

O DIABO DOS NÚMEROS: UMA ANÁLISE DAS POSSIBILIDADES DE ENSINAR MATEMÁTICA POR MEIO DE UM PARADIDÁTICO

*Antomar Araújo Ferreira
Escola de Educação Básica da Universidade Federal de Uberlândia
antomar@eseba.ufu.br*

*Reines Rosa Filho
reinesfilho@yahoo.com.br*

Resumo:

Este trabalho apresenta uma análise do livro “O diabo dos números”, de Hans Magnus Enzensberger, que conta a história de Robert, um menino de pijama azul, que sofre com temidos problemas matemáticos, porém surge em seus sonhos um diabinho chamado Teplotaxl que lhe mostra como a matemática pode ser divertida e interessante. Esta análise, no entanto, buscou estabelecer uma relação episódio/ano de ensino/conteúdo a fim de auxiliar professores de matemática que buscam inovar suas práticas pedagógicas, utilizando cada história (sonho) como possibilidade de ensino na introdução e desenvolvimento dos diversos conteúdos presentes na obra. Para promover o conhecimento estrutural da obra, tem-se no texto, uma síntese dos episódios, composta de observações que, sem dúvida, serão importantes para o educador que tiver interesse em utilizá-la em suas aulas, além de um quadro que apresenta todos os conteúdos presentes no livro, que estão dispostos respeitando a cronologia dos sonhos.

Palavras-chave: livro paradidático; educação matemática; ensino-aprendizagem.

1. Introdução

A Matemática é uma área do conhecimento importante, presente em tudo que existe e essencial para o desenvolvimento da humanidade.

O ensino desta ciência sempre foi marcado por rigorosas fórmulas e algoritmos que, possivelmente, são os causadores da insatisfação, da falta de comprometimento e do baixo rendimento escolar dos alunos, que de maneira em geral são forçados a memorizar ou assimilar conteúdos distantes de suas realidades. Comumente não são utilizadas situações do dia a dia, o que, sem dúvida, poderia contribuir para uma aprendizagem significativa e tornar a Matemática mais interessante.

Segundo Toledo (1997, p.10), “A saída encontrada pelos alunos é memorizar alguns procedimentos que lhes permitem chegar aos resultados exigidos pelo professor”. Esta saída, porém é inútil, pois de acordo com Valente (1998, p.91), “[...] a aprendizagem pode ocorrer basicamente de duas maneiras: a informação é memorizada ou é processada pelos

esquemasmataise agregada a esses esquemas. Neste último caso o conhecimento é construído”. Desta forma, entende-se que o aluno só aprende se ele conseguir associar o prático com o teórico.

Entretanto no livro “O diabo dos números”, Hans Magnus Enzensberger consegue escrever uma sequência metodológica, trazendo os conteúdos matemáticos de forma clara e objetiva, proporcionando ao leitor uma linha de raciocínio que prima pela objetividade, partindo sempre do básico em direção as ideias mais abstratas sobre o assunto.

Tendo em vista a proposta de estabelecer uma relação episódio/ano de ensino/conteúdo, a fim de auxiliar professores de matemática que buscam inovar suas práticas pedagógicas, propomos a utilização de cada história (sonho) como possibilidade de ensino na introdução e desenvolvimento dos diversos conteúdos presentes na obra. Para alcançar o objetivo foi necessário conhecer os episódios, analisar os conteúdos matemáticos presentes e classificá-los de acordo com o ano de ensino.

2. Os episódios e a relação com o ensino de Matemática

A obra está dividida em doze sonhos e conta a história de Robert, um menino de pijama azul que sofre com temidos problemas matemáticos, que para ele são inúteis e difíceis de compreender. Porém surge em seus sonhos um diabinho chamado Teplotaxl que tenta lhe mostrar como a matemática pode ser divertida e interessante.

O primeiro episódio (primeira noite) da obra mostra a realidade da maioria dos estudantes, o medo de se estudar matemática. Robert relata suas experiências com seus sonhos estranhos. Cansado de sonhar que estava sendo engolido por um peixe enorme e repugnante ou que de tanto querer uma bicicleta, era desafiado a destrancar um cadeado onde a sequência era sempre a mesma, 12345. E é nesses sonhos que aparece Teplotaxl, com os seus truques e espertezas, convidando Robert a se aventurar neste mundo tão incrível que é a matemática. Nesta primeira noite são abordados conteúdos como: proporcionalidade; números naturais; sucessor natural; ideia de infinito; divisão e multiplicação de naturais; fração própria e um breve comentário sobre o uso da calculadora.

