

## “SE ESPELHAR O ESPELHADO, DÁ!” – COMPOSIÇÃO DE TRANSFORMAÇÕES ISOMÉTRICAS POTENCIALIZADA POR TOQUES EM TELAS

Alexandre Rodrigues de Assis<sup>1</sup>  
PPGEduc -UFRRJ  
profalexandreassis@hotmail.com

### Resumo:

Com a imersão dos indivíduos em meios repletos de novos atrativos tecnológicos, a utilização de dispositivos móveis no contexto educacional carece de uma reflexão de como essas tecnologias podem ser apropriadas na configuração de um ambiente que fomente novas descobertas e aprendizagem. A utilização de *software* de geometria dinâmica em *tablet* pode auxiliar na construção de conceitos geométricos mediante toques em telas. As manipulações *touchscreen* possibilitam ações que vão além de procedimentos pontuais realizadas com outros dispositivos (como por exemplo, *mouse* e teclado). Elas são realizadas na superfície do dispositivo e nos remetem a movimentos de caráter mais contínuo, propiciando formas diferentes de transformar construções e de criar composições entre transformações isométricas (translação-rotação-reflexão). Neste artigo ilustramos resultados de uma pesquisa de mestrado cujo objetivo foi investigar como são as performances de *touchscreen* na resolução das tarefas propostas? e como os discentes manipulam fazendo rotações no GeoGebra *touch* e no Construtor Geométrico? A implementação foi realizada com alunos do Ensino Médio em uma escola estadual no Rio de Janeiro. Os dados foram coletados mediante gravação em vídeo, *print* das telas do *tablets*, folha de ícones e folha de atividade. Um dos resultados que será discutidos no XII ENEM diz respeito da elaboração de estratégias a partir de anotações realizadas na folha de ícones e composições de transformações possibilitadas pelas manipulações *touchscreen*.

**Palavras-chave:** Manipulações *touchscreen*. Geometria Dinâmica. Rotações.

### 1. Tela inicial do dispositivo

O presente artigo é um recorte de uma pesquisa realizada a partir de ações do Observatório da Educação (OBEDUC), no qual passamos a desenvolver pesquisas sobre o uso de dispositivos *touchscreen* em processos de ensino e de aprendizagem, nesse caso, com alunos de Ensino Médio, além de participarmos da elaboração de Materiais Curriculares

<sup>1</sup> Doutorando em Educação – PPGEduc/ URFFJ.

Educativos Online (MCEO) para a Matemática na Educação Básica<sup>2</sup>, inspirado pelos trabalhos realizados por Bairral e Arzarello (2012).

A utilização de dispositivos *touchscreen* não nos remete à concepção de fetiche tecnológico para digitalização e execução de ações convencionais. Tampouco, os percebemos como a panaceia e solucionadora dos problemas de ensino e aprendizagem matemática dos estudantes (ASSIS, 2015). Com as implementações de atividades elaboradas abordando conteúdos pouco explorados nas aulas ou nos livros didáticos como, por exemplo, as isometrias (VELOSO, 2012), mediadas pelo *tablet*, é possível arquitetar um ambiente que forneça condições para que o aprendiz seja autor no processo de construção de conhecimento, elaborar conjecturas e, ao refutar, buscar diferentes argumentos para suas afirmações e capacidade de procurar alternativas para solucionar problemas matemáticos de diferentes modos (BAIRRAL, 2013).

De acordo com Scheffer (2002), no aprendizado matemático faz-se necessária à implementação de propostas educacionais que considerem a interação corpo-mídias-matemática, em uma dinâmica de relações que envolva professor, estudante e o próprio ambiente escolar. A utilização de *tablets* como mediador no processo de aprendizagem e na construção de conhecimento promovendo possíveis interações entre os envolvidos no processo pode contribuir para reflexões a respeito de intervenções que valorizem a criação, as diferentes formas de se apresentar uma solução, a compreensão do que está sendo proposto e possíveis interlocuções.

