CARACTERIZAÇÃO E ENCAMINHAMENTO DE TAREFAS MATEMÁTICAS EM AULAS DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

Maycon Odailson dos Santos da Fonseca
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
santos_califa@hotmail.com

André Luis Trevisan
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR
andrelt@utfpr.edu.br

Resumo:

Neste artigo apresentamos uma caracterização de tarefas matemáticas que integrem um ambiente educacional para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) que, ao mesmo tempo, levem em conta aspectos apontados pelas pesquisas, atendam demandas rotineiras da sala de aula e estejam alinhadas com a organização didático-pedagógica proposta pelas instituições escolares. Para tanto, dialogamos com uma literatura que caracteriza tarefas matemáticas sob dois aspectos: os níveis de demanda cognitiva e os tipos de raciocínios requeridos sua resolução. Em seguida, propomos transpor essa caracterização para tarefas de um livro didático e, a partir daí, discutir possibilidades de encaminhamento dessas tarefas (ou adaptações) organizando ambientes de aprendizagem voltados para resolução de problemas.

Palavras-chave: Ensino de Matemática; Ensino de Cálculo Diferencial e Integral; Tarefas Matemáticas.

1. Introdução

Segundo Ponte (2014), as tarefas matemáticas são um elemento central dos processos de ensino e aprendizagem, devendo exigir a formulação e resolução de problemas e o desenvolvimento do raciocínio matemático, representando a Matemática como uma atividade humana em constante desenvolvimento, valorizando o conhecimento, compreensão e experiências dos alunos.

Podemos analisar as tarefas matemáticas sob diferentes perspectivas: sua natureza, suas características, estratégias para sua resolução, sua demanda cognitiva, os tipos de raciocínio requeridos para sua resolução. Neste trabalho, focamos nos últimos dois aspectos: os níveis de demanda cognitiva das tarefas matemáticas (STEIN; SMITH, 1998, 2009) e os tipos de raciocínios subjacentes à sua resolução (LITHNER, 2000, 2003).

Respaldando-se nas ideias de Freudenthal e da RME[1], Palha (2013), ao tratar de níveis de raciocínio empregados na resolução de tarefas de geometria, cita que os padrões de raciocínios encontrados nas salas de aulas são muito diferentes daqueles implicitamente apresentados no ensino convencional dos livros didáticos ou empregados pelos professores. Em geral, envolvem uma tentativa de buscar similares com exemplos apresentados previamente, distanciando daquele desejável para uma compressão "profunda" da Matemática. Para a autora, é como se fossem dois mundos independentes e distintos: a estrutura do processo de aprendizagem dos estudantes é muito diferente da estrutura matemática dedutiva e, em particular, do modo como resoluções das tarefas são apresentadas pelo livro didático.

Como forma de minimizar a lacuna entre esses dois mundos, factível na prática de salas de aula regulares, a autora propõe um "arranjo" de aprendizagem denominado *shift problem lessons* (PALHA, 2013), que consiste em "episódios de resolução de problemas", planejados por meio da elaboração ou adaptação, a partir de livros didáticos, de sequências de tarefas, a serem resolvidas pelos estudantes, em grupos.

Este artigo[2] tem por objetivo apresentar uma caracterização de tarefas matemáticas que integrem um ambiente educacional para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI). Para tanto, dialogamos com uma literatura que caracteriza tarefas matemáticas sob dois aspectos: os níveis de demanda cognitiva e os tipos de raciocínios requeridos para sua resolução. Em seguida, propomos transpor essa caracterização para tarefas de um livro didático e, a partir daí, discutir possibilidades de encaminhamento dessas tarefas (ou adaptações) organizando ambientes de aprendizagem voltados para resolução de problemas.

2. Caracterização de tarefas Matemáticas

Para Watson et al (2013), as tarefas geram atividades que proporcionam aos estudantes oportunidades para elaborar conceitos matemáticos, formular ideias, desenvolver estratégias, desenvolvendo o pensamento matemático e oportunizando a investigação. Nessa mesma direção, Cyrino e Jesus (2014, p. 753) assumem em sua pesquisa "tarefa como uma

[1] Matemático precursor da abordagem conhecida como Educação Matemática Realística (RME), que tem origem na Holanda no final da década de 1960. Opondo-se ao formalismo da Matemática Moderna, Freudenthal entende matemática como uma atividade natural e social cuja evolução acompanha a do indivíduo e a das necessidades de um mundo em expansão, uma atividade de organização (ou matematização).

