

## CATEGORIZANDO AS PESQUISAS ACERCA DE GEOMETRIA DOS FRACTAIS VIA PERIÓDICOS CIENTÍFICOS BRASILEIROS

*Tiago Pereira*

*Universidade Estadual do Paraná - Campus de Campo Mourão  
tiago025pereira@hotmail.com*

*Fábio Alexandre Borges*

*Universidade Estadual do Paraná – Campus de Campo Mourão  
fabioborges.mga@hotmail.com*

### **Resumo:**

A pesquisa aqui apresentada constitui-se como uma revisão bibliográfica que analisa artigos científicos e relatos de experiência que investigam a temática geometria dos fractais publicados nos periódicos científicos de Educação Matemática do Brasil nos últimos dez anos. A revisão teve por objetivo fazer um levantamento quantitativo dos textos e analisar qualitativamente do que os mesmos tratam, com base em seus objetivos específicos. Focados nesse objetivo, foi realizada a coleta de trabalhos que discorrem acerca dos fractais por meio da ferramenta de busca das revistas *online* e da utilização de palavras-chave pré-determinadas pelos autores. Obteve-se como resultado vinte e sete textos que, após algumas seleções realizadas, com objetivo de dar melhor direcionamento ao trabalho quanto aos nossos objetivos, resultou em cinco categorias aqui discutidas, as quais refletem as temáticas destes textos investigados: o ensino de geometrias não-euclidianas por meio de softwares educacionais; as geometrias não-euclidianas na formação de professores; potencialidade dos fractais para a exploração de outros temas matemáticos; o ensino de geometrias não-euclidianas por meio de materiais manipuláveis e concepções acerca das geometrias não-euclidianas.

**Palavras-chave:** Geometria dos fractais; Ensino de Matemática; Pesquisas brasileiras.

### **1. Introdução**

O texto aqui apresentado traz uma parte de um projeto maior, o qual envolve três acadêmicos de Licenciatura em Matemática participantes do Programa de Iniciação Científica, um estudante do Ensino Médio do Programa de Iniciação Científica Júnior e três docentes, todos vinculados à Universidade Estadual do Paraná, Campus de Campo Mourão. Dentre os objetivos elencados pelo grupo, estão o de realizar pesquisas bibliográficas, propor e aplicar atividades envolvendo a geometria dos fractais em sala de aula, verificando a potencialidade destas atividades. No presente texto, trazemos elementos relativos a pesquisa bibliográfica realizada e categorizada, conforme melhor explicitado nos procedimentos metodológicos.

O matemático Benoit Mandelbrot foi quem apresentou a primeira definição de Fractal. Este geômetra utilizou a informática para estudar o comportamento destes objetos matemáticos (BATISTA, et al., 2012). No início dos anos 80, Mandelbrot nomeou os Fractais

para classificar certos objetos que não possuíam necessariamente dimensão inteira, podendo ter dimensão fracionária. Mandelbrot baseou-se no latim, cujo verbo *frangere* significa criar fragmentos irregulares e fragmentar.

Barbosa (2002) expõe que a Geometria Fractal procura explicar o traçado de formas irregulares, fragmentadas, de saliências e depressões. Para o autor, os Fractais possuem formas geométricas que “constituem uma imagem de si, própria em cada uma de suas partes. Segue que suas partes lhe são semelhantes; propriedade conhecida como auto-similaridade” (BARBOSA, 2002, p. 9).

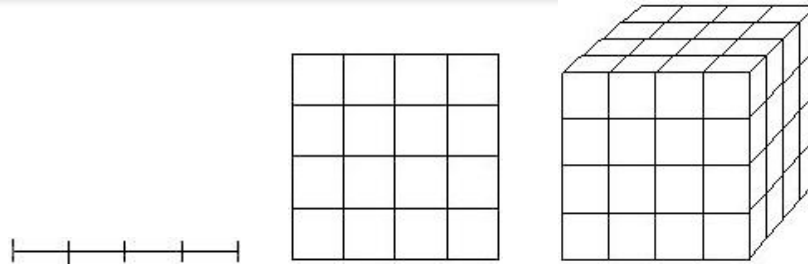
As principais características dos Fractais são a auto-semelhança, a dimensão fracionária e a complexidade infinita. Os Fractais são auto-semelhantes porque o conjunto total é constituído por pequenas réplicas do mesmo conjunto. Qualquer que seja a ampliação considerada, obteremos sucessivas cópias do objeto inicial. No entanto, qualquer que seja o número de ampliações de um determinado objeto fractal, nunca obtem-se a “imagem final”, uma vez que ela poderá continuar a ser infinitamente ampliada. Na Figura 1, temos, a título de exemplo, um modelo de Fractal: o Triângulo de Sierpinski. Neste modelo, percebemos que o segundo triângulo é auto-semelhante ao terceiro triângulo.



