

## UMA ANÁLISE DA COMPREENSÃO DE ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS DE PROFESSORAS DO ENSINO FUNDAMENTAL

*Larissa Elfisia de Lima Santana  
Universidade Estadual do Ceará  
larissalimasant@gmail.com*

*Silvana Holanda da Silva  
Universidade Estadual do Ceará  
silvana@virtual.ufc.br*

*Francisca Wellingda Leal da Silva  
Universidade Estadual do Ceará  
wellingdaleal@gmail.com*

*Rayssa Melo de Oliveira  
Universidade Estadual do Ceará  
rayssamelodeoliveira@gmail.com*

*Marcilia Chagas Barreto  
Universidade Estadual do Ceará  
marcilia.barreto@uece.br*

### **Resumo:**

A presente pesquisa é oriunda de um processo de formação continuada, para professoras dos anos iniciais baseada na Teoria dos Campos Conceituais, mais especificamente no campo das estruturas multiplicativas. Esse referencial teórico compreende um conjunto de elementos, com múltiplas relações, que exigem, tanto de quem ensina quanto de quem aprende, o trabalho com atividades que vão além dos procedimentos de multiplicar e dividir. Portanto, o presente estudo objetiva examinar quais aspectos das estruturas multiplicativas trabalhado na formação foram considerados na elaboração e classificação de problemas relativos a este Campo. A coleta dos dados aconteceu por meio da aplicação dos instrumentais: i) classificação de situações; ii) elaboração de situações. Os resultados evidenciaram que as professoras não tiveram dificuldades significativas na classificação dos problemas. Contudo, evidenciamos equívocos em proposições dos eixos de Proporção Simples e Comparação Multiplicativa. É possível que o processo formativo tenha contribuído para a precisão na classificação dos problemas feita pelas docentes e já na elaboração teve abordagem de mais eixos.

**Palavras-chave:** Formação de Professores; Teoria dos Campos Conceituais; Estruturas Multiplicativas.

## 1. Introdução

Esta investigação consiste em um recorte de uma pesquisa que propôs um processo de formação continuada desenvolvida em Fortaleza e pautada no modelo colaborativo aprovada pela CAPES/ INEP, no âmbito do projeto Observatório da Educação – OBEDUC - 2013/2016. O projeto intitulado “Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental”<sup>1</sup> consiste em uma proposta de pesquisa realizada em rede, envolvendo três estados: Ceará, Bahia e Pernambuco e tem o objetivo de investigar e intervir na prática de ensino de professores do Ensino Fundamental que ensinam Matemática tendo como suporte a Teoria dos Campos Conceituais das estruturas multiplicativas.

Esse projeto contou com a participação de quatro escolas públicas que atuam no Ensino Fundamental em cada estado, exceto o estado da Bahia que tem a cooperação de cinco escolas participantes. Por meio de uma pesquisa baseada no modelo colaborativo, buscou-se a formação continuada dos professores participantes com o intuito de promover o desenvolvimento de estratégias de ensino que possibilitassem a ampliação do campo conceitual multiplicativo dos discentes. Na formação baseada no modelo colaborativo um grupo de trabalho participa da pesquisa de forma voluntária e todos os envolvidos desejam crescer profissionalmente na busca de autonomia profissional (BORBA; ARAUJO, 2004). Corroborar-se com a posição de Santos (2015, p. 70) ao afirmar que os atores envolvidos no processo colaborativo não precisam necessariamente participar de forma igual em todas etapas de consecução do projeto. Assim, “[...] o que não pode perder de vista é a necessidade de engajamento dos professores no processo de reflexão sobre determinado aspecto da prática que os levará a explorar situações novas associadas à sua prática”.

Assim a pesquisa se proporrá a responder o seguinte questionamento: Como os professores que participaram da formação acerca da Teoria dos Campos Conceituais articulam os conceitos veiculados teoricamente na elaboração e classificação de problemas referente ao campo conceitual multiplicativo?