No segundo sonho, Teplotaxl mostra a Robert a importância do número zero, sua expressiva contribuição para o desenvolvimento da matemática e como a civilização romana tinha dificuldades em escrever e fazer contas, visto que não conheciam o zero e seu sistema

denumeração era composto por letras e não números. Esta história por mais simples que seja, pode fazer com que os alunos se aprendam com maior facilidade.

Além desses conteúdos, o autor cria situações em que se pode de maneira simples, porém objetiva, tratar de assuntos como: noção de limite; sequências; números inteiros; multiplicação de números naturais (dando o primeiro passo para a compreensão de potência de números naturais); potenciação de naturais (onde é trabalhado empregando a ideia de números que saltam) e decomposição de naturais (destacando suas unidades, dezenas, centenas e unidades de milhar).

Neste sonho destaca-se o modo como é abordado a potenciação de números naturais, sendo iniciada através da repetição de várias multiplicações com o mesmo número tornando a escrita repetitiva e cansativa, porém somente depois de vários exemplos é que se revela como este procedimento pode ser simplificado, utilizando apenas um número acima do qual se quer multiplicar, formalizando assim a ideia de potenciação.

Na terceira noite, Robert aguardava ansioso a hora de reencontrar com Teplotaxl, para que pudesse dar a ele uma lição e mostrar que também sabia algo sobre a matemática. Porém o diabo dos números aparece de repente (como sempre) e sem que Robert tivesse tempo de falar algo, já foi dizendo qual seria a aventura da noite: divisão com números naturais.

Este conteúdo apesar de trabalhado em sala merece maior atenção por parte dos educadores matemáticos. Enzensberger (1997, p.50) na fala de Robert, cita: “[...] quando se trata de mais, menos ou vezes, toda conta dá certo. Só na hora de dividir é que não dá. Aí vive sobrando um resto, e eu acho isso uma chateação.” O relato de Robert exemplifica bem a dificuldade dos alunos ao resolver uma divisão por mais óbvia que seja. Se envolver números decimais, no entanto as dúvidas sempre são as mesmas: “O que eu faço com o resto?”, “Onde eu coloco a vírgula?”, “Qual eu abaixo?”, etc. Essas são apenas algumas situações vividas numa sala de aula, e provavelmente sejam essas dúvidas que cada vez mais afastam os alunos da Matemática, tornando-a cansativa.

O autor cria nesta terceira noite, uma sequência de acontecimentos iniciados na divisão de números naturais, passando pela impossibilidade de se dividir um número ou qualquer coisa por zero, sendo esta situação justificada pela operação inversa da divisão, ou seja, a multiplicação. O autor propõe então o número 19 (dezenove), e ao ver que só existiam

dois números que dividiam o mesmo, cria-se, por conseguinte a porta de entrada para os números primos.

Os números primos neste episódio merecem ênfase, pois o autor trabalha com a ideia de divisibilidade juntamente com um quadro em que estão os números que vão do 2 (dois) até o 50 (cinquenta), o Crivo de Erastóstenes. O critério utilizado é o da eliminação, ou seja, tomando o 2 (dois) como exemplo, pode-se concluir que este é um número primo pois só é divisível por 1 (um) e por ele mesmo, e conseqüentemente todos os seus múltiplos não são primos, tornando-o assim o único primo par que existe.

O quarto episódio se inicia com o uso da calculadora, e o objetivo do seu uso é mostrar com mais facilidade como certas frações próprias quando escritas na forma decimal, tornam-se números especiais conhecidos como dízimas periódicas.

O diabo dos números explica a Robert como esses números são imprevisíveis e ao mesmo tempo incríveis, pois sua formação pode ocorrer desordenadamente (sem formação de períodos) ou ordenadamente (com períodos regulares). Esta formação, no entanto é discutida, destacando as posições referentes a cada um dos números após a vírgula (casas), sendo estes decompostos a fim de criar uma adição justificando de tal modo cada posição. A operação inversa também é debatida, mostrando que estes números não são passíveis de volta, ou seja, a multiplicação do resultado com o seu quociente não retornam ao número inicial. Diante desse problema o autor trabalha com noções de limites, dando a ideia simples, porém válida de como tal conteúdo funciona.