Figura 1: Níveis do Triângulo de Sierpinski

Fonte: Autores

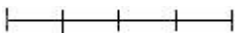
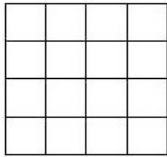
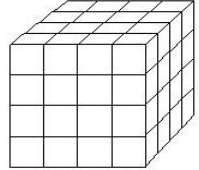
A dimensão de um fractal, ao contrário do que acontece na geometria euclidiana, não é necessariamente um número inteiro; ela pode ser um número fracionário. Para exemplificar a dimensão fractal vamos analisar a dimensão de um cubo, de um quadrado e de um segmento de reta que tem respectivamente dimensões 3, 2 e 1 e possuem propriedade de auto similaridade. As três imagens a seguir podem ser repartidas em objetos auto-similares:



**Figura 2: Dimensões em inteiros**

Fonte: Autores

Na Figura 2 observam-se as seguintes imagens: um segmento de reta, um quadrado e um cubo com cada um de seus lados divididos em quatro partes iguais. No caso do segmento de reta, após a redução ficam-se com  $4 = 4^1$  partes iguais. Com relação ao quadrado, dividindo cada um dos lados em quatro partes iguais, fica-se com  $16 = 4^2$  partes iguais. Efetuando o mesmo processo para o cubo, obtêm-se  $64 = 4^3$  partes iguais. Para todos esses casos, o *coeficiente de redução* ( $r$ ) foi de  $\frac{1}{4}$ . É possível notar, então, que:

Dimensão	Nº de partes em que se divide o objeto	Objeto
1	$4 = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^1}$	
2	$16 = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^2}$	
3	$64 = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^3}$	

**Tabela 1: Número de partes em que se divide o objeto**

Fonte: Autores

Generalizando esse fato:  $N =$  número de partes em que se divide o objeto;  $r =$  coeficiente de redução. Então:

**Dimensão 1:**  $N = \frac{1}{r^1}$ ; **Dimensão 2:**  $N = \frac{1}{r^2}$ ; **Dimensão 3:**  $N = \frac{1}{r^3}$ .

Logo: **Dimensão d:**  $N = \frac{1}{r^d}$ ,  $0 < r < 1$ .

Deste modo, se tiver o número de partes em que se divide o objeto ( $N$ ) e o seu coeficiente de redução ( $r$ ), tem-se:

$$N = \frac{1}{r^d} \quad N = \frac{1}{r^d} \quad d = \frac{\log N}{\log \frac{1}{r}}$$

Com relação à complexidade infinita, o processo gerador dos fractais é recursivo, tendo um número infinito de iterações. Também é possível ampliar quantas vezes desejar sem nunca obter a imagem final.

Inspirados pelas propriedades fractais, ricas em conceitos matemáticos, e pela inserção da geometria fractal no currículo escolar paranaense, por meio das Diretrizes Curriculares do Paraná que norteiam os conteúdos e metodologias estruturantes da Educação Básica (PARANÁ, 2008), decidiu-se realizar uma revisão bibliográfica afim de compreender de que forma a geometria fractal está sendo alvo de pesquisas. Partimos, a princípio, dos objetivos gerais destas pesquisas, com o objetivo de uma categorização. Nosso objetivo é o de contribuir com todos aqueles que almejam discutir as geometrias dos fractais numa perspectiva de ensino de Matemática.

## 2. Procedimentos Metodológicos

A revisão bibliográfica realizada constitui-se em três etapas. Na primeira delas, houve o levantamento dos principais periódicos científicos brasileiros com foco em Educação Matemática. Feito esta listagem de revistas, chegou-se a vinte e oito possíveis periódicos científicos de publicação *online*, com os quais realizaríamos as buscas para encontrar textos que abordassem geometria fractal.