Nesse sentido, em um ambiente formativo que propicia interações podem ser vivenciadas situações nas quais o processo comunicacional pode ser enriquecido com gestos e manipulações na tela, objetivando a criação de significados. Essa nova forma de manipular pode estabelecer relações e estratégias para o aprendizado de conceitos geométricos (ARZARELLO et al., 2014).

## 2. Um *layout* teórico

Entendemos que o desenvolvimento não trata de uma aglutinação de modificações de maneira linear, mas de um processo dialético, com transformações qualitativas, estabelecendo

---

<sup>2</sup> Observatório da Educação – Edital 49/2012, Programa 11134 – Materiais Curriculares Educativos Online para a Matemática na Educação Básica.

relações com fatores internos e externos em processos adaptativos. Dessa maneira, mediação assume um papel importante na aprendizagem do sujeito e pode propiciar a construção de significado, considerando o indivíduo que se desenvolve no interior de um meio cultural, intercedido por instrumentos e signos (VIGOTSKI, 2003).

Segundo Arzarello (2006), o processo de elaboração de signos e possíveis associações, assim como sua ressignificação, fruto da adaptação ao meio, configuram-se como representações semióticas na medida em que eles carregam um caráter intencional. O caráter intencional não é inerente ao signo, mas concernente às pessoas envolvidas na negociação semiótica (ARZARELLO, 2006). O pesquisador destaca que, dentre os recursos semióticos utilizados por professores e alunos, estão incluídos gestos, olhares e desenhos.

A abordagem de Pirce, segundo Arzarello (2006), em relação aos signos, destaca a criação (ícones/símbolos relacionado com o objeto), a manipulação (experiências realizadas mentalmente observando possíveis efeitos) e a elaboração de regras e estratégias de manipulações (domínio de criações de relações descobertas anteriores). A mediação realizada por signos, com distintas formas de semiotização, de acordo com Oliveira (2008), propicia e fomenta a relação social, pois o envolvimento no processo de (re)significação que permite a comunicação entre os indivíduos e cria condições para a construção de um caminho, em duplo sentido, que vai da totalidade ao individual.

Exposto isso, nesse cenário multimodal (ARZARELLO, 2006), a tipologia de gestos apresentada nas pesquisas de McNeill (1992) pode ser um contributo, pois detém o gesto e o discurso como eixo, no qual os gestos e a fala são ações interligadas por meio do significado (McNEILL, 1992), da maneira como o outro vê. Dessa forma, a aglutinação forma um único sistema representando a mesma ideia, porém de modos distintos (McNEILL, 1992). O estudioso ressalta que a indissociabilidade entre gestos e fala pode contribuir para a elaboração do pensamento e ativação de representações mentais no instante da fala.

De acordo com Arzarello et al. (2014), manipular na superfície sensível ao toque é diferente de manipular a entrada de dados via *mouse* ou teclado. Bairral (2013) aponta modos de manipulações e promove reflexões sobre novos movimentos no aprendizado e no pensar matematicamente. Nesse sentido, destacamos pesquisas realizadas com *tabletop*<sup>3</sup> (KRUGGER

<sup>3</sup> O *tabletop* também pode ser um aplicativo (*app*) que funciona como um estúdio de música eletrônica, um sistema de áudio modular, disponível para *iPad*. Há o *tabletop simulator* que trata-se de uma aplicação

et al., 2005) que, apesar de não se tratar de um *tablet*, apresenta interação em superfícies sensíveis ao toque como um fator marcante. Os pesquisadores apontam que dispositivos com essa tecnologia podem oferecer uma maior liberdade de movimento e destacam que a possibilidade de realização de movimentos é superior aos possibilitados em dispositivos com outras formas de entrada (teclado/mouse). Krugger e colaboradores (2005) sinalizam que a elaboração de tarefas que promovam gestos pode instigar o outro sujeito à colaboração, promovendo discursos e gestos que podem ser importantes para comunicação e manipulações na superfície da mesa para realizar giros/rotações de objetos.

