

O CONCEITO DE ÁREA DE TRIÂNGULOS: A APLICAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DE ENSINO ENVOLVENDO A CONVERSÃO ENTRE REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO.

Verônica Yumi Kataoka
Universidade Estadual de Santa Cruz
veronicayumi@terra.com.br

Caio Sérgio Oliveira Xavier
Universidade do Estado da Bahia
caiosergio01@hotmail.com

Aida Carvalho Vita
Universidade Estadual de Santa Cruz
aida2009vita@gmail.com

Eduardo Silva Palmeira
Universidade Estadual de Santa Cruz
espalmeira@uesc.br

Resumo:

O objetivo desse relato consiste em explicar os resultados da aplicação de uma Sequência de Ensino (SE) aplicada com sete licenciandos em Matemática do Programa Nacional de Formação de Professores (PARFOR), como um desdobramento do mestrado vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de Santa Cruz. Essa sequência teve como objetivo o desenvolvimento de atividades visando a formalização do conceito de área de triângulos. Nesse sentido, essa sequência esteve fundamentada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS). Metodologicamente, a Sequência de Ensino foi aplicada em um encontro de 3 horas/aula e sistematizada em cinco etapas. Nessas atividades, privilegiou-se as diversas representações desse objeto matemático. De forma geral, percebeu-se a oportunidade dos participantes compreenderem a dedução da fórmula da área de triângulos e utilizar diferentes representações desse conceito matemático. Por fim, esperamos que essa sequência possa colaborar como uma prática educativa dos estudantes do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Sequência de Ensino; Triângulos; Teoria dos Registros de Representação Semiótica; PARFOR.

1.Introdução

No nosso dia a dia podemos observar a presença da Geometria em diferentes contextos, quer seja nas construções, nos elementos da natureza ou nos objetos que utilizamos. Entretanto, em algumas situações, além de reconhecer a presença dos elementos geométricos, é exigido do cidadão o conhecimento de conceitos geométricos que os

possibilite,

por exemplo, realizar cálculos de áreas, e, por conseguinte, fazer previsão de custos e tomar decisões.

Nessa perspectiva, Pavanello (2004) comenta sobre a importância de se abordar ainda no contexto escolar a Geometria, afirmando que “no mundo moderno, a imagem é extremamente utilizada como instrumento de informação, o que torna indispensável à capacidade de observar o espaço tridimensional e de se elaborar modos de se comunicar a respeito do mesmo” (p.129). E analisando os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN - para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), verificamos que o ensino da Geometria é recomendado no bloco Espaço e Formas percebendo que:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no ensino fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive...[...] O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades etc. (BRASIL, 1998, p. 51).

Ainda de acordo com os PCN, os objetivos para o ensino de Geometria estão no desenvolvimento do pensamento geométrico, por meio de situações que levem o estudante a resolver situações problemas que envolvem figuras geométricas planas, a observação das figuras sob diversos pontos de vista, assim como, a interpretação e construção dessas representações (BRASIL, 1998).

Apesar das recomendações dos PCN, diversos estudos vêm sinalizando a dificuldade dos estudantes para compreender conceitos relacionados à geometria, como por exemplo, no estudo de Cardoso (2012), que ao analisar os resultados dos estudantes do Ensino Fundamental na resolução das questões de geometria em avaliações em larga escala¹ concluiu que os estudantes possuem dificuldades na resolução de situações problemas que envolvem conceitos geométricos.

Nesse viés, Almouloud (2003) ressalta que a dificuldade dos estudantes nesse campo perpassa pela necessidade de coordenar distintas representações, o que pode ser um impedimento para interpretar o problema em questão e, por conseguinte, resolvê-lo. Esse

¹ Compreendemos avaliação em larga escala como os instrumentos utilizados pelo Governo Federal para avaliar a qualidade da aprendizagem dos estudantes. (Prova Brasil, Enade, dentre outros).

autor se refere a representações no sentido da Teoria dos Registros de Representações Semióticas (TRRS), proposta por Duval (1995).

Duval (2003) afirma que para uma boa compreensão dos conceitos matemáticos presentes em uma atividade é preciso que se mobilizem no mínimo dois registros de representação. Considerando essa vertente, entendemos que seja importante que os professores proponham atividades matemáticas que utilizem diferentes registros de representação, mas para tal é necessário que os mesmos tenham conhecimento, primeiro dos conceitos básicos geometria e segundo desta teoria. Quanto ao conhecimento geométrico dos professores, Silva e Barreto (2011), analisaram as contribuições da utilização dos diferentes registros de representações semióticas na elaboração dos conceitos geométricos por professores polivalentes, e identificaram lacunas cognitivas dos professores em relação a conceitos, assim como, a centralidade em um único registro para o ensino dos mesmos.

