

PERCEPÇÕES E CONHECIMENTOS DE PROFESSORES QUE LECIONAM MATEMÁTICA PARA OS ANOS INICIAIS ACERCA DO ENSINO DAS FRAÇÕES

*Francisco José da Silva Júnior
Colégio 7 de Setembro
franzje@7setembro.com.br*

*Angélica da Fontoura Garcia Silva
Universidade Anhanguera de São Paulo
angelicafontoura@gmail.com*

Resumo:

Esta comunicação tem o propósito de analisar as percepções e os conhecimentos acerca das frações explicitados por duas professoras que participaram de um processo de formação continuada realizado na própria escola pelos preponentes deste texto. Esta pesquisa de natureza qualitativa foi realizada em uma escola particular de Fortaleza-CE. Teoricamente esta investigação apoiou-se nos estudos de Ball, Thames e Phelps e em estudos que tratam dos processos de ensino e aprendizagem das frações. Os dados analisados revelaram que os conhecimentos das professoras investigadas relativos às representações fracionárias dos números racionais e seu ensino ainda eram limitados uma vez que as situações elaboradas envolviam, sobretudo, o significado operador. Pareceu-nos haver, por parte das participantes, certa habilidade em realizar esse procedimento de cálculo. Nesse sentido, suas estratégias de resolução estavam bastante ligadas a esses procedimentos.

Palavras-chave: Formação de Professores; Conhecimento do Conteúdo e do Ensino; Frações.

1. Introdução

Este estudo é parte dos resultados de uma dissertação concluída em 2015, na qual investigamos um processo formativo desenvolvido em uma escola particular de Fortaleza-CE. Para esta comunicação, analisamos as percepções e conhecimentos que emergiram da análise de um questionário e de depoimentos coletados em uma das sessões de formação. No questionário solicitamos a descrição de suas experiências formativas e a elaboração de 02 situações exemplares envolvendo frações, na sessão de formação discutimos conjuntamente as informações coletadas no questionário.

2. Justificativa para escolha do tema e Marco Teórico

Julgamos que essa pesquisa seja relevante, uma vez que pesquisas como as de Garcia Silva, 2007; Campos, 2011; Monteiro Cervantes; Pinheiro, 2014, dentre outras apontam a

necessidade

de compreender os conhecimentos dos profissionais que lecionam para os anos iniciais.

Esses estudos apontam haver uma relação intrínseca entre os conhecimentos dos educadores e sua prática pedagógica. Entretanto, mesmo considerando haver uma quantidade grande de investigações da área, acreditamos que pesquisar essa temática é importante por concordar com Campos (2011). A autora considera que ainda hoje “O ensino (...) de frações constituem um obstáculo considerável para professores (...)” (CAMPOS, 2011, p.1), nesse sentido, compreender as relações que estabelecem os professores quando discutem o tema frações é de fundamental importância.

Outros argumentos para a importância de estudar essa temática foram encontrados em resultados como os de Pinheiro (2014), por exemplo. A autora conclui em uma investigação com professores que lecionam para os anos iniciais do Ensino Fundamental que as dificuldades apresentadas pelas participantes quando lidavam com invariantes, ordem, equivalência e unidades de referência refletiam na prática pedagógica das professoras.

Para a análise das informações coletadas nesta investigação utilizaremos como marco teórico os estudos de Vergnaud (1990) e Ball, Thames e Phelps (2008), apoiaremos também nos significados descritos nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). De Vergnaud (1990) consideramos a definição de Campo Conceitual e sua definição de conceito. O autor define o conceito como a terna (S, I, R): o conjunto das situações (S) dá sentido ao conceito, o conjunto dos invariantes (I) define o conceito, ou seja, os conhecimentos implícitos nos quais o aluno pode mobilizar para construir esquemas e atribuir significado ao conceito e ao conjunto das representações (R) que são disponibilizadas pelo sujeito a fim de representar os esquemas construídos (VERGNAUD, 1990). Para as frações, consideraremos como invariantes, ordem, equivalência e conservação de unidade de referência, e como significados, os utilizados por documentos curriculares oficiais como os PCN: parte-todo; quociente; operador multiplicativo e razão.