O autor relembra ainda a questão da potenciação de números naturais, elaborando alguns exemplos, tendo como alvo iniciar a apresentação da sua operação inversa, neste caso a radiciação com índice dois ou simplesmente raiz quadrada.

O uso da calculadora é empregado em quase todo sonho, o que para alguns educadores não é interessante, pois restringe o pensamento do aluno tornando-o dependente de tal recurso, podendo futuramente comprometer seu rendimento em sala de aula. Em contrapartida existem aqueles que defendem seu uso apoiando-se no princípio da necessidade de mais agilidade e praticidade na resolução de conteúdos mais abstratos favorecendo o ganho de tempo com as operações aprendidas e trabalhadas anteriormente. Os Parâmetros curriculares Nacionais - PCN's, por sua vez reforçam de certa forma este recurso com a finalidade de

verificar resultados, corrigindo possíveis erros e servindo de importante meio de autoavaliação.

A calculadora favorece a busca e percepção de regularidades matemáticas e o desenvolvimento de estratégias de resolução de situações-problemas, pois ela estimula a descoberta de estratégias e a investigação de hipóteses, uma vez que os alunos ganham tempo na execução dos cálculos. (BRASIL, 1998, p.45)

Neste quarto sonho, destaca-se o método empregado pelo autor ao demonstrar geometricamente como se extrai uma raiz quadrada de um número natural, exemplificando com maior riqueza de informação tudo aquilo visto anteriormente, e o emprego das operações inversas que sem dúvida são informações extras que possibilitam aos alunos melhores visualizações dos conteúdos trabalhados em sala.

A apresentação da quinta noite se passa num deserto. O diabo dos números conduz Robert a uma experiência inicial com os números triangulares, mostrando-o como são formados e suas principais características. Essas características, no entanto são apresentadas gradativamente e propositalmente a fim de indicar a Robert que neles, estão presentes diversas operações e procedimentos vistos em sonhos passados resultando assim em regularidades curiosas que são encontradas apenas nesses tipos de formações. Um exemplo delas é a adição dos dois primeiros termos do triângulo, que resulta no seu terceiro posicionado abaixo dos demais e assim sucessivamente.

Além dos triangulares, o autor também citou os números quadrangulares, introduzidos inicialmente com cubos de gelo perfilados em formação quadrada, mostrando com mais simplicidade sua construção e melhorando, portanto a visualização de suas características e curiosidades.

Neste quinto sonho merece destaque o artifício empregado para se introduzir os números triangulares, partindo de uma situação comum e claramente imaginável pelo autor, que é a utilização de cocos que devidamente posicionados reproduzem bem um modelo de triângulo equilátero, dando assim base estrutural sólida para discorrer sobre o assunto sem receios de interpretações falsas. E explorando o tema, o autor consegue brevemente ponderar sobre outros conteúdos como: sequências; adição; multiplicação; soma dos termos de uma P.A finita (progressão aritmética); potenciação de naturais, além, é claro, de curiosidades que seguramente atraem a atenção dos educandos para o conteúdo trabalhado.

Na sexta noite o tema foi a interação da matemática com a natureza. Este foi o recurso empregado pelo autor para inserir os números de Bonatchi (Sequência de Fibonacci), contextualizando conteúdo que é pouco enfatizado e comumente não é atribuído significado ou se mostra aplicação no cotidiano do aluno. Neste episódio o autor cria uma situação onde coelhos são usados como base das explicações, pois o tempo de procriação destes animais, ou seja, o período de uma cria para outra são regulares e basicamente os mesmos intervalos encontrados na formação da sequência de Fibonacci. Os dados obtidos no decorrer do sonho foram dispostos em um quadro com o intuito de melhorar a compreensão dos resultados, visto que, para alguns educandos ou leigos no assunto, esta concepção pode ser um tanto complexa devido ao grande número de procriações (sequências) utilizadas pelo autor.

Neste episódio foram destacadas as particularidades (curiosidades) desta formação, assim como a possibilidade de uma provável interdisciplinaridade, visto que, o conteúdo referente à procriação é pertencente às ciências biológicas, e a utilização de coelhos além de aceitável por todos, cria um aumento quase que involuntário no grau de absorção dos dados formalizados, e essa assimilação posteriormente ajuda os alunos a não se perderem com os conteúdos facilmente, pois de acordo com Lorenzato (2006, p.17): “[...] Palavras não alcançam o mesmo efeito que conseguem os objetos ou imagens, estáticas ou em movimento. Palavras auxiliam, mas não são suficientes para ensinar”.

