encaixar o máximo possível ao conhecimento informal dos estudantes, e por isso ajudá-los a alcançarem um nível mais alto de entendimento através da reinvenção guiada (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 1996, p. 89, tradução nossa).

Conforme Mendes (2014), o foco do ensino passa da matemática (produto de um processo de matematização) para o processo de matematizar, de organizar a realidade usando ideias e conceitos matemáticos.

Freudenthal (1973) sugere olhar para aplicações em que se possam encontrar fenômenos a serem organizados por conceitos, procedimentos e ferramentas matemáticas (*fenomenologia didática*). Assumindo “que a matemática emerge como resultado da resolução de problemas práticos, podemos presumir que as aplicações diárias englobam um fenômeno, que originalmente tem que ser organizado” (GRAVEMEIJER, 2008, p. 290).

Nesse repensar os processos de ensino e de aprendizagem da matemática baseados nos pressupostos da Educação Matemática Realística, desejamos repensar caminhos e possibilidades para o desenvolvimento do letramento matemático, que corresponde à:

capacidade que o indivíduo tem em identificar e compreender o papel que a matemática desempenha no mundo, de fazer julgamentos bem fundamentados, e de usar a Matemática de modo a atender as suas necessidades presentes e futuras como cidadão construtivo, interessado e reflexivo (De LANGE, 2003).

Haja vista que o desenvolvimento do letramento matemático, não se limita em buscar desenvolver o conhecimento da terminologia, dos dados e dos procedimentos matemáticos, ainda que os inclua, nem tampouco se limita às destrezas para realizar certas operações e cumprir com certos métodos, mas na combinação desses elementos para satisfazer as necessidades da vida real dos indivíduos em sociedade.

O desenvolvimento do letramento matemático é fortemente influenciado pelo contexto escolar, da atitude do professor e do papel do aluno nesse processo. De modo particular, a abordagem de ensino Educação Matemática Realística é uma abordagem para o ensino e a aprendizagem da matemática em que considera a matemática como um meio de organizar uma situação e que deve ser conectada à realidade para que possa ser de valor humano (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2001).

Mendes e Trevisan (2014) elencaram alguns dos pressupostos considerados na abordagem de ensino Educação Matemática Realística:

- matemática como atividade humana: a matemática como a atividade de organizar matematicamente a realidade, que evolui e transforma-se sob a influência das modificações sociais;
- matematização da realidade: a matemática torna-se um meio de organizar uma situação e não um fim;
- reinvenção de conceitos: aos estudantes deve ser dada a oportunidade “guiada” para “re-inventar” conceitos matemáticos;
- realidade como fonte de ideias e conceitos matemáticos;
- articulação da matemática com outros domínios;

- compreensão ao invés da reprodução de mecanismos (MENDES, TREVISAN, 2014, p.3).

À luz desses pressupostos transparece o desafio de organizar tarefas de matemática, em ambientes que ofereçam aos estudantes oportunidades para matematizar, para “re-inventar” matemática, que possibilitam explorar a intuição e a capacidade de organizar matematicamente situações que sejam “realizáveis” para que, guiados pelo professor, os estudantes possam construir conceitos formalizados referentes a Educação Financeira.

4. O contexto da experiência vivenciada

Este trabalho insere-se no contexto de uma pesquisa de mestrado em desenvolvimento, cujo um dos objetivos vai ao encontro da discussão aqui apresentada - provocar um repensar a prática de ensino e aprendizagem com relação a Educação Financeira.

Os dados analisados, neste trabalho, foram recolhidos a partir da experiência piloto³ realizada com uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, no período vespertino, em uma escola pública estadual em Londrina/PR, durante o segundo semestre do ano de 2015, em dois encontros, com o tempo de 100 minutos cada, com 26 e 24 estudantes respectivamente. Turma essa em que a segunda autora é a professora responsável. Os dados são frutos das gravações de áudio transcritas e diário de campo elaborado por ela.

O estudo pode ser caracterizado como uma pesquisa qualitativa, tendo como fonte direta de dados o ambiente natural da sala de aula. Constituíram notas de campo dos pesquisadores: “o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiência e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo”. Consistem em dois tipos de materiais: a parte descritiva (cuja preocupação foi “captar uma imagem por palavras do local, pessoas, ações e conversas observadas”) e a parte reflexiva (aquela que “apreende mais o ponto de vista do observador, as suas ideias e preocupações”) (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 150 – 151).