Além disso, para proceder à análise dos resultados desta investigação, consideramos uma das categorias distintas de conhecimentos para o ensino estabelecido por Ball, Thames e Phelps (2008): o Conhecimento do Conteúdo. Nesse estudo os pesquisadores definem conhecimento do conteúdo e do ensino como a combinação do domínio de conteúdos com o entendimento pedagógico do conteúdo. Os autores consideram que essa combinação pode interferir no processo de ensino e aprendizagem quando o professor, por exemplo, organiza sua aula ou mesmo quando escolhe uma abordagem para lecionar um determinado conteúdo.

Justificamos a escolha dos significados propostos nos PCN uma vez que segundo as orientações contidas nesse documento, a abordagem inicial dos números racionais na representação fracionária se inicia no segundo ciclo (para crianças de 9 e 10 anos), segmento de ensino aqui investigado.

3. Procedimentos Metodológicos

Esta pesquisa, de Natureza Qualitativa foi desenvolvida em uma escola particular de Fortaleza-CE. Investigamos duas professoras pedagogas que lecionam para o 4º ano com formação semelhante que participaram de um curso de formação continuada desenvolvido na própria escola a qual lecionavam. A coleta de informações analisadas nesta comunicação ocorreu em uma das sessões de formação. As professoras comentaram suas respostas a um questionário que buscou investigar o perfil das professoras e duas situações elaboradas por elas. Para a análise das situações elaboradas, utilizamos a categorização dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e as ideias de Ball, Thames e Phelps (2008) acerca dos conhecimentos necessários para o ensino, especialmente, o conhecimento do conteúdo e do ensino.

4. Análise e discussão das informações coletadas

Na segunda sessão de formação procuramos ouvir as histórias das professoras. Consideramos assim como Ponte, Oliveira, Cunha e Segurado (1998) que as histórias contadas por elas poderiam expressar seus conhecimentos em ação, conhecimentos advindos da prática.

(...) para compreender o pensamento de um professor podemos começar por procurar histórias que estruturam o modo de pensar sobre os acontecimentos da sala de aula desse mesmo professor (as suas teorias práticas). (PONTE *et al.*, 1998, p. 29).

Na sessão anterior havíamos solicitado que as professoras participantes respondessem a um questionário. Neste encontro (segundo) iniciamos ouvindo seus relatos sobre o processo formativo por elas vivenciado. As duas professoras revelaram ter 26 anos, eram colegas do curso de pedagogia de uma instituição pública federal e concluíram juntas. Não ingressaram em nenhuma pós-graduação, considerando que assim que terminaram o curso, receberam proposta de trabalho e, de lá para cá, não haviam conseguido organização para continuarem os estudos. Sobre o tempo de magistério e o ano que preferiam lecionar, Daza foi taxativa:

Nós duas temos o mesmo tempo de magistério e começamos atuando na mesma série: 4º ano. Não dá pra dizer qual é a série preferida, pois nunca atuamos em outra série! O que dá pra dizer, e acho que Fermina concorda comigo, é que já está tranquilo trabalhar neste ano, pois já sabemos o que tem que ser feito. (DAZA).

Fermina completou:

É, no início foi muito difícil, considerando que não tínhamos nenhuma noção. A gente saiu da faculdade e entramos para ensinar sentindo um vácuo por dentro, realmente só aí descobrimos que não estávamos totalmente preparadas. Mas, foi bom saber que pessoas acreditavam na gente. Os setores de coordenação da escola deram muito apoio durante esse período. Principalmente no início, quando os pais vinham reclamar da gente, a escola souber mediar e não nos deixar constrangidas diante da situação. Acho que a prática exige, a cada momento, uma resposta diferente. Estamos aprendendo muito com a prática. (FERMINA).