[2] Recorte de um projeto de pesquisa (Projeto aprovado em edital Universal do CNPq – Processo 457765/2014-3) que procura investigar os processos envolvidos na caracterização, na implementação e na avaliação de um ambiente educacional para a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI) em condições reais de ensino.

proposição feita pelo professor em sala de aula, cujo objetivo é concentrar a atenção dos alunos em uma determinada ideia matemática". Para Stein e Smith (2009, p. 105) "uma tarefa é definida como um segmento da actividade da sala de aula dedicada ao desenvolvimento de uma ideia matemática particular". Inspirados nas ideias desses autores, por tarefa matemática, estamos tomando "o amplo espectro composto por 'coisas a fazer' pelos estudantes em sala de aula, o que inclui desde a execução de exercícios algorítmicos até a realização de investigações ou construção de modelos matemáticos" (TREVISAN; BORSSOI; ELIAS, 2015, p.3).

Gafanhoto e Canavarro (2014) apontam que, na maioria das vezes, a escolha das tarefas a serem propostas aos estudantes é diretamente influenciada pelos manuais escolares, livros didáticos e outros mediadores curriculares acessíveis, em especial na Internet. Lembram, no entanto, que "nem sempre estes recursos se adequam da melhor maneira aos alunos de uma dada turma e ao propósito de ensino dos professores" e reforçam que a "seleção, adaptação ou criação de boas tarefas para a sala de aula constitui um desafio para muitos professores" (GAFANHOTO; CANAVARRO, 2014, p. 115).

Na perspectiva da RME, ao invés de ensinar aos estudantes uma matemática "pronta e acabada", a eles deveria ser dada a oportunidade de desenvolver a matemática (matematizar) por meio de um processo reinvenção guiada, na qual o professor o professor desempenha um forte papel pró-ativo, criando ambientes de aprendizagem estimulantes. As tarefas que integram este ambiente devem possibilitar aos estudantes

> aprender a analisar, organizar e aplicar Matemática de forma flexível em situações que sejam significativas para eles, e os problemas devem ser acessíveis, convidativos, e que "valham a pena" serem resolvidos. Também devem ser desafiadores, deixando claro para os estudantes por que algo está sendo perguntado (TREVISAN; BURIASCO, 2015, p. 177).

Ponte (2014) aponta que, segundo as orientações curriculares atuais para o ensino de Matemática, em nível internacional, espera-se que os estudantes não apenas aprendam conceitos, representações e procedimentos matemáticos, mas (e principalmente, a nosso ver), sejam capazes de utilizá-los para resolver uma grande diversidade de problemas. Nesse sentido, as tarefas propostas pelos estudantes precisam levar a realização de alguma atividade (física ou mentalmente). Segundo ele, uma

> tarefa pode ter ou não potencialidades em termos de conceitos e processos matemáticos que pode ajudar a mobilizar. Pode dar lugar a atividades diversas, conforme o modo como for proposta, a forma de organização do trabalho dos

> alunos, o ambiente de aprendizagem, e a sua própria capacidade e experiência anterior (PONTE, 2014, p. 16).

Destaca também que as tarefas podem desempenhar diferentes papéis nas aulas de Matemática, podendo apoiar a aprendizagem, verificar/avaliar o que o estudante aprendeu, ou ainda compreender, de modo mais detalhado, os processos de pensamento, as capacidades e as dificuldades dos estudantes.

Ao discutir os argumentos que professores utilizam para justificar a escolha e proposição de tarefas em salas de aula, Cyrino e Jesus (2014), fazem algumas ponderações, das quais destacamos: (i) não é suficiente, ao selecionar tarefas, pensar apenas nos conteúdos matemáticos, já que estas determinam seus modos de pensar, de desenvolver, de usar e dar sentido à própria matemática; (ii) não é muito eficiente propor uma tarefa com o objetivo único de "verificar o que foi assimilado", pois pode acarretar em empobrecimento quanto aos tipos de tarefa propostas; (iii) seja prudente e tenha clareza quanto aos objetivos que pretende atingir com a proposição de uma tarefa.

Destacamos também, com base nessas autoras, o papel das tarefas enquanto promotoras de momentos de interação e colaboração entre professor e estudantes, respeitando a produção, valorizando seu processo de resolução e buscando, no encaminhamento da tarefa, promover a aprendizagem e o desenvolvimento do conhecimento matemático.