O próximo passo, foi a elaboração de critérios de triagem para seleção dos documentos. Duas questões foram levadas em consideração na hora da busca: espaço de tempo a pesquisar e como realizar a seleção. A resposta para estas indagações veio logo em seguida, decidindo-nos por investigar textos publicados nos últimos dez anos (2006 a 2015), que viessem como resultado de uma busca usando-se as palavras-chave “Fractal”, “Fractais” e “Não euclidianas” na ferramenta de busca das revistas. Feita a busca, encontramos vinte e sete textos utilizados como objeto da revisão bibliográfica que se iniciava. As primeiras análises foram feitas e nos forneceram alguns dados, como: quantidade de textos por revista, palavras chaves de cada texto, ano das publicações, quantia de vezes que as palavras Fractal, Fractais e Não euclidianas apareceram dentro dos textos, instituições nas quais as pesquisas estavam vinculadas, entre outros levantamentos expressivos.

A segunda etapa da revisão é caracterizada por um direcionamento dado a pesquisa, que resultou na filtragem dos textos que viriam a ser analisados. A princípio foi decidido analisar-se apenas os artigos científicos e relatos de experiência, caracterizando assim um direcionamento gênero textual. Estabelecendo este posicionamento, o objeto de pesquisa foi reduzido para vinte e três textos que foram novamente sujeitos a uma tabulação de dados quanto a suas palavras chave para futuramente cotejar tais levantamentos com os resultados obtidos.

Após a seleção, os vinte e três textos foram lidos e o pesquisador produziu o resumo de todos eles, organizando referências, referenciais teóricos, objetivos, identificando a metodologia utilizada e resultados ou considerações, tudo afim de conhecer o seu material de pesquisa.

A terceira e última etapa originou-se após os pesquisadores perceberam que a gama de artigos científicos e relatos de experiência que possuíam tinha enfoque ainda bastante descentralizado, ou seja, usava os fractais ou a geometria dos fractais muitas vezes para exemplificar situações ou mesmo citações de pouca significância para a pesquisa desenvolvida. Partindo disto, novamente articulou-se uma filtragem dos artigos e relatos, com base nos conhecimentos adquiridos pelo pesquisador acerca do material que dispunha. Essa filtragem selecionou apenas os textos que tinham os fractais como um de seus objetos de estudo, totalizando doze artigos científicos e relatos de experiência para análise bibliográfica.

Com todos os textos em mãos, novas leituras foram realizadas. Neste momento, decidimos realizar uma categorização das pesquisas selecionadas a partir dos objetivos principais anunciados em cada um dos textos.

Nessa fase da revisão bibliográfica o pesquisador (primeiro autor), afim de obter um maior aprofundamento no seu material e para evidenciar os objetivos dos doze textos, criou uma ficha de indentificação com todas as informações dos artigos científicos e relatos que seriam pertinentes para a pesquisa. Feito isso, foram obtidos dados, como: estado de origem da pesquisa, instituição de ensino, nível de pesquisa, bem como os objetivos de cada texto para criação de categorias.

Abaixo temos uma tabela que apresenta o corpo teórico da revisão bibliográfica responsável pelas categorias criadas com base nos objetivos desses textos, que serão apresentadas mais abaixo. Dentre os doze trabalhos, quatro são relatos de experiência e, os demais, artigos científicos, vindos de sete diferentes revistas. Ademais, vale mencionar que todos os trabalhos são datados entre os anos de 2010 e 2015, mesmo a revisão contemplando artigos científicos e relatos de experiência da última década. Tal informação já nos traz uma

primeira consideração: o fato de que as pesquisas envolvendo a geometria dos fractais na Educação Matemática têm se intensificado muito recentemente.