Na sétima noite, o autor viaja pela incrível formação do triângulo de Pascal, destacando sua intrigante construção, conhecido a pelo menos 2 mil anos e cuja autoria ainda é desconhecida.

Na introdução do conteúdo o autor prima pela facilidade na compreensão utilizando somente materiais comuns, facilmente encontrados em escolas, mesmo que estas sejam menos favorecidas de recursos. A construção do triângulo de Pascal se deu com a utilização de cubos ou blocos que na história eram luminosos, no entanto é bom lembrar que é um sonho e em sonhos tudo é mais fácil e possível. Porém com uma linguagem conhecida, tudo de essencial é explorado, retornando a conteúdos já vistos e comentados. As visualizações das propriedades são facilmente notadas pela diferenciação por cores chamativas, que certamente auxiliam na aprendizagem, evitando assim a desatenção.

A oitava noite se inicia na classe de Robert. O diabo dos números cria uma situação com os colegas de Robert para lhe ensinar os princípios da contagem. Inicialmente foi trabalhada a ideia da troca de lugares (permutação), os mesmos foram perfilados e suas localizações nas cadeiras foram diversas vezes trocadas, exemplificando com clareza como tal conteúdo funciona chegando assim ao número fatorial. Em seguida trabalhou-se com a ideia dos apertos de mão (combinação sem repetição), simulando quantos apertos seriam dados se todos se cumprimentassem, e foi nesse exemplo que Robert notou a semelhança dos números obtidos com aqueles vistos no triângulo de Pascal, pois cada resultado encontrado correspondia a uma fileira deste triângulo, entrelaçando então um conteúdo ao outro.

Dando continuidade ao assunto, o diabo dos números trabalha de modo análogo demais conteúdos como: combinação com repetição; relembra a sequência de Fibonacci; assim como os números triangulares; e a combinação de n elementos num conjunto.

Esta parte da matemática, no entanto é certamente uma das mais difíceis para os alunos que não conseguem assimilar de imediato suas propriedades e aplicações, pois como já comentado, não são todos os educadores que se preocupam em levar para sala de aula situações do contexto, mesmo cientes que uma aula semelhante aeste episódio, onde todos participam, torna-se mais compreensível ao aluno.

A nona noite trata das séries harmônicas e geométricas, em que o autor inicia o estudo tomando por base uma tabela de sequências numéricas contendo: os números naturais; os números ímpares; os primos; a sequência de Fibonacci; os números triangulares; potência de base 2 e fatorial. Daí por diante, faz-se uma breve análise de sua construção caminhando para demais temas como: limite (onde a soma dos termos tende a zero e ao infinito), e a própria ideia de infinito.

Durante as explicações, os exemplos conduziram o pensamento às concepções de quantidades, pois em um dos exemplos é debatida a veracidade da existência de números ímpares na mesma proporção dos números naturais, o que deixou Robert um tanto desconfiado, pois para ele era controversa essa afirmação justamente porque os ímpares eram exatamente a metade dos naturais.

Esse tipo de comportamento é comum aos educandos que ainda não detêm sua capacidade de abstração, visualizando apenas o que para eles parece ser o mais óbvio. Contudo essa habilidade pode ser atingida, a partir do momento em que o professor desafia o aluno a pensar por conta própria, questionando suas respostas e orientando-o a adquirir maior rigor matemático. Este tipo de orientação certamente ajuda o educando não somente a descobrir regularidades ou informações implícitas nos conteúdos, como também irá lhe auxiliar na resolução de problemas, pois sua capacidade de investigar é ativada, tornando-o capaz de resolver e interpretar os mais diversos tópicos da matemática.

Carvalho (2005, p.6) faz comentários sobre este assunto em que salienta a importância deste estímulo, pois a tentativa de deixar o aluno independente contribui para sua formação matemática, além da social tornando-o capaz de resolver outras situações de igual ou maior dificuldade.

A décima noite se passa num cinema onde Robert sentado numa poltrona o assistia quase morrendo de frio, em meio ao nada. De repente Teplotaxl surge atrás dele e a partir dos flocos de neve que caíam, começaram a discutir sobre sua formação perante a sequência de Fibonacci.