2.1 Níveis de Demanda Cognitiva das Tarefas

O nível cognitivo, ou demanda cognitiva de uma tarefa matemática, está relacionada com o tipo de raciocínio exigido dos alunos para sua resolução. Assim,

> tarefas que pedem aos alunos a execução de um procedimento memorizado, de maneira rotineira, representam um certo tipo de oportunidade para os alunos pensarem; tarefas que exigem que os alunos pensem conceptualmente e que os estimulem a fazer conexões representam um tipo diferente de oportunidade para os alunos pensarem (STEIN;SMITH, 2009, p. 22).

Em suas pesquisas a respeito de demandas cognitivas, Stein e Smith (1998, 2009) elencaram quatro tipos: *memorização*, *procedimentos sem conexão com significados*, *procedimentos com conexão com significado* e *fazer matemática*. De acordo com as autoras, as duas primeiras demandas cognitivas são consideradas de baixo nível cognitivo, enquanto as outras duas de alto nível cognitivo. O Quadro 1 apresenta características de cada um dos

ISSN 2178-034X

níveis de demanda cognitiva apontadas por Stein e Smith, adaptadas por Cyrino e Jesus (2014).

Quadro 1 – Demanda cognitiva de tarefas matemáticas.

Memorização	**Procedimento sem conexão com significados**
- envolvem ou a reprodução dos fatos aprendidos previamente, regras, fórmulas, ou a memorização de fatos, regras, fórmulas ou definições; - não podem ser resolvidas usando procedimentos porque estes não são exigidos ou porque o tempo no qual a tarefa será completada é curto para utilização de um procedimento; - não são ambíguas: tanto a questão que envolve uma reprodução exata do material visto previamente quanto o que é para ser reproduzido está claro e diretamente apresentado; - não têm conexão alguma com os conceitos ou significados que embasam os fatos, regras, fórmulas ou definições que estão sendo aprendidos ou reproduzidos.	- são algorítmicas, de modo que o uso do procedimento ou é especificamente pedido ou está evidente a partir de uma instrução prévia, experiência, ou localização da questão; - requerem uma demanda cognitiva limitada para uma conclusão bem-sucedida, e existe pequena ambiguidade sobre o que necessita ser feito e como fazê-lo; - não têm conexão com conceitos ou significados que estão por trás dos procedimentos usados inicialmente; - estão focadas na produção de respostas corretas ao invés do desenvolvimento da compreensão matemática; - não exigem explicação, ou, quando exigem, são explicações que focam, unicamente, a descrição do procedimento que foi usado.
Procedimentos com conexão com significados	**Fazer Matemática**
- focam a atenção dos alunos sobre o uso de procedimentos, a fim de desenvolver, mais profundamente, os níveis de entendimento dos conceitos e ideias matemáticas; - sugerem explícita ou implicitamente caminhos a serem seguidos, que são procedimentos amplos e gerais que têm íntima conexão com as ideias conceituais; - usualmente, permitem representação em múltiplos caminhos, com diagramas visuais, manipuladores, símbolos, e situações problemas, fazendo conexões entre múltiplas representações que ajudam a desenvolver os significados; - exigem esforço cognitivo. Apesar de procedimentos gerais poderem ser seguidos, eles não podem ser seguidos sem compreensão. Os alunos precisam envolver-se com ideias conceituais que estão por trás dos procedimentos a serem seguidos para completarem a tarefa com sucesso e desenvolvendo a compreensão.	- exigem um pensamento complexo e não algorítmico, e não é sugerido explicitamente, pela tarefa, um caminho previsível, instruções para sua execução, ou um exemplo a ser seguido, que bem treinado leva à resolução da mesma; - exigem que os alunos explorem e compreendam a natureza dos conceitos matemáticos, procedimentos, ou relações; - exigem alta monitoração ou alta regulamentação de seu próprio processo cognitivo; - exigem que os alunos mobilizem conhecimentos relevantes e experiências, e façam uso apropriado destes no trabalho durante a resolução da tarefa; - exigem que os estudantes analisem a tarefa e examinem ativamente se ela pode ter possibilidades limitadas de estratégias de resoluções e soluções; - exigem um considerável esforço cognitivo e podem envolver alguns níveis de ansiedade para o aluno por não ter uma lista antecipada de processos exigidos para a solução.

Fonte: Cyrino e Jesus (2014), adaptado de Stein e Smith (1998).