Nesse contexto, da importância do ensino de Geometria, das recomendações dos PCN, da formação de professores e da proposta de atividades matemáticas que estimulem a abordagem de diferentes registros de representação semióticas, optamos por desenvolver com licenciandos em Matemática do Programa Nacional de Formação de Professores – PARFOR, a aplicação de uma sequência de ensino (SE) envolvendo área de triângulos proposta por Xavier (2015). Sendo assim, temos como objetivo neste relato, refletir sobre a vivência desses alunos com as tarefas dessa SE na perspectiva da TRRS, enquanto fundamentação teórica que explicitamos a seguir.

2. Fundamentação Teórica

A Teoria dos Registros das Representações Semióticas (TRRS) foi desenvolvida por Duval (1995) a partir de estudos relativos à Psicologia Cognitiva desenvolvidos no Instituto de Pesquisa em Matemática (IREM). Para esse autor, ao mobilizarmos os conhecimentos matemáticos, não temos acesso aos objetos matemáticos, e sim, as representações semióticas dos mesmos. Nesse sentido, ele justifica a importância das representações por duas razões: a primeira, corresponde ao fato que para a realização de uma operação matemática, somos dependentes do sistema de numeração que utilizamos. A segunda razão está no número de representações semióticas utilizadas na matemática, informando que para uma tarefa matemática, podem ser adotados diferentes tipos de registros. Quanto a isso, sinaliza:

A

originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação[...] em uma resolução de problema um registro pode aparecer explicitamente privilegiado, mas deve existir sempre a possibilidade de passar de um registro ao outro. (DUVAL, 2003, p. 14-15)

Partindo dessa colocação, refletimos que para o sujeito compreender um determinado conceito matemático de forma significativa, por exemplo, a figura geométrica triângulo, é importante que ele observe e identifique a diferença entre os objetos matemáticos e suas representações (representação simbólica – que pode ser algébrica ou numérica, representação linguagem materna ou discursiva, representação figural). Além disso, é fundamental que o sujeito possa reconhecer as diversas representações de um mesmo objeto matemático, ou seja, coordene os registros de representação e para tal Duval distingue três tipos de transformações entre os registros semióticos: formação, tratamento e conversão.

A primeira refere-se ao desenvolvimento de uma representação semiótica, com base na aplicação de regras de conformidade e na seleção de algumas características do conteúdo envolvido. Temos como exemplo: escrever a fórmula da área de um triângulo, desenhar uma figura geométrica, elaborar um esquema. O segundo tipo de transformação (tratamento) trata-se de uma mudança interna ao registro. Duval (2003) afirma ser o tipo de transformação que chama maior atenção, por corresponder a procedimentos de justificativa, por exemplo, o cálculo da área de um triângulo é uma forma de tratamento próprio das escritas simbólicas.

A conversão é caracterizada pela alteração na representação de um registro, tal como, para representar a área delimitada por um triângulo, podemos representar essa região graficamente ou representar analiticamente, com intuito de facilitar a realização ou compreensão. Temos também como exemplo de conversão:

A **ilustração** é a conversão de uma representação linguística em uma representação figural. A **tradução** é a conversão de uma representação linguística numa língua dada, em outra representação linguística de outro tipo de língua. A **descrição** é a conversão de uma representação não verbal (esquema, figura, gráfico) em uma função linguística. (DUVAL, 2012, p. 272)

Para essas conversões, esse autor sinaliza que é preciso ter a coordenação entre os registros e que o sujeito precisa reconhecer o mesmo objeto matemático através de suas representações. Nesse interim, esse autor salienta que as dificuldades dos estudantes para a apreensão dos conceitos matemáticos está atrelada a conversão ou mobilização de dois

registros de

representação, afirmando que “a compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro. Isso por que não se deve jamais confundir um objeto e sua representação”. (DUVAL, 2003, p.21).

Dessa forma, a TRRS pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de matemática, particularmente no nosso caso do conceito da área de triângulos, já que “uma pluralidade de registros de representação de um mesmo objeto e a articulação desses diferentes registros é condição para a compreensão em matemática” (DUVAL, 2003, p.31).

Após a apresentação do referencial que fundamentou a aplicação dessa sequência de ensino, abordamos na próxima seção os procedimentos metodológicos.