Nesse sentido, analisando essa primeira informação, consideramos que as participantes deste estudo têm características comuns, ou seja, eram profissionais experientes e consideravam que a formação inicial não as preparou para o ato de ensinar. Quando passamos a discutir as experiências anteriores das docentes com a Matemática, enquanto alunas, elas se entreolharam e sorriram. Registramos então o seguinte diálogo:

PESQUISADOR: – Esse sorriso, o que significa?

DAZA: – Significa que nós, e acho que 90% das professoras que trabalham conosco, temos uma relação parecida com a Matemática.

PESQUISADOR: – Já sei! Uma relação de amor e harmonia!

FERMINA: – Definitivamente, não! É o contrário. Não temos boas recordações das aulas de Matemática. No curso de pedagogia quase não vimos nada que nos instrumentalizasse. As recordações que tenho, são ainda das notas baixas que eu tirava no colégio.

DAZA: – A mesma coisa foi comigo. Tive um professor que ficava fazendo perguntas em público e quando a gente não sabia a resposta, ele desdenhava da gente pra todo mundo ver. Queria ver ele fazer isso hoje! Felizmente os pais estão mais conscientes e não permitem que esses monstros humilhem seus filhos.

PESQUISADOR: – E sobre frações? O que vocês lembram de ter aprendido?

DAZA: – Eu não lembro muita coisa. Na verdade, eu nem saberia dizer quando eu vi primeiro e o que vi. Dessa época eu só lembro de um professor que ficava o tempo todo mandando a gente calar a boca.

FERMINA: – Olha como as coisas são... De frações eu só lembrava que tinha que saber calcular o mmc e o mdc. Pois não é que quando cheguei aqui na escola me disseram que eu deveria ensinar frações sem essas duas coisas. Quase fiquei louca! Se a única coisa que eu sabia era exatamente o que me disseram pra não usar, então eu não sabia era de nada, mesmo!

Analisando os depoimentos das duas professoras observamos que nossos dados são semelhantes aos encontrados nas investigações de Garcia Silva (2007), Monteiro e Cervantes (2011) e Pinheiro (2014). Garcia Silva (2007), por exemplo, observou que 10 das 11 professoras entrevistadas por ela afirmaram que seu curso de formação inicial não as preparou

para ensinar matemática e assumiam suas limitações, sobretudo, a respeito do ensino das frações. O mesmo foi identificado nos estudos de Monteiro e Cervantes (2011) e Pinheiro (2014). Esta última autora, por exemplo, apoiada nos estudos de Ball, Thames e Phelps (2008) afirmam que a ausência de conhecimentos mais amplos sobre o conceito de fração¹ implicou em igual limitação na proposição de estratégias de ensino para dificuldades apresentadas pelos seus estudantes. Pinheiro (2014) afirma em suas considerações finais:

Ao final deste estudo, chegamos à conclusão de que os sujeitos investigados demonstraram não ter, tanto na formação inicial quanto continuada, a oportunidade de vivenciar o aprendizado não só no que se refere às frações, mas também de outros conteúdos matemáticos que lhes favorecessem adquirir tais conhecimentos. Dessa forma, chegamos também à conclusão de que isso repercutia na sua atuação em sala de aula. (PINHEIRO, 2014, p.166).

Nesse sentido, consideramos ser esse um dado preocupante uma vez que isso parece não ocorrer somente com os professores “não especialistas”. Damico (2007) ao analisar os conhecimentos explicitados futuros professores de Matemática, afirma que eles têm “uma visão sincrética” dos números racionais e que ficou evidente:

(...) um acentuado desequilíbrio entre o conhecimento conceitual e processual, com prevalência do processual, como também se observa um baixo nível de conhecimento didático relacionado às formas de representação dos conteúdos ensinados no Ensino Fundamental que versam sobre números racionais (frações). (DAMICO, 2007, p. 6).