2.2 Tipos de raciocínios subjacentes à resolução de tarefas matemáticas

A elaboração do raciocínio é uma componente fundamental do processo de aprendizagem da Matemática. Lithner (2000) evidencia que a resolução de uma tarefa pode ser vista como um conjunto de subtarefas com características distintas. Em se tratando de uma tarefa não rotineira, um caminho para descrever o raciocínio subjacente à sua resolução envolve as seguintes etapas: (i) identificação da situação problemática; (ii) escolha da estratégia para resolvê-la; (iii) implementação da estratégia; (iv) obtenção de um resultado.

Segundo Lithner (2003, p. 32, tradução nossa), dicionários frequentemente definem *raciocínio matemático* como "o processo de pensar sobre as coisas de uma maneira lógica; opiniões e ideias que são baseadas em raciocínio lógico". Para o autor, no entanto, estudantes, mesmo no Ensino Superior, não se utilizam produzem conclusões baseadas em uma estrutura lógico-dedutiva-formal. Ao contrário, produzem argumentações (substanciação que visa convencer a si mesmo, ou outra pessoa, que o raciocínio é apropriado) baseadas em argumentos "sensatos", plausíveis. Em geral, na resolução da maioria das tarefas propostas em livros didáticos, os estudantes podem "palpitar" sem necessariamente estarem fundamentados matematicamente, usar argumentos baseados em sua percepção e experiência.

O autor aponta que o raciocínio "é acessível como um conjunto de dados empíricos que pode ser representado em uma forma documental (texto, símbolos, figuras, imagens, gravações de vídeo, etc.), e não o raciocínio real que ocorreu no mente da pessoa" (LITHNER, 2003, p. 32, tradução nossa). Apresenta uma categorização quanto ao raciocínio requerido na resolução de tarefas matemáticas: raciocínio imitativo ou baseado na *identificação de similaridades* (IS), o *raciocínio baseado em experiências estabelecidas* (EE) e o *raciocínio plausível* (PR). O primeiro utiliza-se da "decoreba" (raciocínio memorizado) ou se apoiar no uso de alguma palavra-chave ou busca de similaridades com exemplos apresentados previamente; (iii) o segundo é definido como aquele estabelecido a partir de experiências provenientes do ambiente de ensino, na busca de similaridades com situações familiares; o terceiro como um raciocínio baseado em palpites, porém com base em algumas propriedades matemáticas;

Em um EE, o aluno busca alguma similaridade com tarefas anteriores feitas em sala de aula, sendo a escolha da estratégia baseada num contexto familiar. Essa sequência de raciocínio, segundo Lithner (2003, p. 34, tradução nossa) é baseada nas seguintes argumentações:

> I. Fundamentada sobre noções e procedimentos estabelecidos com base em experiências anteriores do indivíduo do ambiente de aprendizagem.
> II. Destinado a orientar no sentido que, provavelmente, é a verdade, sem necessariamente ter que ser completa ou correta.

Em outras palavras, consiste na transferência de propriedades de uma situação (uma tarefa, um exemplo, uma explicação) anterior para a tarefa corrente. Lithner (2000) salienta que EE não é empregado em situações que exigem meramente a repetição de procedimentos ou memorização de exemplos apresentados previamente, mas em tarefas que envolvem situações problemáticas, e que permitem a transposição de algo que é “familiar” ao estudante.

Em uma tarefa de matemática PR é adotado como uma distinção de um palpite razoável de um palpite menos elaborado, tal tipo de raciocínio permite progredir na resolução de uma tarefa, sem necessariamente levar à elaboração de uma prova formal. No PR o principal papel do aluno é distinguir um palpite de outro palpite, criando um ambiente de estruturação de um raciocínio a ser formado. Lithner (2003, p. 33, tradução nossa) cita algumas características para identificar um raciocínio plausível:

> I. fundamentado em propriedades matemáticas intrínsecas dos componentes envolvidos no raciocínio;
> II. destinado a orientar no sentido de que, provavelmente, esteja certo, sem necessariamente ter que ser completo ou correto.

Em sua pesquisa a respeito do tipo de raciocínio empregado por estudantes na resolução de tarefas de um exame, constatou que, uma das principais causas das dificuldades por eles apresentadas era o predomínio do EE, enquanto a presença de PR era rara e limitada (LITHNER, 2000). Como hipótese para esse fato, aponta o fato do “comportamento matemática” do estudante em grande parte influenciado pela parte do ambiente de aprendizagem na qual está inserido (o tipo de aula da qual participa, o encaminhamento dado por seus professores, os livros didáticos, os exames ao qual é submetido), e aponta que a influência desses sobre o desenvolvimento de esquemas de raciocínios superficiais desenvolvidos, como IS e EE.