Titulo do texto	Periódico científico	Autores
O ensino de probabilidade geométrica por meio de fractais e da resolução de problemas	Revista Eletrônica de Educação	José Marcos Lopes, José Antonio Salvador, Inocêncio Fernandes Balieiro Filho.
Relações entre objetos ostensivos e não ostensivos durante o ensino da geometria do taxista com o uso do geogebra	Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática	Luciano Ferreira, Rui Marcos de Oliveira Barros.
As concepções de geometrias não euclidianas de um grupo de professores de matemática da Educação Básica	Boletim de Educação Matemática	Karla Aparecida Lovis, Valdeni Soliani Franco.
Experenciando materiais manipulativos para o ensino e a aprendizagem da matemática	Boletim de Educação Matemática	Claudemir Murari.
Elipse, parábola e hipérbole em uma geometria que não é euclidiana	Revista Eletrônica de Educação Matemática	José Carlos Pinto Leivas.
A riqueza nos currículos de matemática do Ensino Médio: em busca de critérios para seleção e organização de conteúdos	Revista de Educação Matemática	Marcio Antonio da Silva, Célia Maria Carolino Pires.
Geometrias na segunda fase do ensino fundamental: um estudo apoiado na epistemologia genética	Revista de Educação Matemática	João Debastiani Neto, Clélia Maria Ignatius Nogueira, Valdeni Soliani Franco.
Manipulação e análise de padrões fractais no processo de generalização de conteúdos matemáticos por meio do software GeoGebra	Revista Eletrônica da PUC-SP	Rejane Waiandt Schuwartz Faria, Marcus Vinicius Maltemp.
Aprendizagens matemáticas a partir da construção de fractais	Sociedade Brasileira de Educação Matemática	Teresinha Aparecida Faccio Padilha.
Dobras, cortes e fractais no Ensino Fundamental	Sociedade Brasileira de Educação Matemática	Antônio do Nascimento Gomes, José Antônio Salvado.
Fractais na Educação Básica: Aprendendo com quebra-Cabeças, arte francesa e cartões	Sociedade Brasileira de Educação Matemática	Maria Regina Carvalho Macieira Lopes, Alessandry Amaral, Adriana F. de Matto, Karolina B. Ribeiro da Silva.
Para ler com os alunos uma conversa inicial sobre a geometria dos fractais	Sociedade Brasileira de Educação Matemática	Alexsandra Camara.

### 3. Categorização e Análise

A identificação de categorias se deu *a posteriori*, no sentido de que foram os objetivos principais das pesquisas os responsáveis pela geração de nossas categorias. Tomamos por categoria, os objetivos comuns a mais de um texto que, de certa forma, se destacaram nas abordagens dos autores. Ressaltamos, porém, que as cinco categorias selecionadas estão

representadas em todos os artigos, ou seja, mesmo que uma pesquisa não apresentava em seu objetivo principal elementos de uma determinada categoria, o texto, como um todo, acabava por trazer elementos importantes. Apresentamos a seguir as cinco categorias por nós evidenciadas, bem como uma breve discussão acerca de cada uma delas.

- **O ensino de geometrias não-euclidianas por meio de softwares educacionais**

Vivemos uma fase de extremo avanço tecnológico e as geometrias como um todo encaixam-se perfeitamente com o uso de tecnologias, de acordo com as pesquisas. São diversos os trabalhos que enaltecem essa combinação e provam tangivelmente que o ensino e aprendizagem, ancorado ao uso softwares, especialmente os de geométrica dinâmica, proporcionam ao aluno diversas vantagens na hora do aprendizado, como: facilidade de visualização, construção e manipulação de figuras, bem como a generalização de fórmulas e conceitos.

O trabalho “Manipulação e Análise de Padrões Fractais no Processo de Generalização de Conteúdos Matemáticos por meio do Software GeoGebra”, de Faria e Maltempi (2012), desenvolve muito bem a exploração de vários fractais com o uso do software GeoGebra, realizando a construção e manipulação destes com tal precisão e facilidade que a construção por meio de lápis, papel e régua não permitiria. Além disso, o processo de iterações quando feito no papel encontra-se estritamente limitado a um número menor de etapas, visto que tal construção com o lápis e papel são mais difíceis que no *software*. Neste último, temos ferramentas que já determinam as construções, mesmo que as etapas resultem em traços minúsculos. Além disso, o *software* tem a ferramenta do zoom, que possibilita visualizações de qualquer etapa construída. Partindo disto, podemos afirmar que é mais fácil demonstrar visualmente as famosas propriedades de auto-similaridade, dimensão fracionária e complexidade infinita dos fractais em softwares geométricos.