A essa altura da sessão, tudo transcorria de forma bastante amistosa. Em nenhum momento tínhamos a impressão de que as professoras minimizavam seus depoimentos, pelo contrário, elas pareciam sinceras e falavam do tema como um desabafo. Aparentemente, esperavam por essa oportunidade há anos. Passamos então a discutir o aprendizado de matemática na formação inicial, quando as docentes se preparavam na faculdade para assumirem a profissão. Sobre o assunto, elas demonstraram uma ligeira insatisfação com o currículo a que foram submetidas na faculdade. Daza falou primeiro:

¹ Pinheiro (2014) detectou limitações relativas aos conhecimentos das professoras acerca dos significados da fração, uma vez que elas se utilizavam somente da ideia de parte-todo para resolver situações que resultavam em frações. Além disso, mesmo ao lidarem com a partição as professoras demonstravam dificuldades em identificar e reconstruir a unidade de referência. Isso, segundo a autora, limitava suas propostas de intervenção.

(
...) Pra mim, o que a gente vê na faculdade é importante, mas é muito pouco usado na prática. O curso deveria ter teoria, mas devia ser focado nas coisas que utilizamos no cotidiano. Por exemplo, em Matemática eles sabiam que a grande maioria das alunas tinha dificuldades, mas mesmo assim não trabalharam aquelas dificuldades que seriam importantes para exercermos a profissão. Sobre fração, por exemplo, eu sei que eu não sabia nada e nunca falaram nada de fração pra gente, enquanto estudávamos lá. (DAZA).

Fermina concordou e completou:

Pois é, na faculdade a gente nunca tinha visto nada assim muito específico sobre Matemática. Os professores lá faziam seminários, escolhiam um tema e colocavam pra gente falar para os outros, quando na verdade, na minha visão, deveriam era procurar saber o que a gente não sabia e ensinar pra gente. As únicas formações mais específicas que tivemos foram realizadas aqui na escola, mas geralmente no planejamento de fim de ano onde já está todo mundo cansado e sem saco de estudar. (FERMINA).

Terminado este depoimento, percebemos a preocupação de Daza em fazer uma observação: “Olha, nós estamos falando aqui dessas coisas, mas quero dizer que mesmo com todas essas questões, nós amamos ensinar e amamos também nossa faculdade e o tempo que permanecemos lá”. (DAZA). Consideramos que a descrição deste episódio mostra, da mesma forma que os professores paulistas investigados por Garcia Silva (2007) e Pinheiro (2014) as participantes deste estudo não estavam contentes com a formação que receberam em Fortaleza-CE.

Depois de analisar a percepção das professoras passamos, então, a questionar as respostas atribuídas a segunda parte do questionário. Nele solicitamos, inicialmente, a elaboração de duas questões envolvendo fração a qual, no julgamento das docentes, fossem imprescindíveis para introduzir o tema para os alunos do 4º ano do ensino fundamental. Assim, nessa segunda sessão, indagamos se as docentes gostariam de comentar as respostas a esse segundo questionário. Elas responderam afirmativamente. Dessa forma, procuramos analisar juntos às respostas das professoras que são apresentadas nas figuras a seguir, todavia, antes de apresentar nosso diálogo com as participantes, expomos nossa análise das produções das professoras. Apresentamos, a seguir, as situações elaboradas pela professora Fermina.

Figura 7 – Protocolo da elaboração e resolução de duas situações da *professora Fermina*

Professora Fermina

Situação 1: Joana irá distribuir sua coleção de chaveiros entre seus três sobrinhos. A sua coleção tem 24 chaveiros e cada sobrinho receberá $\frac{1}{3}$ dessa quantidade. Quantos chaveiros Joana dará a cada sobrinho?