3.Procedimentos Metodológicos

Os sujeitos desse relato foram sete licenciandos (três homens e quatro mulheres) em Matemática do Programa Nacional de Formação de Professores – PARFOR. De fato, esses alunos já são professores de Matemática da educação básica, mas por terem outra graduação ou apenas o magistério, estão cursando a Licenciatura em Matemática na Universidade Estadual de Santa Cruz no âmbito desse Programa do Governo Federal.

A aplicação das tarefas da Sequência de Ensino (SE) envolvendo área de triângulos (XAVIER, 2015) ocorreu em único encontro de 3 horas/aula. Xavier (2015) comenta que essa sequência de ensino foi estruturada em cinco etapas, ”com o intuito que o conceito relativo ao cálculo da área de triângulos, seja construído progressivamente pelo estudante e não apenas apresentado pelo professor. Em todas as etapas, privilegiamos a conversão entre os registros [...]” (p. 119).

Salientamos que durante a aplicação entregamos as tarefas separadas por etapa de forma sequencial, isto é, à medida que o aluno finalizava uma etapa, recebia a seguinte. Após a aplicação da quinta etapa, discutimos com os alunos os conceitos, os objetivos, bem como os diferentes tipos de registros de representação semióticas envolvidos em cada uma das etapas, sendo que essas informações foram apresentadas por meio de slides.

Todas as cinco etapas foram desenvolvidas em quatro momentos, a saber: a saber: Leitura/observação individual da situação motivadora; discussão coletiva entre os estudantes;

resolução de

exercícios utilizando as técnicas apresentadas, solicitado que os estudantes justifiquem por escrito e oralmente, as motivações que levaram a suas respostas; retomada das soluções e discussão por parte do professor (institucionalização dos conceitos).

Os dados foram coletados por meio de registros escritos e para análise dos dados, propomos uma abordagem de cunho qualitativo. Considerando os procedimentos metodológicos apresentados, trazemos na próxima seção os resultados referentes a análise das etapas.

4. Resultados e Discussões

Nesta seção analisamos os resultados de cada etapa separadamente. A análise, de cunho qualitativo, foi feita considerando os objetivos de cada etapa, isto é, avaliando os diferentes tipos de representação utilizados, bem como as conversões realizadas.

Primeira etapa: Contextualização Histórica

Essa etapa, composta por três tarefas, teve como objetivo possibilitar aos professores associarem os seguintes registros de representação semiótica: discursivo, algébrico e figural. Neste sentido, a primeira tarefa consistiu na leitura de um texto adaptado de Moisés e Lima (2010)), descrevendo as primeiras técnicas utilizadas para as medições de terrenos. Após a leitura do texto, apresentamos a segunda tarefa composta pelos seguintes questionamentos: *Qual a importância do desenvolvimento dessa técnica para a medição de terrenos? Quais os instrumentos eram utilizados nesse processo? Qual a solução foi tomada para as regiões em que a unidade de medida do Faraó não determinava a medida completa do terreno?*

Analisando as respostas fornecidas nessa tarefa, todos os professores em formação demonstraram compreender o contexto histórico relativo ao processo de medição de terrenos, a importância da utilização do método de corda para essa tarefa. Assim, as respostas fornecidas foram ao encontro a compreensão que esperávamos ao realizar a análise a priori dessa etapa, já que almejávamos que os estudantes compreendessem o processo de medição de terrenos com o uso de cordas como instrumento/unidade de medida; além de ressaltarem que para região em que a unidade de medida do Faraó não determinava a medida completa do terreno, eram subdivididas em unidades menores.

Na terceira

tarefa, indagamo-los: *“Para você o que é medir? Imagine-se como um “estirador de cordas” que precisará tomar as medidas desses dois terrenos. Como você realizaria esse processo? Quais as medidas laterais desses terrenos?”*