Assim, o presente estudo objetiva analisar a compreensão de professoras do Ensino Fundamental participantes da formação acerca das estruturas multiplicativas, de modo mais

---

<sup>1</sup> Projeto número 15 727, financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior (CAPES).

específico, quanto aos conceitos de multiplicação e divisão. Para a compreensão da estrutura e relações existentes no Campo Conceitual Multiplicativo é necessário que se perceba a complexidade dos elementos ali envolvidos. Para este trabalho, eles serão analisados segundo dois aspectos: os eixos e as classes dos problemas.

## 2. Teoria dos Campos Conceituais

Para a compreensão das estruturas multiplicativas, um primeiro aspecto a ser considerado é que suas relações podem ser ternárias e quaternárias. Na primeira, tem-se uma relação entre duas quantidades que podem ser de natureza idêntica ou distinta, as quais quando operadas darão origem a uma terceira. Já a relação quaternária implica no trabalho com quatro quantidades envolvendo duas grandezas distintas, tomadas duas a duas.

Cada uma das relações agrupa eixos distintos. Os eixos relativos às relações quaternárias são: proporção simples, proporção dupla e proporção múltipla; os relativos às relações ternárias são: comparação multiplicativa e produto de medidas.

Os problemas de proporção simples envolvem a ideia de proporcionalidade entre quatro grandezas, relacionadas duas a duas, mantendo uma relação fixa entre as grandezas de naturezas diferentes (GITIRANA *et al.*, 2014). O problema a seguir ilustra o eixo da proporção simples *Um pacote de doces tem oito bombons. Quantos bombons há em cinco pacotes iguais a esse?*

Percebe-se no exemplo que o aumento do número de pacotes aumentará proporcionalmente a quantidade de bombons, numa relação fixa de 1:8. Os problemas de proporção dupla envolvem mais de uma proporção simples, ao mesmo tempo. Neste caso, há grandezas que apresentam relação de dependência, enquanto outras são independentes, ou seja, mesmo alterando-se o valor de uma a outra permanece inalterada. O exemplo a seguir ilustra este eixo: *Uma família de seis pessoas consome 12 litros de água por dia. Se a mesma família receber quatro hóspedes durante sete dias, quantos litros de água serão consumidos?*

Neste caso, há a presença de três grandezas (dias, pessoas, litros). Estabelece-se a relação entre pessoas e litros, uma vez que ao aumentar ou diminuir a quantidade das primeiras será provocada alteração na quantidade de litros. Percebe-se também a relação entre dias e litros, pois quanto mais dias, mais litros serão consumidos. Em contrapartida, não

ocorre relação entre dia e pessoa, pois a alteração em um não terá que provocar alteração no outro.

O último eixo das relações quaternárias é o da proporção múltipla que também envolve duas ou mais proporções simples. A distinção com o eixo anteriormente comentado é que, neste caso, as grandezas mantêm relação de dependência entre si. Assim, se for alterado o valor de qualquer grandeza todas as outras serão alteradas. Como no exemplo: *Uma receita de panquecas tem rendimento para oito pessoas. Para isto ela deve ser feita com 1 xícara de leite, 2 ovos, 1 xícara de farinha de trigo. Para doze pessoas, que quantidades dos ingredientes devem ser utilizadas?*

O problema acima envolve quatro grandezas (pessoas, xícaras de leite, ovos e xícaras de farinha) que ao alterar qualquer uma delas, necessariamente, todas as demais serão modificadas, sob pena de alteração da receita ou da porção de alimento para cada pessoa.

Os três eixos que envolvem a ideia de proporcionalidade estruturam-se em duas classes de situações: Um Para Muitos; Muitos para Muitos. Como todos envolvem relações quaternárias, na classe Um Para Muitos, dentre as quatro grandezas presentes, uma tem o valor unitário. Na segunda classe – Muitos Para Muitos – o valor unitário não está envolvido na relação.

Dentre os eixos que compõem as Relações Ternárias, temos o de Comparação Multiplicativa e o Produto de Medidas.