Solução: $\frac{1}{3}$ de 24 que é igual a 8.

Situação 2: Mariana e seus três primos ganharam uma competição cujo prêmio era uma quantia de R\$ 164,00. Mariana ficou com $\frac{1}{2}$ do prêmio, pois era a líder da equipe, o restante foi dividido igualmente entre seus três primos. Responda: A) Quanto Mariana recebeu?

Solução: $\frac{1}{2}$ de R\$ 164,00 que é igual a R\$ 82,00.

B) Que fração representa a quantia a qual cada primo recebeu?

Solução: O todo dividido por 3, que é igual a $\frac{1}{3}$.

Fonte: Acervo Pessoal

Analisando as situações elaboradas pela *professora Fermina* é possível observar que ela propôs situações que um dado número deveria ser submetido a uma transformação mediante a apresentação de um número racional. São situações em que é necessário calcular a fração de uma quantidade. Situações dessa natureza caracterizam a visão de fração chamada *operador*. Mesmo na segunda situação proposta, a visão aparece de forma clara no item a. Já no item b, ficamos, inicialmente, em dúvida, pois podemos imaginar pela solução que a professora pensou numa perspectiva *quociente*, já que ela considerou o todo e dividiu-o diretamente em partes. Mas dependendo de como ela tivesse pensado, poderíamos pensar que a perspectiva adotada era *parte todo*. Posteriormente, a professora teve a oportunidade de nos esclarecer a solução: “Olha, eu pensei que o que sobrou era um retângulo que deveria ser fatiado em três pedaços. Cada pedaço então representaria um terço.” (FERMINA). A passagem pela figura do retângulo dividido em três pedaços não deixou dúvida que ela realmente havia pensado o problema na perspectiva *parte todo*. Observemos, contudo, que esse retângulo que representava o todo no momento após a retirada do valor de Mariana não era o mesmo todo observado no início do problema. Logo, há um redimensionamento necessário da unidade de referência, o que não foi considerado na solução.

Figura 8 – Protocolo da elaboração e resolução de duas situações da *professora Daza*.

Professora. Daza

Situação 1: Junior decide vender $\frac{1}{3}$ de suas figurinhas. Sabendo que ele possui 54 figurinhas em sua coleção, e cada figurinha terá o valor de R\$ 0,10, quanto Junior ganhará na sua venda?

Solução: $\frac{1}{3}$ de 54 é igual a 18; $18 \times 0,10 = \text{R\$ } 1,80$.

Situação 2: Carla terá um aumento de $\frac{1}{10}$ no seu salário de R\$ 700,00. Quanto Carla receberá no próximo mês?

Solução: de $\frac{1}{10}$ R\$ 700,00 é igual a R\$ 70,00; $\text{R\$ } 700,00 + \text{R\$ } 70,00 = \text{R\$ } 770,00$.

Fonte: Acervo Pessoal

Observando as situações elaboradas pela *professora Daza* é possível perceber que ambos os exemplos apresentados são relacionados à perspectiva *operador*. Isso fica claro primeiro porque ambas as situações, mesmo diferentes, há a necessidade de calcular uma determinada fração da quantidade. Apesar de a primeira situação, que exigir uma multiplicação, e na segunda que uma adição, analisando a solução proposta pela professora, podemos inferir que a ideia utilizada de fração, em ambos os casos, foi a mesma.