Nota-se também comum a vários trabalhos uma ponte que é estabelecida entre a construção de fractais geométricos no software e realização de atividades no papel, associando conceitos de perímetro, área e quantidade de figuras ao número de iterações realizadas. Esse processo permite que o aluno use simultaneamente dois caminhos de construção dos fractais: um por meio de papel, lápis e régua e outro com *softwares* de ensino. De maneira geral, todos os trabalhos que abordam *softwares* focam em demonstrar as vantagens fornecidas pelo ensino com o uso destes, cada um com suas metodologias e

peculiaridades, mas sempre compartilhando do mesmo objetivo, ensinar matemática por meio de *softwares* de geometria.

- **As geometrias não-euclidianas na formação de professores**

As geometrias na formação dos professores de matemática são conteúdo estruturante em praticamente todos os cursos de Licenciatura em Matemática, porém, muitas vezes esse ensino se limita apenas as geometrias euclidianas. O Conhecimento acerca de conceitos não-euclidianos é fundamental para todo professor de Matemática e é em cima deste aspecto que surgem trabalhos, pois desconhecer estes pode criar limites de conhecimento matemático para o professor e, conseqüentemente, para o aluno, limitando-o apenas aos elementos da geometria euclidiana.

Além disto, torna-se discussão o fato de como professores que não conhecem a fundo as geometrias não-euclidianas irão trabalhar este conteúdo. A fala de uma professora acerca das reais condições para o desenvolvimento dessa geometria em sala de aula, exposta no trabalho de Caldato e Pavanello (2014), ganha destaque ao apontar o fato de que é alta a probabilidade dos professores não se sentirem seguros e, caso haja falta de horas aulas para trabalhar todo o conjunto de conteúdos que norteiam a série em questão, o assunto geometrias não euclidianas seria um dos primeiros a ser deixado de lado pelo professor, devido a deficiência em sua formação docente, que poderia ser facilmente concertada com cursos de formação continuada sobre as geometrias não euclidianas.

Por fim, vale salientar o que muitos trabalhos deixam evidentes: aprender sobre geometrias não euclidianas amplia a visão de todo licenciando sobre a matemática como um todo e o prepara para poder administrar tais conhecimentos quando lecionar e poder mais do que seguir as recomendações de documentos orientadores, também fornecer desde cedo conhecimentos aos seus alunos de que matemática é bem mais que superfícies planas, cálculos exatos e dimensões inteiras, ajudando assim a formar pessoas que, muito além de saberem aplicar fórmulas, também tenham desenvolvido um pensamento crítico matemático.

- **Potencialidade dos fractais para a exploração de outros temas matemáticos**

A geometria dos fractais apresenta-se como um tema rico em correlação de conteúdos que consegue explorar. Trabalhos que testam as potencialidades da geometria fractal tem sido os mais comuns. Além de se estudar as propriedades da geometria fractal, estes trabalhos



conseguem abordar inúmeros conteúdos matemáticos, tais como: área, perímetro, probabilidade, estudo de padrões, semelhança de figuras, operações com frações, noções de limite e outros, abrindo possibilidade para o ensino dessa geometria da Educação Básica ao Ensino Superior.

Partindo disso, os trabalhos verdadeiramente fazem um experimento de ensino, que muitas das vezes se dão por meio de uma intervenção pedagógica, ensinando determinado conteúdo matemático via geometria fractal. No trabalho de Lopes, Salvador e Filho (2013), “O ensino de probabilidade geométrica por meio de fractais e da resolução de problemas”, temos um bom exemplo disto, em que o ensino de probabilidade geométrica é apresentado e desenvolvido com os alunos por meio dos fractais e da resolução de problemas. A possibilidade de mesclar o estudo de um conteúdo por meio de outro, utilizando mais de um caminho de ensino, como software e papel por exemplo, torna uma aula riquíssima em aprendizagem, pois requer do aluno diferentes conhecimentos e habilidades, além do aproveitamento de tempo que é feito abordando-se simultaneamente mais de um conteúdo. Por outro lado, tal característica requer também do professor um cuidado extra, no sentido de que ele deve ter claro em mente os seus objetivos de ensino, não caindo na “tentação” de abordar temas os quais os seus alunos não tenham condição de compreender naquele momento.