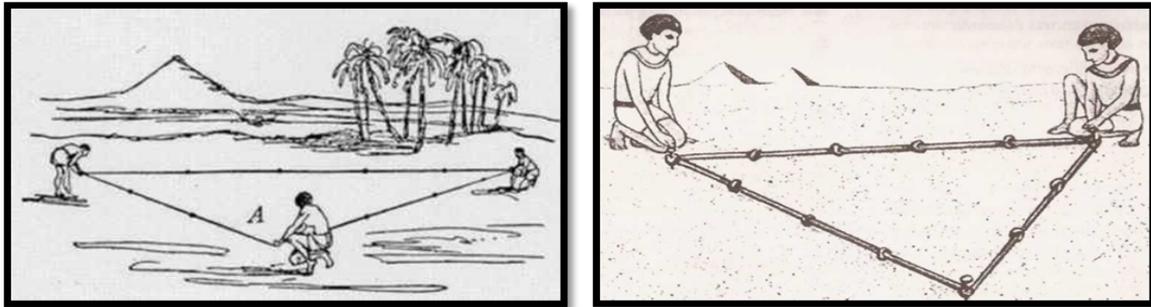


Figura 2. Imagens dos dois terrenos

Fonte: Xavier, 2015, p. 99

Com isso, buscamos observar como os estudantes desenvolveram a conversão entre os registros de representação semiótica, como proposto por Duval (1993). Analisando os resultados fornecidos nessa tarefa, temos que os participantes compreendem “medir” como uma forma de encontrar a medida de uma determinada região. Em relação a conversão entre os registros (do registro figural para o registro discursivo ou linguagem materna e do registro figural para o registro numérico), todos os estudantes conseguiram encontrar o resultado das medidas laterais do terreno, levando-nos a acreditar na possível compreensão dos conceitos matemáticos relativos as técnicas para a medição de terrenos.

Segunda Etapa: Medidas de Terrenos nos dias atuais

Essa etapa, organizada em duas tarefas, teve como objetivo possibilitar aos professores observarem a conversão entre os seguintes registros de representação: registro figural, registro discursivo e registro numérico. Para tal observação, foi proposta a análise de situações envolvendo a área de terrenos, utilizando como recurso plantas de apartamentos. Neste contexto, consideramos a técnica de ladrilhamento (malha quadriculada), e apresentamos diversos questionamentos associados a essas plantas.

Sendo assim, na primeira tarefa, solicitamos que os professores fizessem a leitura (observação) das imagens da planta de uma casa (Figura 3), e respondessem *“O que você faria para medir a área dessas duas plantas? Qual dessas plantas você teria mais facilidade para medir? Por que? Considerando o processo de medição de terrenos utilizado pelos*

estiradores de

corda utilizado na antiguidade, seria possível medir esse apartamento? Quais as possíveis dificuldades que você poderia ter utilizando essa técnica? ”

Logo, tínhamos o objetivo de verificar como seria realizada a conversão da representação figural para a língua materna, ao responderem as quatro subtarefas apresentadas.



Figura 3. Imagens da planta de um apartamento

Fonte: Xavier, 2015, p. 104

Analisando as respostas dessa tarefa, verificamos que apesar dos alunos reconhecerem as diferentes representações, eles apresentaram certa dificuldade de escrever na linguagem materna, ou seja, de fazer a conversão do registro figural para a linguagem materna. Esse resultado talvez seja o reflexo das práticas pedagógicas habitualmente utilizadas por professores de Matemática em sala de aula, que geralmente estão centradas na exposição oral, os cálculos e procedimentos utilizando a representação simbólica, em especial a numérica, desconsiderando também a possibilidade de utilização da linguagem materna.

A segunda tarefa teve o objetivo de possibilitar aos professores a lidarem com a conversão da representação figural para a representação simbólica, mais especificamente, numérica, considerando a planta de um apartamento com quadradinhos de 1 cm. Assim, questionamo-los: “a) *Qual a área do Banheiro? Qual a área da cozinha?* b) *Comparando as áreas dos quartos, quais as conclusões você pode tirar?* c) *Qual dos cômodos têm a mesma área do corredor?* d) *Dentre as regiões desse apartamento, qual possui a maior área? E qual possui a menor área? Justifique.* e) *Qual é a área total desse apartamento?* ”

Nesse viés, avaliando as representações fornecidas, não visualizamos indícios de dificuldades para realização da conversão da representação figural para numérica, pois todos os estudantes forneceram as respostas esperadas. Partindo disso, acreditamos que os mesmos não tiveram empecilhos para a resolução dessa tarefa, pelo fato da conversão entre o registro

numérico ser uma prática usual no âmbito da disciplina de Matemática escolar.