Os problemas classificados no eixo de Comparação Multiplicativa envolvem três elementos: dois elementos de mesma natureza (Referido e Referente) e outro elemento (Relação) que conecta os dois anteriores. Assim, de acordo com Vergnaud (2009), o Referido é um valor total resultante da multiplicação de uma medida (Referente) por uma Relação (vezes mais ou vezes menos).

O último eixo presente nas Relações Ternárias é o Produto de Medidas, cuja estrutura é explicada pela noção de produto cartesiano (VERGNAUD, 2009), envolvendo problemas relativos à área, volume, o próprio produto cartesiano, entre outros (VERGNAUD, 1983). O autor destaca que tais assuntos são de grande relevância para a compreensão do campo multiplicativo e que devem ser tratados de forma cuidadosa para auxiliar as crianças em sua compreensão (VERGNAUD, 2009). Neste eixo estão envolvidas as classes: Combinatória,

que lida com elementos do plano numérico, e a Configuração Retangular, que lida com o plano dimensional.

O raciocínio combinatório é definido como: “um tipo de pensamento que envolve contagem, mas que vai além da enumeração de elementos de um conjunto”. (BORBA e PESSOA, 2013. p. 2). A compreensão de problemas da classe Combinatória é considerada condição para o entendimento de outros conceitos pertencentes ao campo conceitual multiplicativo para além de divisões e multiplicações, tais como: arranjos, combinação, permutações (BORBA, 2013). Como exemplo temos o problema: *Numa lanchonete são servidos três tipos de sanduíches (carne, frango e queijo) e quatro tipos de suco (laranja, manga, acerola, cajá). De quantas maneiras é possível obter um lanche diferente, contendo 1 suco e 1 sanduíche?*

A solução desse problema pode ser buscada através da construção de uma tabela de dupla entrada, na qual cada uma das grandezas (sucos e sanduíches) seria colocada nos eixos vertical e horizontal da tabela, produzindo os 12 lanches possíveis. Outra possibilidade poderia ser um diagrama que aponte as diferentes relações. Como variação, seria possível informar a quantidade de combinações possível, buscando uma das duas grandezas envolvidas, solução que também poderia ser buscada com as mesmas estratégias.

Na Classe de Configuração Retangular estão contidos os problemas de cálculo de área e volume. Magina, Santos e Merline (2014) afirmam que se trata de situações em que as quantidades representam medidas, dispostas de forma retangular. Vergnaud (2009) adverte que nesta categoria encontram-se problemas de dimensão-simples (comprimento, largura) que podem ser calculadas de forma direta; problemas de dimensão-produto (área, volume), são dados de forma indireta, tendo as dimensões simples como intermediárias. A seguir, exemplos de problemas de Configuração Retangular de dimensão-simples e dimensão-produto:

### Quadro 2: Situação de configuração retangular

1. Configuração Retangular dimensão-simples	2. Conf. Retangular dimensão-produto
Qual a área de um terreno retangular que tem 30 metros de comprimento e 10 metros de largura?	Qual o comprimento de um terreno que possui largura de 10m e área total de 300m <sup>2</sup> ?

Fonte: Elaboração própria

Como foi possível evidenciar, o Campo das Estruturas Multiplicativas compreende um conjunto de elementos, com múltiplas relações, que exigem, tanto de quem ensina quanto de quem aprende, o trabalho com atividades que vão muito além dos procedimentos de multiplicar e dividir. Portanto, o presente estudo se propôs examinar quais desses aspectos das estruturas multiplicativas trabalhado na formação foram considerados na elaboração e classificação de problemas relativos a este Campo.

### 3. Método

A presente pesquisa buscou analisar dados provenientes de um processo de formação continuada baseada na Teoria dos Campos Conceituais, mais especificamente no campo das estruturas multiplicativas. A formação ocorreu através de encontros quinzenais que duraram 8 meses e as participantes da pesquisa foram sete professoras que tinham graduação nas licenciaturas de pedagogia, filosofia e letras em inglês. Todas as participantes lecionam nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A coleta dos dados aqui discutidos aconteceu por meio da aplicação dos seguintes instrumentais: i) classificação de problemas de estruturas multiplicativas; ii) elaboração dos problemas de estruturas multiplicativa. Para as duas etapas, as participantes não tiveram acesso a nenhum material para consulta e dispuseram de tempo livre para resposta.