Nas considerações finais dos trabalhos, é possível evidenciar uma uniformidade quanto ao sucesso de todos eles ao usar geometria fractal para explorar outros conteúdos matemáticos intrínsecos nesse ensino. O sucesso dessa temática muitas vezes se deve a beleza dos fractais, sua simetria perfeita ou mesmo ao uso integrado dos softwares e materiais manipuláveis que estimulam a curiosidade dos alunos e empenho na realização das atividades, tornando possível a exploração matemática de maneira prazerosa.

- **O ensino de geometrias não-euclidianas por meio de materiais manipuláveis**

Tema frequente dos textos, o uso de materiais manipuláveis na disciplina de Matemática é um importante instrumento de ensino que possibilita ao aluno partir de algo conhecido para outros temas mais abstratos, como teoremas, fórmulas e conceitos, sendo assim um subsídio importante para o aluno ter um ponto de partida na tarefa de tornar algo que ele apenas conhece cotidianamente em um conhecimento mais sistemático.

Materiais manipuláveis, como papel, espelhos, recortes e dobraduras são os mais recorrentes no ensino de geometria, sejam elas euclidianas ou não. Os mesmos possuem um

caráter lúdico e por isso muitas vezes despertam o interesse e empenho dos alunos na realização das atividades, o que sem dúvidas favorece e muito no ensino e aprendizagem dos estudantes e professores.

Um dos trabalhos, “Experienciando Materiais Manipulativos para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática”, de Murari (2011), aborda a criação de fractais por meio de caleidoscópios, o que atrai os estudantes pela visão que o objeto proporcionava. Outro cria fractais por meio de dobras no papel e extração de recortes, feitos também em folha, intitulado “Dobras, Cortes e Fractais no Ensino Fundamental”, de Salvador e Gomes (2012). Essa interação que os materiais manipuláveis propiciam ao por em contato o aluno com o próprio objeto da análise, que é até algumas vezes criado por ele, como no caso das dobraduras, tiram os estudantes do papel de meros expectadores de uma aula e os colocam como participantes da criação do conhecimento, além de também mudar a função do professor, que passa de propagador de conhecimentos para direcionador deste, tornando-se alguém que, ao invés de conduzir o ritmo da aula, orienta o aluno nas suas próprias escolhas de construção ou manipulação do material, que o leva a ser autor do seu próprio aprendizado.

Ademais, é consenso entre todos os textos que não existe apenas uma maneira de se ensinar e aprender geometria. Também é evidente que, para o uso de quaisquer métodos de ensino, é preciso domínio de conteúdo e da metodologia a ser usada por parte do professor, apostando sempre em atividades motivadoras para o aprendizado dos alunos. Mediante ao atendimento desses dois critérios, pode-se afirmar, com base nos textos, que o uso de materiais manipuláveis é um meio muito eficaz para o ensino e aprendizado de geometria, contanto que estes sejam sempre usados com vistas às formalizações matemáticas, à abstração do conhecimento.

- **Concepções acerca das geometrias não-euclidianas**

As concepções de professores, sejam eles da Educação Básica ou Ensino Superior, também foram alvo de pesquisas. Especificamente no caso do Paraná, a inclusão das geometrias não euclidianas no currículo da Educação Básica fomentou ainda mais discussões que inspiraram trabalhos a respeito deste assunto, os quais, em sua maioria, alertam para o despreparo de parte dos professores para o trabalho com o “novo” assunto.

Uma pesquisa exposta no trabalho “As Concepções de Geometrias não Euclidianas de um Grupo de Professores de Matemática da Educação Básica”, de Lovis e Franco (2015), embasada em dados obtidos com licenciados em matemática, afirma que grande parte dos

professores investigados não teve contato com as geometrias não euclidianas em sua formação docente e todos os vinte e sete professores investigados nunca tiveram contato com qualquer geometria não euclidiana na Educação Básica.