³ Para o desenvolvimento do projeto de mestrado, uma nova experiência está sendo desenvolvida, com um número maior de tarefas e de encontros com turmas de Adolescente em Situação de Vulnerabilidade Social e Pessoal.

5. Uma reflexão a partir de uma experiência didática

Neste trabalho será apresentado o que foi proposto aos estudantes nos dois encontros da experiência didática, entretanto, tem por foco apresentar uma discussão e reflexão a partir de alguns trechos de dizeres dos alunos de como tarefas matemáticas podem servir a uma educação financeira baseada nos pressupostos da Educação Matemática Realística, ou seja, a matemática como um meio de organizar fenômenos da Educação Financeira.

No primeiro encontro, foi proposto aos estudantes que por meio de uma planilha eletrônica (programa Calc (Linux)) na sala de informática da escola levantassem suas despesas, classificando-as em despesas fixas, variáveis e eventuais (ou extraordinárias) e fizessem uma reflexão de seus gastos a partir do que foi elencado. Os estudantes se mostraram inseguros por não saberem manipular uma planilha eletrônica e ter dificuldade em classificar as despesas como fixa, variável ou eventual. Após atividade na sala de informática, os estudantes retornaram a sala de aula e dispostos em círculo, iniciou-se uma discussão a respeito dos conceitos envolvidos.

Discutir os conceitos envolvidos pode parecer que a atividade restringiu-se a apresentar uma ferramenta eletrônica e termos da Matemática Financeira. Porém, os trechos que seguem no Quadro 1 são exemplos de dizeres dos alunos de como a discussão seguiu para além disso.

Quadro 1 – Trechos de dizeres dos alunos na primeira atividade

G⁴ - Não é possível professora que eu gasto tudo isso!

B - e quem vive com o salário mínimo, como faz?

A partir dos dizeres desses dois alunos foi possível o professor guiar a discussão para que os alunos se conscientizassem de seus gastos dentro do orçamento familiar, da necessidade de refletir primeiro antes de gastar, de que muitas vezes são os pequenos gastos somados que afetam um equilíbrio financeiro familiar. Também foi possível retomar propriedades das operações elementares (ao somar, ao multiplicar e ao subtrair despesas). Outro ponto discutido foi que algumas despesas são fixas a todos (por exemplo luz e água), entretanto, outras dependem da organização familiar, por exemplo, o pacote de internet em um celular pode ser eventualmente comprado ou contratado mensalmente.

⁴ Os discursos estão apresentados com as iniciais dos estudantes a fim de preservar as identidades dos sujeitos da pesquisa.

Nessa atividade o professor pode explorar, a partir das planilhas construídas e das interações entre os alunos, aspectos matemáticos que serviriam para melhor organizar suas despesas, oportunizando aos alunos vivenciar a matemática como uma ferramenta a serviço de uma organização financeira individual e familiar.

No segundo encontro, em continuidade a discussão realizada no primeiro encontro, foi proposto quatro situações distintas, Figura 1, situações das quais qualquer sujeito pode se deparar ao ir ao mercado e que podem ser matematizadas. As situações continham a mesma pergunta e aos alunos foi solicitado que apresentassem duas soluções distintas pertinentes a cada situação.



Figura 1 – Situações apresentadas aos alunos no 2º encontro.

Fonte: autores.

Estas situações foram dispostas em uma mesa em lugar estratégico no qual os alunos as enxergavam, os alunos formaram grupos de 4 estudantes e cada grupo escolhia autonomamente qual gostaria de solucionar primeiro, tendo o tempo de 15 minutos para esboçar o pensamento no papel, assim que achassem conveniente, ou dado o limite de tempo, deveriam escolher outra, até que as 4 propostas fossem solucionadas por todos os grupos. Durante a atividade a professora observou o trabalho de cada grupo, fez intervenções e provocou questionamentos.

Estas situações poderiam ser solucionadas matematicamente com a ideia de proporção, no qual o preço a pagar seria a única variável a ser dimensionada, entretanto, para além disso,

o que se esperava com elas é que os alunos utilizassem a matemática como ferramenta atrelada a julgamentos fundamentados a sua realidade, agindo com equilíbrio e racionalidade diante das relações de consumo.