Em relação à utilização dos dedos para a realização de movimentos, Bairral (2013), inspirado na classificação de Yook (2009), observou em sua análise com o *Geometric Constructor* que o modo de rotacionar foi executado de três maneiras distintas por estudantes secundaristas: rotação usando apenas um dedo; usando dois dedos, com a fixação de um; e com dois dedos em movimento. Em termos de pensamento geométrico, a análise realizada possibilitou avançar na categorização de Yook (2009) desdobrando o modo de toque livre, propondo a manipulação de aproximar e três possibilidades de uso dos dedos para girar uma figura (ou partes dela), conforme esquematizado a seguir (Figura 01):

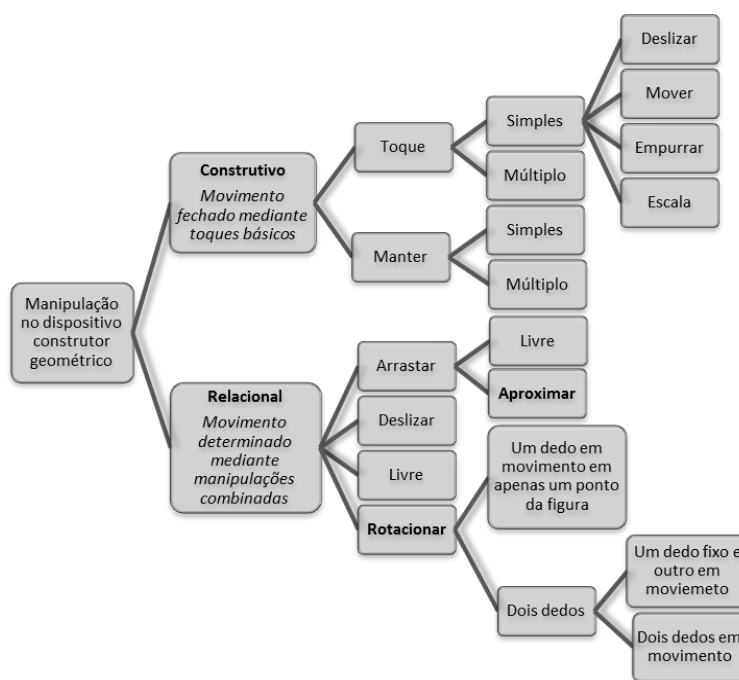


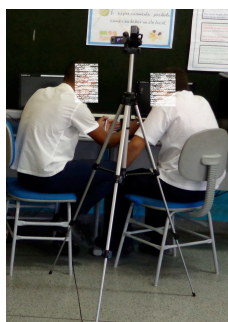
Figura 01 – Tipologia de manipulação no dispositivo *Geometric Constructor*  
Fonte: Bairral et al. (2015, p. 104)

para *Windows* e *Mac*, que possibilita o compartilhamento de jogos de tabuleiros, nos quais vários usuários disponibilizam suas criações e jogam *on-line*. No mercado brasileiro, já conta com a *PalyTable*, mesa digital com foco na aprendizagem e formação inicial de crianças pequenas, baseada em princípios da ludopedagogia.

### 3. Configuração dos procedimentos metodológicos

As implementações foram realizadas com alunos turmas do 1º Ano do Ensino Médio do Curso Normal – com idades entre 15 e 17 anos – do Instituto de Educação Rangel Pestana, escola da rede estadual de ensino, parceira do Projeto OBEDUC, entre o segundo semestre de 2014 e o primeiro semestre de 2015.

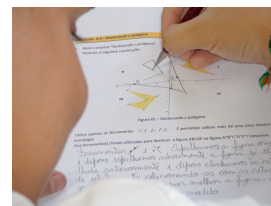
Para coleta de dados foram utilizados como instrumentos os registros do pesquisador (diário de campo), as folhas de atividades com os apontamentos dos alunos, “folha de ícones” (Figura 2b), *screenshot* (*print*<sup>4</sup> das telas dos *tablets*), além de gravações em áudio e vídeo. Para a captura de ações dos alunos foi montado um tripé com uma filmadora focalizando a área de atuação das mãos na superfície do *tablet*. Para as gravações em áudio, utilizamos um gravador semi-profissional e o aplicativo “Gravação de voz” disponibilizado no *smartphone*.