Ambas as aplicações se realizaram após a vivência de um processo formativo focado nas estruturas multiplicativas. Todavia, não se pretende aqui estabelecer relação de causalidade entre a formação e a compreensão das professoras, pois entende-se que os impactos de um processo formativo não podem ser avaliados de modo direto e em um curto espaço de tempo. Todavia, é possível discutir a compreensão evidenciada pelas professoras participantes em dois momentos, de classificação e proposição de problemas, discutindo implicações educacionais desses resultados.

### 4. Resultados e discussão

Os dados foram analisados em função dos números de acertos e das características dos erros cometidos quando da classificação e elaboração de problemas, respectivamente. Para fins deste estudo, considerou-se o eixo e a classe das situações como objeto de análise. A

predição para a classificação e elaboração dos problemas era de que as professoras tivessem mais dificuldades com os eixos de produto de medida e comparação multiplicativa, tendo em vista que a proporção simples é o eixo mais abordado e presente no processo de escolarização (SANTOS, 2015).

#### 4.1. O quantitativo de acertos e as classificações predominantes nas elaborações

Para fins de classificação foi proposta a análise de 13 problemas de estruturas multiplicativas, dentre eles, seis (Problemas 1, 3, 4, 6, 8 e 12) eram de proporção simples, três de comparação multiplicativa (Problemas 2, 10, 13) e quatro (Problemas 5, 7, 9 e 11) de produto de medidas.

Quanto às classes dos problemas propostos para classificação, dois (Problemas 1 e 4) eram um-para-muitos, quatro (Problemas 3,6,8,12) eram muito-para-muitos, dois (Problema 2 e 13) possuem referente desconhecido, um (Problema 10) relação desconhecida, dois (Problema 9 e 11) tratam de combinação, um (Problema 7) de configuração retangular e um não em que a atribuição de classes não se aplica (Problema 5).

De modo geral, considera-se que as professoras não tiveram dificuldades significativas quanto à classificação dos problemas. A seguir é possível visualizar no quadro 1 o índice de acerto por eixo e classe de cada um dos problemas.

**Quadro 3: Índice de acerto na classificação dos problemas em cada eixo e classe**

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13
Eixo	7	4	6	7	6	7	7	7	7	7	7	7	7
Classe	7	4	7	4	6	7	7	3	7	7	7	7	7

Fonte: elaboração própria

Das 13 situações analisadas evidenciou-se equívocos na classificação dos problemas 2, 5 e 8. Considera-se pertinente evidenciar as características de seus enunciados e as dificuldades observadas.

O problema 2 trazia o seguinte enunciado: *A distância entre a casa de Luís e a escola é de 5 quilômetros e a casa de José é 4 vezes mais distante. Qual a distância entre a casa de*



*José e a escola?* Trata-se de uma comparação multiplicativa com referente desconhecido. As professoras demonstraram dificuldades para a compreensão tanto de seu eixo (4 acertos) como de sua classe (4 acertos). O erro de classificação cometido por três das professoras foi considerar que o problema era pertencente ao eixo da proporção simples e a classe muitos-para-muitos. Esse erro pode ser justificado pela possível não compreensão da relação ternária presente na comparação multiplicativa, tratando-o como uma relação quaternária.

Outro problema que provocou dificuldades foi o 4, seu enunciado era: *A escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa terão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar?* O problema se configura como uma proporção simples de um-para-muitos. O erro evidenciado em duas professoras foi considerar a classe como muito-para-muitos. Nessa situação a quantidade que se relaciona à unidade é dada (convidados por mesa), contudo o enunciado solicita que a partir de uma grandeza diferente daquela em que a unidade é dada (número de convidados) se descubra o número de mesas. Essa inversão pode ter causado dificuldades na compreensão de como a relação unitária se apresenta na situação.