Ao investigar o modo como os estudantes resolvem tarefas propostas no livro didático, observou que a maioria das escolhas de estratégias e procedimentos era realizada de forma superficial, sem considerar propriedades intrínsecas aos objetos matemáticos subjacentes (LITHNER, 2003). Segundo ele, “os dados sugerem que muitos dos comportamentos contraproducentes que vemos em estudantes são aprendidas como subprodutos não intencionais de sua instrução matemática” (LITHNER, 2003, p.54, tradução nossa), de modo que a ênfase, em sala de aula, sobre o resultado (ao invés do processo), acaba por levar os estudantes apenas a "praticar" procedimentos até memorizá-los.

3. Ambientes de aprendizagem orientados para a Resolução de Problemas

Palha (2013) define *shift problem lessons* como um dispositivo de aprendizagem que objetiva promover uma compreensão "profunda" da Matemática por meio de episódios de resolução de problemas factíveis em sala de aula regular. O modelo de ensino subjacente a esses *ambientes de aprendizagem orientados para a resolução de problemas* (tradução que estamos adotando para *shift problem lessons*) consiste em sequências de tarefas matemáticas, adaptadas de livros didáticos, a serem resolvidas por estudantes em grupos heterogêneos, de forma colaborativa. Tais episódios não substituem outros presentes no contexto de uma sala de aula regular, como aqueles envolvendo a exposição de conceitos pelo professor ou o trabalho com resolução de tarefas rotineiras.

Segundo a mesma autora, o primeiro pressuposto para essa abordagem é o fato de que um novo conteúdo nem sempre precisa ser apresentado aos estudantes previamente. Ao invés disso, são propostas aos estudantes sequências de tarefas com elementos que estimulem sua reflexão e a elaboração de um raciocínio conceitual (no sentido de ser mais "robusto" que IS, EE e PR). Um segundo pressuposto envolve o papel ativo do aluno, a partir da resolução da tarefa em pequenos grupos de forma colaborativa. Um último pressuposto envolve o papel docente que, ao invés de fornecer explicações, torna-se um mediador das apresentações e explicações dos alunos na resolução.

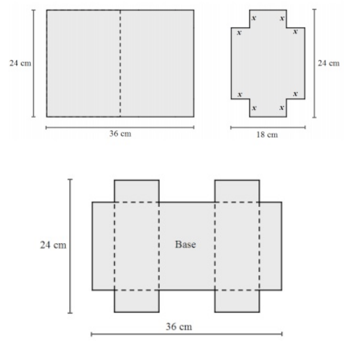
4. Caracterização de tarefas de um livro didático de CDI

O livro escolhido para a análise das tarefas se trata do Cálculo de George B. Thomas do ano de 2002 (FINNEY; WEIR; GIORDANO, 2002), volume 1, décima edição. Tal livro didático foi escolhido por estar presente nas ementas das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral I da instituição a qual os autores são vinculados, por se tratar de um livro atual e apresentar situações contextualizadas de ensino. O material é dividido em sete capítulos, incluindo também uma seção preliminar (estudo de funções) e apêndices. Suas subdivisões envolvem conteúdos específicos em cada unidade, compreendendo os temas de Limites, Derivadas, Aplicações das Derivadas, Integração, Aplicações de Integrais, Funções Transcendentes e Equações Diferenciais, Técnicas de Integração, Regra de L'Hôpital e

Integrais Impróprias. Quanto às tarefas propostas, o autor separa-as em "exercícios" de aplicações do tema, além de "exercícios" de revisão e fixação em cada final de unidade.

Para análise dos exercícios (que chamaremos de tarefas) foi selecionado o capítulo de Derivadas e Aplicações de Derivadas do referido livro, por se tratar da pesquisa em andamento de mestrado do autor primeiro autor. Baseados nas ideias de Stein e Smith (1998, 2009) acerca da demanda cognitiva das tarefas matemáticas (Quadro1) buscamos identificar algum exemplo de tarefa para cada um dos níveis. Não foram analisados todas as tarefas dos capítulos, pois a intenção não era de quantificar, e sim de tentar encontrar ao menos uma representante de cada nível. Esse resultado é mostrado no Quadro 2.