A professora retomou a discussão da planilha de despesas individuais e as conclusões em que os alunos chegaram antes de iniciar as propostas do dia e disse “*e no mercado? Todos precisamos ir! Chegando lá, existem algumas formas de se economizar um pouco mais?*”. Os alunos de forma desordenada sugeriram: comparar preços, acompanhar promoções, tentar comprar só o necessário, pesquisar preços em outro mercado, prestar atenção no que tem em casa, tempo e custo com combustível, às vezes se gasta mais com esses quesitos do que comprar em um mercado só. A professora a partir dessas sugestões questionou “*existe uma única forma de resolver? Terá uma maneira mais certa do que a outra? Sua maneira é a mais certa? Ou a minha? O que eu quero saber é como vocês pensam e farão para resolver as situações?*”.

Com isso deu-se início ao desenvolvimento das situações. Após todos os grupos terem apresentado suas soluções a professora abriu a discussão para toda a sala. Foi consenso que para elas a situação que envolvia detergente foi mais fácil de ser resolvida por depender de menos variáveis que as outras e, é essa a situação que aqui escolhemos apresentar alguns trechos que remetem a reflexão gerada a partir de uma situação que poderia ter ficado apenas no campo das operações matemáticas, mas que serviu para uma reflexão que vai ao encontro de um sujeito que busca compreender suas necessidades e consequências de suas ações.

O aluno C afirma “*é mais prático independente do preço levar o detergente de 500 ml, pois é mais fácil manipular e em casa são só eu e minha mãe*”. Essa afirmação representa uma decisão que não considera o preço, nem a quantidade de material da embalagem, ou a combinação de ambos, apenas o que o aluno julga ser a necessidade de sua casa. A opinião de outros alunos foi uma oportunidade de aprendizagem dada a esse aluno, no qual pode refletir para além de suas necessidades imediatas, refletindo melhor questões relacionadas ao consumo, essa oportunidade é uma característica de uma aula baseada nos princípios da reinvenção guiada.

O aluno B diz que “*sempre sobram restinhos na embalagem do detergente pequeno na tampa, se tiver que comprar 10, é preciso ver que então que compensa comprar o grande*”. E em seguida modifica seu modo de pensar, “*quer saber professora, eu não compraria nenhum,*

eu iria lá trocar óleo usado por detergente nos postos de coleta, e assim além de economizar, ajudaria no meio ambiente”. Esse aluno em sua primeira resposta apresenta um julgamento matemático com relação ao desperdício de detergente (10 restinhos de embalagens pequenas em comparação com 1 restinho de uma embalagem grande) e não se preocupa com o preço que sai o mililitro de detergente em cada embalagem. Em seguida, ao modificar sua resposta ele apresenta um julgamento sustentável, esse comentário poderia vir ser utilizado como ponto de partida para uma oficina de como reciclar óleo em sabão em outros encontros, pois para além de ser do conhecimento do aluno, é desejável que o aluno saiba como executar, essa oficina também seria um momento rico para utilizar a matemática em questões da Educação Financeira (elaboração de um produto, custo desse produto, preço de mercado).

A discussão seguia um curso em que questões de sustentabilidade eram levantadas, entretanto, também era propósito que os alunos discutissem qual era o preço do mililitro de detergente em cada embalagem e fazer comparações, para que junto com questões ambientais e de suas necessidades tomassem a melhor decisão segundo suas opiniões. O aluno P trouxe essa oportunidade ao dizer *“É preciso tomar cuidado com as táticas de mercado, geralmente produtos que vem em maior quantidade, são mais baratos, e é preciso analisar, pois as vezes não é, né professora?”*. E a partir disso a professora pode questionar como fazer isso e por fim abordar que não há uma melhor resposta, que ela depende de muitas variáveis e que quem decide precisa relacionar diversos aspectos.

Os trechos analisados indicam que os estudantes interpretam e resolvem as atividades dos problemas propostos pelo viés dos contextos da vida prática, o que vai ao encontro das ideias de Freundethal(1991), no qual o professor guia os estudantes a utilizar a matemática como um meio de organizar uma situação.