Durante as discussões, foram trabalhadas algumas curiosidades e regras que conduziram a história ao número de ouro. A partir dessa ideia o autor desenvolve uma sequência de fatos que direciona os acontecimentos passando pela geometria plana (com breves exemplos de ponto, vértice, linha e suas relações), e a geometria espacial (trabalhando a ideia de planificação e a relação de Euler), sempre interligando cada conteúdo ao número de ouro.

A apresentação do número de ouro envolvendo diferentes conteúdos que a princípio não teria nenhuma relação implícita na concepção do aluno, ajuda-o a perceber como a matemática se relaciona entre si e como cada conteúdo depende dos demais. Neste método, o autor, como de costume, utiliza-se de vocabulário próprio para expressar alguns fatos, como é o caso do emprego da palavra “nós” quando se referia ao ponto.

Na décima primeira noite, Robert sonhou que estava sendo perseguido pelas ruas da cidade por vários professores Bockel. Estaparte do sonho só teve fim quando o diabo dos

números o agarrou e o puxou para uma galeria de vidro, onde em fim puderam conversar sem que nenhum professor Bockel os perturbasse.

Enfim, Robert se mostrou mais exigente diante dos truques e espertezas de Teplotaxl, pois o questionou sobre como as coisas funcionam, como tudo o que ele escutara desde o começo se justificaria de maneira mais sólida e precisa. Por sua vez o Diabo começou a explicar alguns problemas que os matemáticos enfrentam em relação a essas demonstrações, dizendo que fácil era mostrar uma coisa, porém difícil às vezes era provar se tal fato realmente teria uma base sólida, sendo inquebrável para o resto da vida (demonstração finalizada), visto que falsas induções e criações inacabadas são comuns a esta ciência tida como exata equivocadamente. A matemática é uma área do conhecimento em constantes transformações e está aberta para futuras descobertas mesmo que estas durem milhares de anos.

O autor neste sonho destaca a demonstração dos conteúdos, que se feita de acordo com cada nível de conhecimento, certamente pode favorecer o processo de ensino-aprendizagem, pois daria ao aluno um alicerce confiável podendo percorrê-lo sem receio de cair no meio do rio, a exemplo da passagem citada na obra.

Na décima segunda e última noite de sonho, o diabo dos números visita Robert e lhe entrega um convite de um jantar que iria acontecer no inferno dos números/paraíso dos números. Neste inferno Robert teve a honra de conhecer matemáticos ilustres como: Gauss (inventor dos números complexos); Lord Russel que provou que $1 + 1 = 2$; o inventor do PI, do número 1 (um) e do 0 (zero), dentre outros dezenas de matemáticos que estavam ali à sua volta. Após o término do jantar Robert ficou conhecendo um dos membros do inferno dos números, que lhe acolheu no grau mais baixo dos aprendizes dos números, concedendo-lhe um medalhão contendo uma estrela dourada de cinco pontas da Ordem Numérica Pitagórica de Quinta Classe, tornando-o o mais novo aprendiz daquela organização.

Depois deste dia Robert nunca mais sonhou com o seu amigo Teplotaxl, e na escola, pode perceber que suas habilidades matemáticas haviam melhorado graças ao medalhão que trazia consigo, pois desta vez o sonho tinha se transformado em realidade.

Neste último episódio, o autor se utiliza de uma ferramenta importante no ensino da matemática, que é a sua própria história, contada de forma simples a fim de direcionar a

atenção do educando para uma realidade comumente vista por eles como mágica, e não como ciência. Este instrumento de apoio tem sua importância citada nos PCN's, onde sua utilização visa esclarecer concepções matemáticas tornando o aluno mais crítico diante de seus estudos individuais ou em grupos.

Em muitas situações, o recurso à história da matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns 'porquês' e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento. (BRASIL, 1998, p.43)

No entanto ainda segundo os PCN's, este recurso necessita de cuidados para que o professor não encha o seu plano de aula com historinhas, onde o aluno possa se perder em datas ou nomes que na realidade não são tão primordiais como lhes são apresentados.