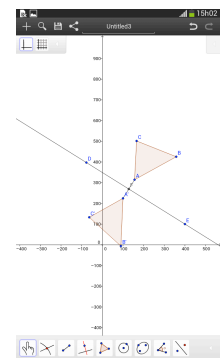
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 02 – (a) Disposição da filmadora, (b) Fragmento da Folha de ícones, (c) Registro do aluno e (d) *Screenshot*

Fonte: Material dos pesquisadores

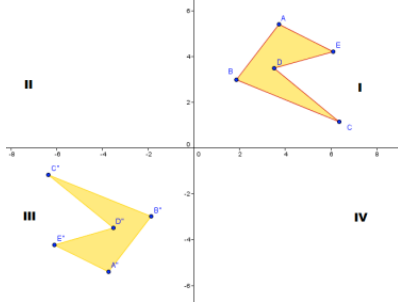

A implementação da atividade analisada ocorreu no quinto encontro (segundo semestre de 2014). Em cada encontro os alunos receberam uma pasta com a folha de atividade e a folha de ícones. A tarefa trabalhada foi a “Deslocando o Polígono”, que a quarta tarefa que compõe um conjunto de tarefas resultante de um replanejamento, pois inicialmente foram elaboradas cinco tarefas, mas no decorrer das implementações<sup>5</sup> – mais precisamente, no terceiro encontro – houve a necessidade de uma intervenção para reelaborar algumas tarefas e criar outras. As três tarefas que antecedem a tarefa “Deslocando o Polígono”, resultante do primeiro processo de *redesign* das atividades, com características de cunho mais exploratório,

<sup>4</sup> Usaremos o termo *print* como um recurso no qual reproduzimos uma tela na sua íntegra, uma cópia.

<sup>5</sup> Usamos as palavras “encontro” e “implementação” como sinônimos.

cada uma abordando uma ferramenta (reflexão, translação e rotação), nas quais os alunos realizariam uma construção para cada atividade e analisariam a especificidade de cada ferramenta. A quarta tarefa (Quadro 1) foi elaborada objetivando que o aprendiz construísse alguma estratégia utilizando as ferramentas reflexão, rotação e/ou translação, de modo que realizasse o deslocamento do polígono côncavo ABCDE situado no 1º quadrante para o 3º quadrante, na posição considerada, sem deformação<sup>6</sup>.

Quadro 1 – Atividade deslocando o polígono

Número	Atividade
4.4	<ul style="list-style-type: none"> <li>Abra o arquivo “Deslocando o polígono”.</li> <li>Teremos a seguinte construção:</li> </ul>  <p>Figura 01 – Deslocando o polígono</p> <p>Utilize apenas as ferramentas . É permitido utilizar mais de uma estratégia.</p> <p>Que ferramenta(s) foram utilizadas para movimentar a figura ABCDE na figura A'B'C'D'E'? Descreva.</p>

Fonte: Folha de atividade elaborada para implementação

A partir dos *softwares* elencados em Assis (2015) – GeoGebra *touch*, *Geometric Constructor* (Construtor Geométrico) e *Skethometry* – essa tarefa foi elaborada considerando as especificidades do do programa utilizando (GeoGebra *touch*, versão 4.3) , por ser o único que funcionava e salvava construções *off-line*.

#### 4. Análise do episódio “Se espelhar o espelhado, dá!”

<sup>6</sup> Neste trabalho adotamos a ideia de deformação como uma ação na qual a manipulação de uma determinada construção resulte na modificação de suas propriedades euclidianas.

No (re)pensar situações que promovam momentos de interações (aluno-aluno, aluno-professor, aluno-tablet) e propiciem aprendizagem devem ser considerados os artefatos mediadores (COLE, 2003) e as possíveis ferramentas que podem emergir durante o processo e a arquitetura do contexto formativo pode fomentar a construção de significados (ASSIS, 2015).