Por fim, o problema 8 com o enunciado: *Um supermercado fez uma promoção: “Leve 4 litros de suco por apenas 12 reais”. Quanto vai custar cada litro de suco?* A estrutura do problema aborda uma proporção simples muito-para-muitos. As dificuldades evidenciadas foram relativas a classe, pois muitas professoras consideraram que o problema envolvia a classe de um-para-muitos. Acredita-se que a dificuldade possa ser relativa ao fato de enunciado solicitar que se encontre a relação de unitária (preço por litro), entretanto a resolução exige que o raciocínio seja iniciado por uma relação de muitos-para-muitos.

Com relação aos problemas elaborados pelas professoras, esperava-se a proposição de 56 problemas, uma vez que foi solicitado a cada uma das sete professoras a produção de oito problemas. No entanto, só foram produzidos 45 problemas, por conta da justificativa de cansaço físico e mental.

Entre os problemas elaborados, quatro não apresentaram todos os elementos necessários à elaboração de um enunciado contemplando uma estrutura multiplicativa, conforme exemplo abaixo em que os dados fornecidos são insuficientes para sua resolução.

### Figura 1: Problema elaborado pela professora participante



Prob. 8: O salário mínimo atual terá aumento de 8%. Seu valor terá o novo salário mínimo?

Fonte: participante da pesquisa

Quanto aos eixos dos problemas elaborados, o de Proporção Simples foi contemplado em 33 proposições; o de Comparação Multiplicativa, em 12; o Produto de Medidas foi proposto apenas 1 vez. Os eixos de Proporção Dupla e Proporção Múltipla não foram contemplados. O quadro a seguir expõe um panorama dos eixos elaborados pelos docentes.

**Quadro 4 : Quantitativo dos problemas de acordo com os eixos**

Professora	Eixos		
	Proporção Simples	Comparação Multiplicativa	Produto de Medidas
P1	3	1	-
P2	7	1	-
P3	6	2	-
P4	7	1	-
P5	4	3	1
P6	2	2	-
P7	3	2	-

Fonte: Elaboração Própria

Considerando as classes de situações privilegiadas nas elaborações, observou-se predominância de problemas situados na classe de situações um-para-Muitos conforme o quadro 5 abaixo.

**Quadro 5: Classes de situações de acordo com os eixos**

Professoras	Proporção Simples		Comparação Multiplicativa			Produto de Medidas	
	Um p/ Muitos	Muitos p/ Muitos	Referido Desc.	Referente Desc.	Relação Desc.	Comb.	Config. Retang.
P1	3	-	1	-	-	-	-
P2	7	-	1	-	-	-	-
P3	6	-	-	-	2	-	-

P4	6	1	-	-	1	-	-
P5	4	-	1	1	1	1	-
P6	2	-	1	1		-	-
P7	3	-	1	-	1	-	-

Fonte: Elaboração própria

## 5. Discussão dos dados e conclusões

Neste estudo analisou-se a compreensão de professoras do ensino fundamental relativa a classificação e proposição de problemas de estruturas multiplicativas. Os resultados evidenciaram que as professoras não tiveram dificuldades significativas na classificação dos problemas. Contudo, evidenciamos equívocos em problemas de proporção simples e comparação multiplicativa. Segundo Gitirana *et al* (2014) esses são os tipos de situação multiplicativa mais rapidamente dominadas no ensino fundamental pelos alunos, contudo, o domínio teórico exigido para efetuar a classificação requer outras habilidades para além daquelas necessárias a resolução. Cabe a formação de professores propiciar a compreensão das estruturas das situações de multiplicação para que os docentes sejam capazes de fazer escolhas conscientes quanto aos problemas trabalhados em sala de aula.

É possível que o processo formativo tenha colaborado com para uma maior precisão na classificação dos problemas por parte das docentes, contudo no momento de elaboração de situações multiplicativas verificou-se exploração da variedade de eixos e classes presentes nas estruturas multiplicativas.