[...] essa abordagem não deve ser entendida simplesmente que o professor deva situar no tempo e no espaço cada item do programa de Matemática [...], mas que encare como um recurso didático com muitas possibilidades para desenvolver diversos conteúdos [...]. Ibidem (p.43)

3. Relação episódio/série/conteúdo.

Todas as situações matemáticas presentes nesta obra foram analisadas e classificadas, criando-se uma tabela que relaciona os episódios (sonhos), com a indicação do(s) ano(s) de ensino que podem ser abordadas e os respectivos conteúdos matemáticos envolvidos nestas situações.

EPISÓDIOS	ANO ESCOLAR	CONTEÚDO
1º sonho	6º ao 9º ano do Ensino Fundamental	Proporcionalidade; ideia de infinito; números naturais; sucessor natural; multiplicação de números naturais; frações.
2º sonho	6º ao 9º ano do Ensino Fundamental	O número zero; números romanos; limite (noção); números inteiros; operações com números inteiros; sequência numérica; multiplicação de naturais; potenciação de naturais; e decomposição de naturais.
3º sonho	6º ao 9º ano do Ensino	Divisão de naturais com e sem resto; divisão por zero; números pares; números primos; crivo de

	Fundamental	Eratóstenes; divisibilidade.
4° sonho	6° ao 9° ano do Ensino Fundamental	Proporcionalidade; Fração própria; números racionais (destaque para as dízimas periódicas) e irracionais; potenciação; radiciação; multiplicação, divisão, adição e subtração de naturais; sequência.
5° sonho	6° ao 9° ano do Ensino Fundamental e 1° ano do Ensino Médio	Números triangulares e quadrangulares; sequência; potenciação; operações básicas com naturais; números ímpares.
6° sonho	1° ao 3° ano do Ensino Médio	Sequência de Fibonacci.
7° sonho	6° ao 9° ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio.	Divisibilidade por 3, 4 e 5; Triângulo de Pascal e sequência.
8° sonho	2° ano do Ensino Médio	Fatorial; combinação de n elementos num conjunto; combinação com e sem repetição; análise combinatória; sequência de Fibonacci; números triangulares; permutação.
9° sonho	6° ao 9° ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio.	Séries harmônica e geométrica; sequências numéricas; e limite (tendendo a 1 e ao infinito).
10° sonho	6° ao 9° ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio.	Número de ouro; sequência de Fibonacci; geometria plana e espacial
11° sonho	6° ao 9° ano do Ensino Fundamental e Ensino Médio.	Comentários sobre as demonstrações matemáticas (provas), as conjecturas e a falsa indução.
12° sonho	6° ao 9° ano do Ensino Fundamental	História da Matemática; soma dos termos de uma P.A. finita.

Tabela 1: Relação episódio/ano escolar/conteúdo

4. Considerações

A principal resposta para a realização deste trabalho foi sem dúvida o de contribuir com o aumento de material de pesquisa aos professores que buscam constantemente se aprimorarem suas práticas educacionais, visando a desmistificação da matemática, apresentando-a aos seus alunos de modo simples e divertido, mudando neles a concepção de que esta ciência é complicada e sem sentido para suas vidas, mostrando-lhes ainda que símbolos, fórmulas e cálculos complicados não passam de simples necessidades para aplicações no seu dia-a-dia, pois, nem sempre as dificuldades encontradas pelos estudantes na Matemática são problemas dos próprios estudantes mas sim do resultado de uma inadequação à forma como a matemática é ensinada nas escolas.

Entendemos que caberá a cada educador desenvolver seu próprio método de ensino, se possível baseado nas melhores e mais apropriadas metodologias, sendo o docente capaz de revelar aos alunos o real sentido da matemática.

5. Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** / Secretaria da Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998.

CARVALHO, Ana Márcia Fernandes Tucci de. **Fundamentos Teóricos do Pensamento Matemático**. Curitiba: IESDE Brasil S.A., 2005.

ENZENSBERGER, Hans Magnus. **O diabo dos números**. Trad. Sérgio Tellaroli. São Paulo: Cia. das Letras, 1997.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006. (Coleção formação de professores)

TOLEDO, Marília. **Didática de matemática: como dois e dois: a construção da matemática**. São Paulo: FTD, 1997. (Conteúdo e metodologia)

VALENTE, José Armado. **Análise dos diferentes softwares usados na educação. Salto para o futuro: TV e informática na educação**. Brasília: secretaria de Educação a Distância. Ministério da Educação e do Desporto. 1998.