Para análise da atividade 4.4, optamos pelas ações realizadas pelo aluno Adriano, que chamaram a atenção ao nomear a ferramenta “reta” de "reta de espelhamento", pois ao construir a reta e selecionar a ferramenta “reflexão”, percebe que a figura gerada se assemelha com o que acontece com a imagem gerada no espelho (justificativa do aluno). Passa, então, a usar a ferramenta “reta” como “reta de espelhamento” e a ferramenta “reflexão” como “espelho”.

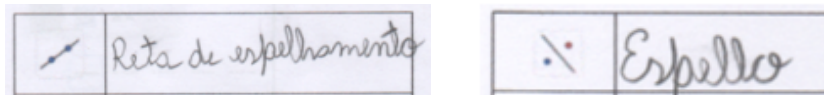


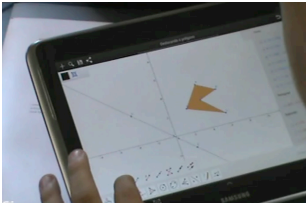
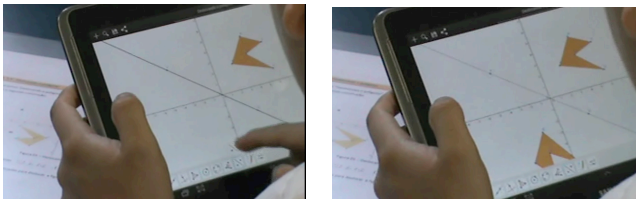
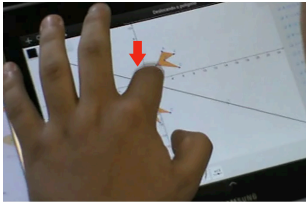

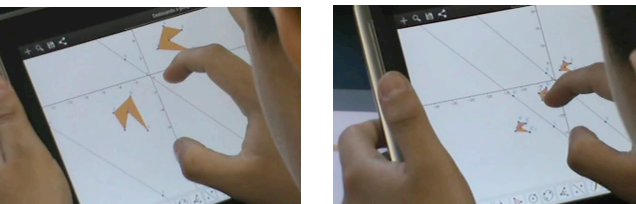
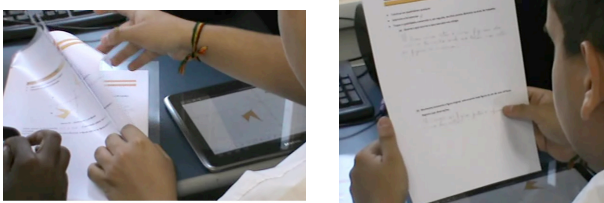
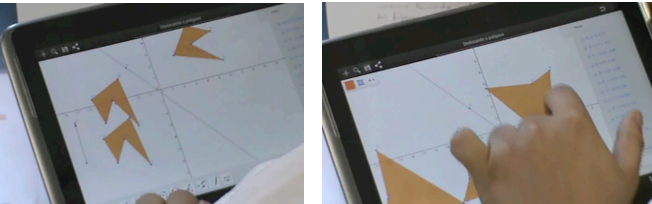
Figura 3 – Registro realizado pelo Adriano na folha de ícones  
Fonte: Fragmento do material coletado para pesquisa.

Uma estratégia interessante elaborada por Adriano foi a construção da reta FG que corta os quadrantes I, II e IV. Em relação à reta FG – a primeira “reta de espelhamento” – espelha a figura ABCDE utilizando a “ferramenta espelho” (a ferramenta – reflexão – foi trabalhada na atividade 4.1), criando o polígono A'B'C'D'E'. Na sequência, construiu a reta HI – a segunda “reta de espelhamento” – e “espelha” em relação à HI a figura A'B'C'D'E', dando origem a figura A''B''C''D''E'' e a denomina de “espelhamento da figura espelhada”.