Analisando o ocorrido é possível verificar que as duas professoras participantes desse estudo ao iniciar o processo formativo elaboraram e resolveram as situações predominantemente, utilizando-se da ideia de operador multiplicativo. Sob o ponto de vista das pesquisas que tratam dos conhecimentos docentes, observamos que as professoras aqui investigadas optaram por elaborar situações envolvendo o significado operador, esse resultado não converge com os encontrados por outras investigações. Pesquisas nacionais recentes como as de Canova (2006); Garcia Silva (2007); Garcia Silva e Canova (2011) e Pinheiro (2014), dentre outras, indicaram haver uma forte tendência por parte das professoras que lecionam Matemática para os anos iniciais em elaborar situações envolvendo a introdução de fração utilizando o significado parte-todo, todavia tal tendência é seguida do significado operador. A elaboração de situações e a tendência de utilização do significado operador multiplicativo foram observados nos estudos de Santos (2005); Canova (2006) e Damico (2007) em professores que lecionam para os anos finais do Ensino Fundamental.

predominância da elaboração de situações parte-todo, seguida de operador, Pinheiro (2014), por exemplo, identificou que “(...) na análise da primeira parte do questionário, percebemos que as professoras elaboraram 68 situações, das quais a maioria, 57,35%, era relacionada ao significado parte-todo e 23,5% ao significado operador”. (PINHEIRO, 2014, p. 53). Uma convergência observada foi quanto as dificuldades notamos que seria importante discutir com as participantes a reconstrução e identificação da Unidade de Referência. Notamos que as dificuldades apresentadas pelas professoras se aproximaram das investigadas nos estudos de Campos e Rodrigues (2007) e Pinheiro (2014).

Esses dados foram utilizados na sessão descrita aqui, com a finalidade de refletir sobre o ocorrido. Neste encontro, procuramos fazer uma análise em conjunto com as professoras. Nela solicitamos que comentassem acerca das suas produções indicadas nos protocolos. Iniciamos então o seguinte diálogo:

PESQUISADOR: – Já que vamos discutir o que vocês mesmas escreveram, que tal vocês trocaram as produções que vocês fizeram. Vocês conseguiriam identificar semelhanças e diferenças? (As professoras trocaram os protocolos)

DAZA: – Parece que a gente pensou de forma bem semelhante. A primeira questão foi quase igual. Pra mim o mais importante de fração é saber calcular quanto é “tanto de tanto”.

FERMINA: – É, inclusive na segunda você repetiu isso. Eu mudei um pouco, apesar de que eu acho que no fundo é a mesma coisa!

PESQUISADOR: – Quer dizer que vocês duas acreditam que o mais importante no ensino que vocês conduzem no 4º ano é que os alunos saibam calcular “tanto de tanto”, pra ficar mais claro, vamos dizer “calcular uma fração da quantidade”, é isso?

DAZA: – Isso mesmo!

FERMINA: – É, tem outras coisas importantes, mas se ele sair sabendo fazer pelo menos isso eu já fico feliz.

PESQUISADOR: – E vocês acreditam que essas sejam as primeiras questões a se propor em sala para introduzir o tema frações?

DAZA: – Bem, não sei... Acho que não!

FERMINA: – Só se for pra mostrar pra eles (alunos) qual é o problema que a gente quer que eles saibam resolver no fim.

PESQUISADOR: – Tem um detalhe importante na segunda questão que você propôs, Fermina. Na sua solução, você afirmou que cada primo iria receber um terço. Esse um terço é de quê?

FERMINA: – Do todo.

PESQUISADOR: – Que todo?

FERMINA: – Do que sobrou pra dividir.

PESQUISADOR: – E nesse mesmo problema, essa metade é de quê?

FERMINA: – Do todo.

PESQUISADOR: – Que todo?

FERMINA: – Do que havia no início.

PESQUISADOR: – Quer dizer que no mesmo problema podem haver dois todos diferentes?

FERMINA: – Pode não?! Tô ficando confusa.

PESQUISADOR: – Calma, estou só tentando entender como você pensou.

Analise

Quando o ocorrido observamos que as duas professoras investigadas neste estudo, mesmo sem nomear, reconheceram que elaboraram situação envolvendo a ideia de operador multiplicativo e demonstraram ter a concepção que essa é o significado mais importante a ser ensinado aos estudantes dos anos iniciais. Além disso, a professora Daza reconheceu a dificuldade da professora Fermina em identificar a unidade de referência. Observamos que tal dificuldade é comum entre os professores. Pinheiro (2014) analisando seus dados observou que a “unidade de referência (situação 4; item b): somente doze das dezoito professoras mantiveram o referencial” (PINHEIRO, 2014, p.65). Consideramos assim como a autora que a identificação e a reconstrução da unidade de referência são de fundamental importância para a compreensão do conceito de fração.