6. Considerações Finais

A potencialidade dessas tarefas mostra-se dependente direta da qualidade das intervenções do professor e das interações entre os alunos, uma vez que é por meio delas que o professor guia o aluno em sua aprendizagem. Em uma aula em que aspectos da reinvenção guiada são considerados, os alunos desempenham o papel de protagonista, em um processo baseado nas suas próprias produções. Repensar o processo de ensino e de aprendizagem de qualquer disciplina envolve repensar todo o ambiente pedagógico, é preciso repensar o que se espera com a educação de um modo geral.

As tarefas aqui desenvolvidas exemplificam como assuntos da Educação Financeira são fenômenos ricos a serem matematizados por jovens, permitindo a matemática ser reconhecida como um meio de organizar situações e não um fim. Especificamente, permitiram aos alunos refletir a respeito de uma organização financeira e maneiras de adotar ações que melhorem o seu bem-estar e de suas famílias ao tornarem-se mais conscientes de seus consumos e escolhas. Essa reflexão é um dos caminhos a ser trilhados por cada aluno na direção de tornar-se um sujeito construtivo, interessado e reflexivo, um sujeito matematicamente letrado.

7. Referências

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Estratégia Nacional de Educação Financeira** – Plano Diretor da Enef. 2011. Disponível em: <http://www.vidaedinheiro.gov.br/legislação/Default.aspx>. Acesso em: novembro 2011.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental - Brasília: MEC/SEF, 1998.

DE LANGE, J. Mathematics for Literacy. In: MADISON, B. L.; STEEN, L. A. (eds). **Quantitative Literacy: Why Numeracy Matters for Schools and Colleges**. Princeton, New Jersey: National Council on Education and the Disciplines, 2003, p. 75 – 89.

FREUDENTHAL, H. **Mathematics as an Educational Task**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1973.

FREUDENTHAL, H. Matemática nova ou educação nova? **Perspectivas**, Portugal, v. 9, n.3, p. 317-328, 1979.

FREUDENTHAL, H. **Didactical phenomenology of mathematical structures**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1983.

FREUDENTHAL, H.. **Revisiting Mathematics Education**. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

GRAVEMEIJER, K. How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. **Mathematical Thinking and Learning**, v.1, p.155–177, 1999.

GRAVEMEIJER, K.; DOORMAN, L. M. Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. **Educational Studies in Mathematics**, v. 39, p. 111–129, 1999.

GRAVEMEIJER, K. RME theory and mathematics education. In: TIROSH, D.; WOOD, T. (Eds). **Internacional handbook of mathematics education: Vol.1. Knowledge and beliefs in mathematics teaching and teaching development**. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers, p. 283 – 302, 2008.

HOFMAN, R. M, MORO, M.L.F. **Educação matemática, contexto e educação financeira**. XVIII conferência internacional de educação matemática, Recife, 2011.

MENDES, M. T. **Utilização da Prova em fases como recurso para aprendizagem em aulas de Cálculo**. 2014. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

MENDES, M. T.; TREVISAN, A. L. Competências de conexão e reflexão em aulas de Cálculo. In: XII Encontro Paranaense de Educação Matemática, 2014, Campo Mourão. **Anais XII EPREM: perspectivas e diálogos entre os diferentes níveis de ensino**. Campo Mourão: Universidade Estadual do Paraná, 2014.

PUIG, L. Análisis fenomenológico. In: RICO, L. (org.) **La educación matemática em la enseñanza secundaria**. Barcelona: Horsori/ICE, 1997, p. 61-94.

RASMUSSEN, C.; KING, K. Locating starting points in differential equations: A realistic mathematics education approach. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v.31, n.2, p.161-172.

SANTOS, E. R. dos. **Análise da produção escrita em matemática: de estratégia de avaliação a estratégia de ensino**. 2014. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. **Assessment and Realistic Mathematics Education**. Utrecht: CD-β Press/Freudenthal Institute, Utrecht University. 1996.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. Mathematics education in the Netherlands: a guided tour. **Freudenthal Institute Cd-rom for ICME9**. Utrecht: Utrecht University, 2000.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. A Learning-teaching trajectory as a hold for teaching primary-school mathematics in the Netherlands. In: TZAKAKI, M. **Didactics of Mathematics and Informatics in Education**, 2001, Thessaloniki, Aristotle University of Thessaloniki/University of Macedonia, Thessaloniki, p.21-39.