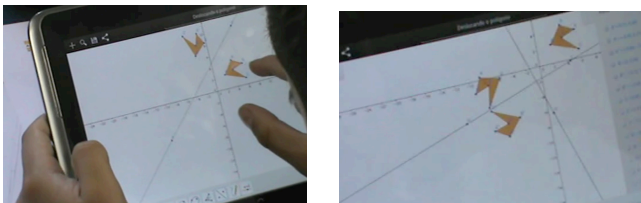


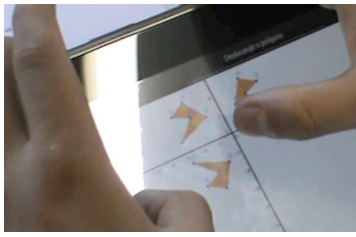
Durante a manipulação, Adriano não se libertou da pergunta: “Tá certo professor?”. O professor retornou e perguntou se a construção estava de acordo com a figura apresentada na folha de atividade. O aluno afirmou que já havia deslocado do I quadrante para o III quadrante. Nesse instante, o professor o provocou, com a folha de atividade, e questionou se as distâncias dos pontos C e C'' em relação ao eixo x eram iguais na construção realizada por ele. O Quadro 2 ilustra situações da atividade.

Quadro 2 – Momentos de “espelhamento” e ajustes

Situação	Descrição
----------	-----------

	<p>Criou a primeira “reta de espelhamento” (FG)</p>
	<p>Selecionou a ferramenta “reflexão”, e na sequência, seleciona a reta construída e a figura ABCD. A maior parte processo de construção é acompanhada da fala, indicando o procedimento realizado.</p>
	<p>Momento em que o aluno manipula a reta construída e realiza um movimento rotacionando a figura refletida (<math>A'B'C'D'</math>)</p>
	<p>Construiu a segunda reta (HI), manipulou-a com um dedo selecionando um dos pontos e depois selecionou a ferramenta “reflexão”.</p>
	<p>Devido algumas limitações por conta do tamanho da área de toque do <i>tablet</i>, o discente com os dois dedos realiza um <i>zoom in</i>, mantendo os dedos sobre a superfície. Nesse momento o aluno solicita uma validação de sua construção, perguntando ao professor: “Tá certo? Já coloquei no terceiro quadrante!”</p>
	<p>Após se questionado pelo professor, o aluno verifica que sua construção não está de acordo com a tarefa proposta, recorre à pasta com as atividades anteriores, revisitando anotações de outras atividades.</p>
	<p>Nesse momento o aluno utilizou a ferramenta “translação” e manipulou e deformou a construção inicial. O discente observou as modificações nas construções realizadas.</p>



	<p>Com um recurso disponibilizado no <i>tablet</i>, retomou a construção. Reconstruiu uma nova reta, refletiu e manipulou a reta. Na sequencias, reconstruiu a segunda reta e realizou a segunda reflexão. Realizou o “espalhamento da figura espelhada”</p>
	<p>Nesse momento o aluno inicia um processo de ajuste, realizou um movimento de <i>zoom in</i>, para uma melhor visualização da construção e para manipular a reta. Utilizando o dedo polegar de cada mão, de forma alternada, ajusta uma das retas ao eixo y e de modo que sejam coincidentes. E a outra reta, ajustou de maneira que coincidissem com o eixo x.</p>
	
	

Fonte: Material de coleta de dados - Gravação em vídeo

Nas manipulações realizadas pelo aluno, percebemos uma composição de ações como o deslizamento das retas com os dedos pressionando a superfície do *tablet*, o discente utilizou propriedades da reflexão deslizante objetivando o ajuste do polígono A”B”C”D”E”. Identificamos que, ao escolher ponto F da “reta de espelhamento” e efetuou um movimento circular desse ponto em torno do ponto G, realizou um movimento de rotação da figura refletida.

O processo de construção, manipulação e seleção de ferramentas era acompanhado, na maior parte, da fala do aluno, na tentativa de desencadear uma sequência de ações, que não julgo certas ou erradas, mas que durante essa fala, percebia que poderia realizar uma ação distinta do que havia dito.