6. Considerações Finais

Assim, analisando as informações coletadas nessa sessão de formação podemos inferir na perspectiva de Ball, Thames e Phelps (2008), que os conhecimentos das professoras relativos as representações fracionárias dos números racionais e seu ensino ainda eram limitados. Suas estratégias de resolução estavam bastante ligadas aos procedimentos de cálculo. Pareceu-nos haver, por parte das participantes, certa habilidade em realizar esse procedimento de cálculo, porém a elaboração de situações problema envolviam sobretudo o significado operador, nesse sentido havia necessidade de ampliar o olhar das professoras para os diferentes significados. Além disso, notamos ainda ser necessário retomar a temática identificação e reconstrução da unidade de referência.

Assim, mesmo considerando que tivéssemos a intenção de discutir mais amplamente as diferentes categorias de conhecimentos estabelecidas por Ball e colegas, a análise das informações coletadas nesta etapa da pesquisa nos permitiu inferir sobre a necessidade de que seria necessário durante o processo formativo discutir com mais profundidade questões relativas à construção dos significados das frações e acerca da unidade de referência assim, acreditamos que seria possível aliar, durante as sessões de formação reflexões a respeito do seu ensino. Todavia, é importante destacar que observamos já no decorrer do processo formativo, envolvendo um trabalho colaborativo entre as professoras, ampliaram-se os conhecimentos das participantes em relação aos dados aqui apresentados.

7. Referências

BALL, Deborah

Loewenberg; THAMES, Mark Hoover; PHELPS, Geoffrey. Content Knowledge for Teaching: what makes it special? In: **Journal of Teacher Education**. V. 59, n. 5, p. 389-407, novembro, 2008.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** (1a a 4a série). Brasília-DF, 1997.

CAMPOS, T. M. M. RODRIGUES, W. R. A ideia de unidade na construção do conceito do número racional. **REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática**, V2.4, p. 68-93, UFSC, 2007.

CANOVA, R.f. **Crença, concepção e competência dos professores do 1º e 2º ciclos do ensino fundamental com relação à fração**. dissertação de mestrado, PUC/SP, São Paulo. 2006.

_____. **Um estudo das situações parte-todo e quociente no ensino e aprendizagem do conceito de fração**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – UNIBAN/SP, São Paulo, 2013.

DAMICO, A. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – PUC/SP, São Paulo, 2007.

GARCIA SILVA, A. F. **O desafio do desenvolvimento profissional docente: Análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, tendo como objeto de discussão o processo do ensino e aprendizagem de frações**. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – PUC/SP, São Paulo, 2007.

_____; CANOVA, R. F. **O conceito de fração em livros didáticos brasileiros nos anos iniciais**. Relatório de pesquisa não publicado. Pós-graduação em Educação Matemática. UNIBAN/SP, São Paulo. 2011.

MONTEIRO CERVANTES, P. B. **Uma formação continuada sobre as frações**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNIBAN/SP, São Paulo. 2010.

PINHEIRO, M.G.C. **Formação de professores dos anos iniciais: conhecimentos docente ao explorar a introdução do conceito de fração**. Dissertação, (Mestrado em Educação Matemática)) Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.

PONTE, J. P. OLIVEIRA, H., CUNHA, H., SEGURADO, I. **Histórias de investigações matemáticas**. Lisboa: IIE, 1998.

SANTOS, A. **O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico junto a professores que atuam no Ensino Fundamental**. Dissertação (mestrado em Educação matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo: São Paulo, 20