Os resultados obtidos corroboram com aqueles constatados por Santos (2015) que evidenciou o uso majoritário de problemas de Proporção Simples elaborados pelos sujeitos de sua pesquisa. Da mesma forma, confirma a ideia de Gitirana *et al* (2014) que indica que as proporções duplas e múltiplas somente são propostas para estudantes de níveis mais avançados. Além disso, as escolhas das professoras quando da elaboração de problemas evidenciam a busca por problemas prototípicos, ou seja, modelos elementares de situações multiplicativas (GITIRANA *et al*, 2014).

Quanto as implicações desses resultados para o ensino das estruturas multiplicativas no Ensino Fundamental, um primeiro aspecto é ser destacado é que a compreensão da

classificação dos problemas, demonstrado pelas docentes, influencia nas escolhas de atividades e problemas nos livros didáticos, jogos e materiais usados para estruturas situação didáticas. É sabido que a escolha de situações de aprendizagem adequadas é um primeiro passo em direção a aprendizagem.

Todavia, não é suficiente uma boa escolha de recursos se não houver compreensão de como proceder modos de mediação pedagógica. Nesse sentido, torna-se relevante destacar a importância da diversificação das situações propostas para o ensino e aprendizagem das estruturas multiplicativas, tendo em vista evitar que o aluno associe uma forma de apresentação a um tipo específico de problema. Para isso, é essencial diversificar os contextos em que se propõe a aplicação de uma mesma estratégia, buscando que o aluno trabalhe o mesmo problema em diferentes momentos do currículo e diante de conteúdos conceituais diferentes (CAMPOS; NIGRO, 2010).

Pesquisas futuras poderiam investigar quais os critérios utilizados por professoras do Ensino Fundamental para representar situações de estruturas multiplicativas que utilizam em situações didáticas em sala de aula. Acredita-se que o acesso as representações usadas em processos de explanação podem ampliar as possibilidades de compreensão de como as estruturas multiplicativas são tratadas em sala de aula, inferindo possíveis limitações e ganhos provenientes de processos de formação inicial e continuada.

## 6. Agradecimentos

Agradecemos a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior que através do financiamento do projeto de número 15.727 possibilitou a realização deste estudo.

## 7. Referências

BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em Educação matemática**. Belo Horizonte, Autentica, 2004.

BORBA, Rute Elizabete de Sousa; PESSOA Cristiane Azevedo S. Pessoa.: Estudos de Raciocínio Combinatório. In: **Processos de ensino e aprendizagem em educação**

**matemática.** BORBA, Rute Elizabete de Sousa; MONTEIRO, Carlos Eduardo Ferreira Monteiro. Editora UFPE, 2013, Recife.

CAMPOS, Maria Cristina da Cunha. NIGRO, Rogério Gonçalves. **Teoria e prática de ciências na escola:** o ensino-aprendizagem como investigação. São Paulo: FTD, 2010.

GITIRANA, Verônica Gitirana; CAMPOS, Tânia M. M.; MAGINA, Sandra; Spinillo, Alina. **Repensando Multiplicação e divisão: contribuições da teoria dos campos conceituais.** PROEM Editora, São Paulo 2014.

MAGINA, Sandra; SANTOS, Aparecido dos; MERLINE, Vera. **O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas.** Ciênc. Educ., v. 20, n. 2, p. 517-533. Bauru, 2014.

SANTOS, Aparecido dos. **Formação de professores e as estruturas multiplicativas:** reflexões teóricas e práticas. Curitiba: Apris, 2015.

VERGNAUD, Gérard. **Multiplicative structures.** In Hiebert, H. and Behr, M. (Eds.). **Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades.** Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum, 1983.

VERGNAUD, Gérard. **A criança, a matemática e a realidade – problemas do ensino da matemática na escola elementar.** Tradução Maria Lucia Faria Moro; revisão técnica Maria Tereza Carneiro Soares. Curitiba: Ed. da UFPR, 2009.