Ao final de atividade o aluno foi convidado a falar e/ou escrever qual estratégia elaborou para realização da tarefa. O discente registra na folha de atividade sua estratégia,

utilizando recursos pictóricos para representar as ferramentas utilizadas e se apropria da ideia de “espelhamento” que quando perguntado o porquê desse termo, justifica que a ferramenta realiza um procedimento igual quando está de frente de um espelho, ela inverte. A Figura 4 ilustra a folha de atividade com os registros realizados pelo discente.

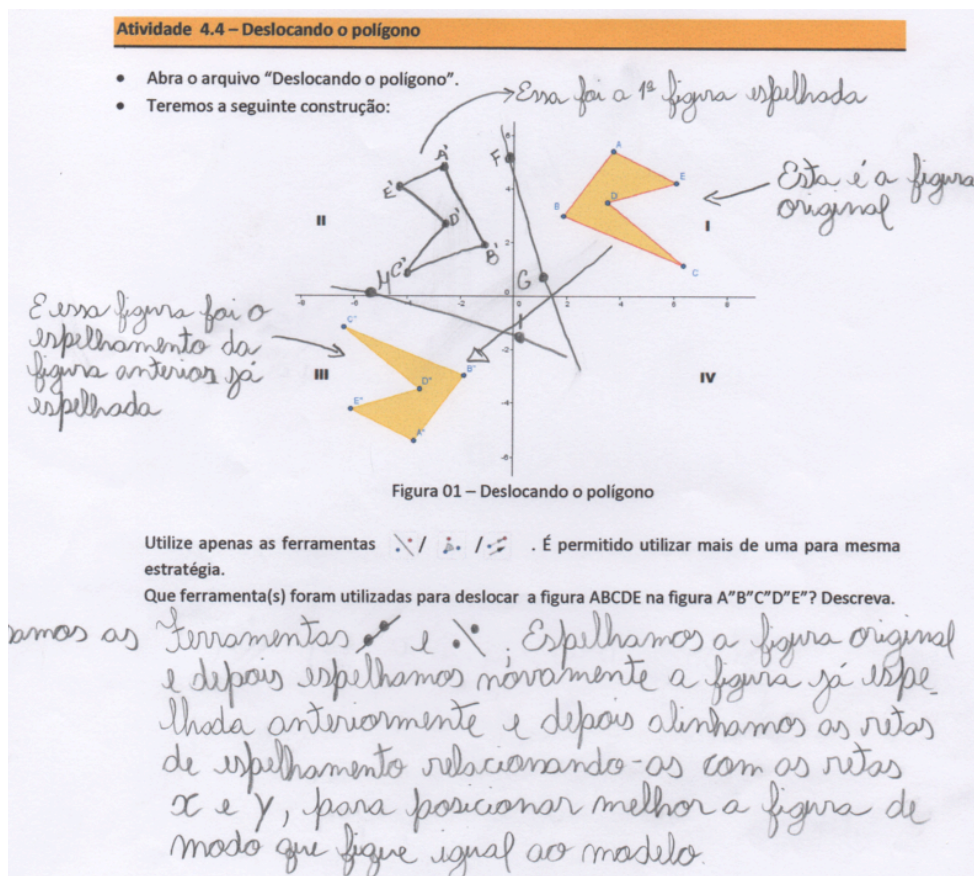


Figura 4 – Representação da estratégia realizada pelo discente<sup>7</sup>  
Fonte: Fragmento da folha de resposta do aluno

## 5. Abrindo telas para outros resultados

Identificamos que as possibilidades de manipulações de ferramentas utilizando *software* de geometria dinâmica em *tablet* e as interações entre os interlocutores promoveram momentos de descoberta e construção conceitual, propiciando o desenvolvimento do espírito investigativo em detrimento da mecanização de algoritmos, considerando especificidades do *software* utilizado.