Terceira Etapa: Malhas quadriculadas no conceito de área

Essa etapa, organizada em uma tarefa, teve como objetivo possibilitar aos professores trabalharem com dois tipos de conversão: figural-discursiva que recorre ao registro figural para determinar a área das figuras e discursiva-figural que consiste em descrever elementos das figuras por meio da linguagem materna. Dado o interesse em abordar o conceito de área, considerando um quadradinho como unidade de área, nessa etapa estabeleceu-se o uso da malha quadriculada como um material manipulável, no qual apresentamos seis figuras e levantamos os seguintes questionamentos: “ *Quantos quadradinhos compõem figuras? As áreas dessas figuras dependem de suas formas e da quantidade de quadradinhos? Algumas figuras possuem a mesma quantidade de quadradinhos?* ”

Dadas as interpretações apresentadas, temos que os estudantes conseguiram determinar quantos quadradinhos compõem cada figura; compreendem que as áreas das figuras não dependem de sua forma, como afirma o estudante 7 “ não dependem das formas e sim da quantidade de quadradinhos”. Também observamos que os mesmos sinalizam a compreensão dos mesmos em relação a área das figuras considerando aos quadradinhos como unidade de medida, além de identificar a conversão entre o registro figural e o registro discursivo feito por eles.

Nessa mesma tarefa foi solicitado aos professores que representassem na malha quadriculada três figuras com áreas diferentes, “*Represente na malha quadriculada, considerando que cada quadradinho vale 1 unidade de área: a) Uma figura cuja a área seja de 11 unidades. b) Uma figura cuja a área seja de 14 unidades. c) Uma figura cuja a área seja de 18 unidades e que tenha um dos lados com 9 unidades.*”

Observando as conversões entre o registro discursivo e o registro figural apresentada pelos estudantes, associada a discussão desenvolvida ao final dessa etapa, os estudantes sinalizaram por meio da análise de suas representações que as figuras de formas diferentes podem ter áreas iguais, como por exemplo, as representações apresentadas pelo estudante 3 e o estudante 5 para a figura com a área de 11 unidades.

Estudante 3

Estudante 5



Figura 4. Imagens do estudante 3 e do estudante 5

Quarta Etapa: Cálculo de área do quadrado e retângulo (malha quadriculada)

Essa etapa, composta de duas tarefas, teve como objetivo possibilitar aos estudantes evidenciarem dois tipos de conversões: figural-discursiva, ao recorrer a linguagem materna para descrever a área das figuras e figural-numérico que consiste em estabelecer numericamente a área dessas figuras. Visávamos que essas representações fossem observadas, ao estabelecer-se a proposta de dedução da fórmula para o cálculo da área de quadrados e retângulos, partindo disso, propomos o uso de material manipulativo, especificamente, da malha quadriculada, para a resolução dessas tarefas.

Na primeira tarefa, apresentamos dois quadrados e dois retângulos representados na malha quadriculada, bem como os seguintes questionamentos “*Quais as figuras planas representadas? Contando os quadradinhos, podemos determinar a área total dessa figura? Caso afirmativo, qual a área dessas figuras?* ”. Para formalizar o conceito de área, buscamos motivar aos estudantes com os seguintes questionamentos: “*E se tivermos figuras com um grande número de quadradinhos como a figura E ? A contagem de quadrinhos seria a única forma de determinar a área dessa figura? Há uma outra maneira de encontrar a área dessa figura? E se considerarmos a medida dos lados desse retângulo? Quais são essas medidas? E se multiplicarmos a quantidade de quadradinhos do comprimento dessa figura pela quantidade de quadradinhos da largura? Se precisássemos determinar a área de regiões com grandes medidas, como um campo de futebol, qual técnica poderia ser utilizada?* ”

Analisando as respostas fornecidas nessa tarefa, observamos que os professores de forma geral conseguiram identificar as representações figurais como sendo dois retângulos e dois quadrados, além de determinar a área dessas figuras por meio da contagem dos quadradinhos. Quando indagados se a técnica de contagem dos quadradinhos seria a única forma de determinar a área das figuras supracitadas, todos responderam que haviam outras técnicas para calcular, o que permite inferir que os esses professores conhecem a distintas técnicas para o cálculo da área dessas figuras e não apresentaram dificuldades para realizar a conversão da representação figural para a representação numérica.

Todavia,

alguns cometeram alguns equívocos, tal como a estudante 7 que mencionou que poderia calcular a área do retângulo e do quadrado poderiam ser encontradas com a representação algébrica da fórmula da área do triângulo. Já a segunda tarefa privilegiou a conversão entre do registro figural para o registro numérico. Dentre os sete estudantes que participaram da aplicação da sequência de ensino, seis estudantes conseguiram desenvolver essa tarefa de forma correta. O único estudante que cometeu um equívoco foi o estudante 7, que da mesma forma que na tarefa anterior, utilizou a fórmula da área de triângulo para calcular determinar as áreas.