Outro trabalho, de Neto, Nogueira e Franco (2013), intitulado “Geometrias na segunda fase do ensino fundamental um estudo apoiado na epistemologia genética”, analisou os próprios alunos para saberem se o fato de possuir conceitos euclidianos pode interferir no aprendizado de outros não euclidianos, o que caracterizaria um obstáculo didático. Por meio de atividades com alunos que já conhecem e outros que ainda não estudaram conceitos euclidianos, os autores evidenciaram que a obtenção de conceitos euclidianos pode atrapalhar no estudo de não euclidianos, quando não fixados de maneira correta pelo aluno,

Ademais, vemos também citações no trabalho “Geometrias na segunda fase do ensino fundamental: um estudo apoiado na epistemologia genética”, de Neto, Nogueira e Franco (2013), que defendem o ensino das geometrias não euclidianas antes de abordagens euclidianas, pois, ancorados nas teorias de Piaget e Inhelder, as crianças formam primeiro as ideias da geometria topológica, seguidos da projetiva e só então começaram a entender os conceitos que norteiam a geometria de Euclides.

#### 4. Considerações Finais

A pesquisa relatada neste texto, que ainda encontra-se em fase de desenvolvimento, objetivou identificar de que forma as pesquisas, com formato de artigo e relato de experiência, publicadas nos periódicos brasileiros científicos de publicação *online* com foco em Educação Matemática, têm abordado a temática fractal.

Essa pesquisa, que se caracterizou como um revisão bibliográfica, possibilitou aos autores criarem categorias para estes textos, embasados nos objetivos de cada um, que trazem as informações de como os fractais vem sendo explorados em pesquisas na última década.

Esperamos ainda poder extrair deste material ideias que possam subsidiar a elaboração ou reelaboração de atividades envolvendo fractais para aplicações na Educação Básica, o que se configura como a continuidade das pesquisas do grupo envolvido.

#### Referências

BARBOSA, Ruy Madsen. **Descobrendo a Geometria Fractal para a sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

BATISTA, M. C.; DEGTIAR, S.; FANCA JUNIOR, D. C.; SILVA, A. T.; BOHM, P. A. F.; OLIVEIRA, C.; SANCHES, F. M.; PORFIRIO, M. R.; BARRETO, M. R. **Antigas invenções modernas explicações**. 1 ed. Maringá: Massoni, 2012. v.2.

CALDATTO, E.M.; PAVANELLO, M. R. O Processo de Inserção das Geometrias Não Euclidianas no Currículo da Escola Paranaense: A visão dos professores participantes. **Boletim de Educação Matemática**. São Paulo, V.28, n.48, p. 42-63, 2014.

FARIA, S. W. R.; MALTEMPI, V. M. Manipulação e Análise de Padrões Fractais no Processo de Generalização de Conteúdos Matemáticos por meio do Software GeoGebra. **Revistas Eletrônicas da PUC- SP**. São Paulo, v.5, n.1, p.1-15, 2012.

GOMES, A. N.; SALVADOR A. Dobras, Cortes e Fractais no Ensino Fundamental. **Educação Matemática em revista**. São Paulo, Ano 17, n. 37, p.5-13 novembro 2012.

LOPES, M. J.; SALVADO, B. J.; FILHO B. F. I. O ensino de probabilidade geométrica por meio de fractais e da resolução de problemas. **Revista Eletrônica de Educação**. São Paulo, v. 7, n. 3, p.47-62, 2013.

LORENZATO, Sergio. **Por que não ensinar Geometria?** A Educação Matemática em Revista, São Paulo, v.4, n.4, pp.3-13, 1995.

LOVIS, A. C.; FRANCO, S.V. As Concepções de Geometrias não Euclidianas de um Grupo de Professores de Matemática da Educação Básica. **Boletim de Educação Matemática**. São Paulo, v. 29, n. 51, p. 369-388, abr. 2015.

MURARI, C.; Experienciando Materiais Manipulativos para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática. **Boletim de Educação Matemática**. São Paulo, v. 25, n. 41, p. 187-211, 2011.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação do. **Diretrizes Curriculares de Matemática para a Educação Básica Matemática**. Curitiba, 2008.

NETO, D. J.; NOGUEIRA, I. M. C.; FRANCO, S. V. Geometrias na segunda fase do ensino fundamental um estudo apoiado na epistemologia genética. **Revista de Educação Matemática**. São Paulo, v. 21, n. 40, p. 75-104, dez. 2013.