A ação de ampliar e reduzir a construção foi utilizada como uma maneira que o aluno encontrou para verificar a localização de um determinado ponto em uma construção. Por

<sup>7</sup> Veja um recorte do vídeo em <https://drive.google.com/open?id=0B6zQPvF8JeJcNmU5WkRGRmZ2Tkk>

exemplo, na construção de uma reta por dois pontos, nem sempre ficava na área visível do *tablet*; para verificar um detalhe em uma determinada construção ou visualizar toda a construção. Essa ação foi realizada ora com dois dedos de uma mesma mão ora com os de mãos distintas, com os dedos fixos sobre a tela do *tablet*, afastava (ou aproximava) os dedos, dessa forma, ampliava (ou reduzia) a construção realizada.

No desenvolvimento das atividades e maior familiaridade com o GeoGebra *touch*, identificamos que os alunos realizaram um refinamento nos procedimentos e momentos de exploração propiciaram a elaboração da estratégia para rotacionar uma construção refletida utilizando o GeoGebra. Apesar de propiciar toques simples o manuseio no dispositivo e o tipo de tarefa proposto, possibilitaram que os alunos realizassem, naturalmente, uma composição de transformações (translação, simetria ou rotação). Essa forma de manipular os objetos geométricos sobre superfície sensível ao toque na tela, a dinâmica do *software* e a proposição da tarefa viabilizaram tal composição, o que nem sempre é possível realizar utilizando o *mouse* e/ou teclado e, muito menos, com papel e lápis.

## 6. Agradecimentos

A CAPES pelo apoio financeiro, aos integrantes do GEPETICEM<sup>8</sup> e do OBEDUC (Materiais Curriculares Educativos Online para a Matemática na Educação Básica) e aos alunos do Instituto de Educação Rangel Pestana.

## 7. Referências

ARZARELLO, F. **Semiosis as a multimodal process**. Relime, número especial, 267-299. 2006.

ARZARELLO, F.; BAIRRAL, M.; DANÉ, C. (2014). **Moving from dragging to touchscreen**: geometrical learning with geometric dynamic software. *Teaching Mathematics and its Applications*, 33(1), 39-51. doi: 10.1093/teamat/hru002.

ASSIS, A. R. **Alunos do Ensino Médio trabalhando no GeoGebra e no Geometric Constructor**: mãos e rotações em *touchscreen*. 2015. 158p. Dissertação (Mestrado em Educação). Instituto de Educação / Instituto Multidisciplinar, PPGEduc, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Nova Iguaçu, RJ. 2015.

BAIRRAL, M. A **Do clique ao touchscreen**: Novas formas de interação e de aprendizado matemático. In: 36a Reunião Nacional da Anped, 2013, Goiânia. Sistema Nacional de

<sup>8</sup> <http://www.gepeticem.ufrj.br/portal/>

Educação e Participação Popular: Desafios para as Políticas Educacionais. Goiânia: Anped/UFG, 2013. p. 1-18.

BAIRRAL, M.; ASSIS, A.; SILVA, B. C. **Mãos em ação em dispositivos touchscreen na educação matemática**. Seropédica, RJ: EDUR, 2015. 115p. (Série InovaCom TIC, v.7)

COLE, M. **Psicología cultural**. 2 ed. Madrid: Morata, 2003. 334p.

KRUGER, R.; CARPENDALE, S.; SCOTT, S.D.; TANG, A. **Fluid Integration of Rotation and Translation**. In Proceedings of the ACM Conference on Human Factors in Computing Systems (CHI)'05, April 2-7, 2005, Portland, Oregon, USA. 2005.

McNEILL, D. **Hand and mind**: what gestures reveal about thought. Chicago/London: University of Chicago Press, 1992.

OLIVEIRA, M. K. **Vygotsky**: Aprendizado e desenvolvimento, um processo sócio-histórico. 4ª. ed. São Paulo. Editora Scipione, 2008. 111p.

SCHEFFER, N. F. **Corpo – Tecnologias – Matemática**: uma interação possível no ensino fundamental. Erechim: EdiFapes, 2002.

VELOSO, E. **Simetria e transformações geométricas**. Lisboa: APM, 2012.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

YOOK, H. **A study on the types of interactive motions in Mobile touch interface**. Tese de Doutorado. Hongik University, Korea, 2009.