Quinta Etapa: Conceito da área de triângulo

Essa etapa, composta de duas tarefas, teve como objetivo possibilitar aos estudantes trabalharem a conversão entre os registros figural-discursivo, figural-numérico e figural-algébrico, visando a formalização da área de triângulos, a partir das áreas de retângulos e quadrados. Para explicitar a fórmula para o cálculo da área de triângulos, os estudantes deveriam utilizar as informações obtidas na etapa anterior, além disso, fazer o uso das figuras representadas na malha quadriculada, bem como responder aos questionamentos propostos.

Para a realização da primeira tarefa, sugerimos que os estudantes observassem a um retângulo e um quadrado, nos quais haviam triângulos inscritos nessas duas figuras planas. Como forma de nortear essa observação, foram elaboradas as seguintes questões “*como podemos determinar a área desses triângulos? Existe alguma relação entre o número de quadradinhos que compõem o retângulo e o quadrado com a área do triângulo? Como podemos determinar a área dos triângulos a partir dessas representações?*”

Na resolução dessas questões, os estudantes realizaram a conversão entre os registros (figural para o discursivo), descrevendo que a região ocupada pelo triângulo compreende a metade da área e que no caso do retângulo e do quadrado, ressaltando também o número de quadradinhos que compõe as figuras expostas e a área do triângulo e explicitando por meio do registro discursivo que a área dos triângulos inscritos no quadrado e no retângulo pode ser descritas pela metade da área dessas figuras planas.

A segunda tarefa propôs que os estudantes realizassem a conversão entre o registro figural e o registro numérico. De forma geral, verificamos que os professores conseguiram compreender o processo para a dedução da área de triângulos, partindo da área do quadrado e

retângulo.

Além disso, realizaram a conversão entre os registros de representação, o que Duval sinaliza como uma importante forma de aprender ao objeto matemático em questão.

5. Considerações Finais

Ao estabelecermos a referida sequência de ensino em cinco etapas, tínhamos o intuito de propor a compreensão do conceito de área de triângulos de forma progressiva, privilegiando a conversão entre os registros de representação semiótica, ao concordar com Duval (1995) que o desenvolvimento de uma atividade matemática será original ao mobilizar do estudante a conversão entre no mínimo dois registros de representação ou até mesmo o tratamento dos registros. Dessa forma, ao ponderarmos os resultados analisados, temos a concepção que para o aluno compreender de maneira efetiva um conteúdo matemático, é preciso que ele identifique e tenha a noção das distintas formas de se representar um objeto matemático.

Assim, ao desenvolvermos e analisarmos os resultados da aplicação da Sequência de Ensino com licenciandos em Matemática, acreditamos que o incremento da mesma poderá auxiliar no processo de ensino e aprendizagem do conceito relativo a área de triângulos, ao ser aplicada com os estudantes do Ensino Fundamental, visto que, os próprios serão os responsáveis pela construção desse conhecimento, diferentemente do contexto em que o professor assume ao papel de reprodutor dos conceitos e o aluno assumindo o papel de mero receptor.

6. Referências Bibliográficas

ALMOULOUD, S. A. Registros de Representação Semiótica e Compreensão de Conceitos Geométricos. In: MACHADO, S.D.A. (Org.) **Aprendizagem em matemática: Registros de representações semióticas**. Campinas: Papirus, 2003, p. 125-148.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC, 1998.

CARDOSO, F. C. **O Ensino Da Geometria Analítica e os Registros De Representação Sob Um Enfoque Epistemológico**. In: IX ANPED SUL SEMINÁRIO DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO DA REGIÃO SUL, 2012, Caxias do Sul. **Anais....2012**. p. 01-12.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). **Aprendizagem**

em Matemática:

Registros de Representação Semiótica. Campinas, SP: Papyrus, 2003. p.11-33.

DUVAL, R. Registros de Representação Semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática.** Florianópolis, v. 07, n. 2, 2012, p.266-297.

SILVA, S. H. ; BARRETO, M. C. **Conhecimento de professores polivalentes em geometria: a contribuição da teoria dos registros de representação semiótica.** In: XV ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2011, Campina Grande. XV EBRAPEM em movimento: desafios e perspectivas. Campina Grande, 2011.

XAVIER, C.S.O. **Avaliação da aprendizagem em matemática: uma abordagem utilizando a lógica fuzzy.** Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2015. 157 f.

PAVANELLO, Regina Maria. **Por que ensinar/aprender Geometria?** Anais do VII Encontro Paulista de Educação Matemática, 2004.