Quadro 2 – Exemplos de tarefas de CDI para cada nível de demanda cognitiva.

(A) Memorização (p. 221)	**(B) Procedimento sem conexão com significados (p. 219)**
a) O fato de uma função ser derivável em um ponto está relacionado com a continuidade da função nesse ponto? Como? b) Como as derivadas estão relacionadas com as derivadas laterais?	Determine $\frac{dy}{dx}$. a) $y = e^{\frac{2x}{3}}$ b) $y = x^2e^x \quad xe^x$
(C) Procedimento com conexão com significados (p. 282)	**(D) Fazer Matemática (p. 229)**
Uma folha de papelão medindo 24x36 pol é dobrada ao meio para formar um retângulo de 24x18 pol, como se vê na figura a seguir: Depois, de quatro quadrados congruentes com lados medindo x são recortados dos vértices do retângulo dobrado. A folha é desdobrada e seis abas são dobradas para cima, formando uma caixa com laterais e uma tampa.  a) Escreva uma fórmula V(x) para o volume da caixa. b) Determine o domínio de V para esse problema e trace o gráfico de V nesse domínio. c) Use um método gráfico para determinar o volume máximo e respectivo valor de x que o fornece. d) Confirme analiticamente seu resultado do item (c). e) Determine o valor de x que fornece um volume de 1.120 pol^3.	Uma perfuração a 12 mi da costa será conectada a uma refinaria costeira, 20 mi abaixo da linha da perfuração. Os dutos subaquáticos custam \$ 50.000 por milha e os terrestres, \$ 30.000 por milha. Qual é a combinação dos dois tipos de dutos que vai fornecer a conexão menos dispendiosa?

Fonte: Finney, Weir e Giordano, 2002.

A resolução de (A), caracterizada como *memorização*, envolve basicamente a reprodução de um fato apresentado anteriormente na parte teórica da sessão. Já (2) foi classificada como *procedimento sem conexão com significados*, pois é explicitamente algorítmica, com comando evidente no enunciado ("derive"), não tem conexão com o conceito de derivada (basta reconhecer qual algoritmo aplicar), não exige explicação e está focada na produção de respostas corretas. Em ambas, é requerido o emprego um raciocínio baseado em similaridades (IS).

Já (C), é classificada com base no emprego de *procedimento com conexão com significado*, uma vez que, por sua apresentação na forma de itens, sugere explicitamente um "caminho" a ser seguido durante a resolução. Apesar disso, é necessário, durante a resolução, o envolvimento do estudante com ideias conceituais que estão por trás dos procedimentos, possibilitando níveis de compreensão mais profundos de conceitos matemáticos (como o emprego do conceito de derivada para resolver o item (D)). Entretanto, sua resolução é passível mediante o emprego de EE, raciocínio baseado em experiências oriundos do ambiente de aprendizagem (algo do tipo "problemas de maximização são resolvidos encontrando onde a derivada anula-se; então, basta derivar e igualar a zero"), sem que necessariamente haja o emprego de propriedades matemáticas do objeto derivada.

Por fim, (D) pode classificada no nível de demanda cognitiva associado a *fazer matemática*, uma vez que não um procedimento explícito, exige a mobilização de diferentes conceitos matemáticos, apresenta possibilidades diversificadas de resolução (emprego de tabelas, análise gráfica, construção de protótipo "manipulável", obtenção de expressão analítica da função e posterior derivação, etc). Tomamos como hipótese que a não existência, no livro em tela, de exemplo similar anterior à tarefa proposta, o que possibilita, para sua resolução, o emprego de PR, uma vez envolve o reconhecimento e utilização de propriedades intrínsecas aos objetos matemáticos envolvidos.

Em nosso entendimento, tarefas como (C) e (D) podem ser utilizadas para organização de ambientes de aprendizagem voltados para resolução de problemas, segundo proposta de Palha (2013). Tomamos como pressuposto que tarefas como essa possam ser propostas já nas primeiras aulas de um curso de CDI, e explorados no sentido de se tornarem desencadeadores de discussões que levem a uma primeira formulação, ainda em caráter intuitivo do conceito de derivada. No caso de (C) uma proposta é exploração a confecção de protótipos da caixa e, posteriormente, com auxílio do Geogebra, investigar (com uso do recurso “planilha” do software) como se comportam os valores numéricos do volume da caixa para arbitrários de x. Num segundo momento, os estudantes podem ser instigados a construir um controle deslizante que represente esses valores, e por meio da obtenção de uma expressão algébrica, investigar a diferença dos valores do volume para dois valores consecutivos (observando, por exemplo, que ao se aproximar o valor de x que torna máximo esse volume, a diferença torna-se cada vez mais próxima de zero). O problema é passível de ser “revisitado” em diferentes momentos do curso, à medida que outros conceitos matemáticos sejam explorados.

5. Considerações finais

Neste artigo, dialogamos com alguma literatura que define “tarefas matemáticas” e as caracteriza sob dois aspectos: os níveis de demanda cognitiva e os tipos de raciocínios requeridos em sua resolução. Como intenção subjacente, pretendemos fundamentar o trabalho de mestrado do primeiro autor, sob a orientação do segundo, no sentido de elaborar sequências de tarefas de CDI, para o tema derivadas de funções de uma variável real, que possam ser empregadas em ambientes de aprendizagem orientados para a resolução de problemas (*shift lessons problems* – PALHA, 2013).

Tal abordagem toma como pressuposto o planejamento de episódios de “resoluções de problemas”, organizados a partir da adaptação de tarefas propostas em livros didáticos, que contribuam para a elaboração de um raciocínio “robusto” (para além de IS, EE e PR), segundo caracterização apontada por Lithner (2003). Entendemos tratar-se de uma proposta factível para salas de aulas regulares de CDI, que, ao mesmo tempo, leva em conta aspectos apontados pelas pesquisas (portanto, sejam referenciadas teoricamente), agreguem o uso de recursos tecnológicos (como planilhas de Cálculo e softwares de representação gráfica – Geogebra, por exemplo), difiram significativamente de aulas centradas no livro didático, atendam demandas rotineiras da sala de aula de CDI (salas de aulas com cerca de 50 estudantes, muitos deles apresentando deficiências em relação à Matemática da Educação Básica) e estejam alinhadas com a organização didático-pedagógica proposta pela instituição (estejam comprometidas com um currículo obrigatório, com o projeto político-pedagógico do curso, com a atribuição de uma nota ao fim de um período).

6. Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq, processo 457765/2014-3.

7. Referências

CYRINO, M.C.C.T.; JESUS, C.C. Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 20, n. 3, p. 751-764, 2014.

FINNEY, R.L.; WEIR, M. D.; GIORDANO, F. R. **Cálculo** – George B. Thomas. São Paulo: Addison Wesley, 2002.

LITHNER. J. Students' Mathematical Reasoning in University Textbook Exercises. **Educational Studies in Mathematics**, v. 52, p. 29-55, 2003

LITHNER. J. Mathematical Reasoning in Task Solving. **Educational Studies in Mathematics**, v. 41, p. 165-190, 2000**.**

PALHA, S. A. G. Shift-Problem Lessons: Fostering Mathematical Reasoning in Regular Classrooms. **Research Institute of Child Development and Education**, University of Amsterdam, The Netherlands, v. 32, p. 142 – 159, 2013.

PONTE, J. P. da. Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática. PONTE, J. P. da (Org.). **Práticas Profissionais dos Professores de Matemática**. Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, 2014. p.13 – 27.

STEIN, M.H.; SMITH, M.S. Selecting and Creating Matemathical Tasks: From Research to Practice. **Mathematics Teaching in the Middle School**, vol 3, n.05, 1998, p. 344 - 350.

STEIN, M.H.; SMITH, M.S. Tarefas matemáticas como quadro para reflexão. **Educação e Matemática**, n.105, 2009, p. 22 - 28.

TREVISAN, A. L.; BORSSOI, A.H.; ELIAS, H. R. Delineamento de uma Sequência de Tarefas para um Ambiente Educacional de Cálculo. VI Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Pirinópolis/GO, 2015. **Anais...** Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 6, Brasília: SBEM, 2015. v. único. p. 1-12.

TREVISAN, A. L. BURIASCO, R. L. C. Educação Matemática Realística: uma abordagem para o ensino e a avaliação em Matemática. **Revemat**: Revista Eletrônica de Educação Matemática. , v. 10, n. 2, p. 167-184, 2015.

WATSON, A.et al. Task Design in Mathematics Education. MARGOLINAS, C et al. (Eds.). **Proceedings of the ICMI Study 22**, Oxford, UK, Oxford: ICMI, 2013, p. 9 – 16.