

UM ESTUDO SOBRE O CÁLCULO RELACIONAL E O NUMÉRICO EM PROBLEMAS DE COMPARAÇÃO MULTIPLICATIVA

Isabela Moura
Universidade de Pernambuco
fernandabuba@gmail.com

Elisângela Espindola
Universidade de Pernambuco
ebmespindola@gmail.com

Resumo:

O presente artigo é fruto de um trabalho de conclusão de curso da Licenciatura em Matemática da Universidade de Pernambuco. Este tem o objetivo de analisar as dificuldades dos alunos no 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas do grupo de situações de comparação multiplicativa referentes ao cálculo relacional e numérico. O trabalho está baseado na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1990). Participaram deste estudo 150 alunos de uma escola da rede pública estadual de Recife-PE. Os alunos responderam dois problemas de comparação multiplicativa; um onde deveria encontrar o valor do referido e outro da relação. Os resultados indicam um melhor desempenho dos alunos no segundo tipo de problema, com o uso das operações de multiplicação e adição. Enquanto no primeiro problema foram privilegiadas as operações de multiplicação e divisão.

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais; Comparação Multiplicativa; Ensino Fundamental.

1. Introdução

O campo conceitual das estruturas multiplicativas, tratado neste trabalho a partir de situações referentes à comparação multiplicativa, busca levar em conta alguns elementos como a compreensão e interpretação dos problemas pelos alunos. Estamos levando em consideração também a passagem da linguagem natural para a linguagem matemática, os conhecimentos aritméticos em torno das operações, os procedimentos algorítmicos, dentre outras ações.

Desse modo buscamos por em relevo neste estudo os procedimentos de cálculo relacional e de cálculo numérico realizado pelos alunos. O cálculo relacional, voltado para os procedimentos anteriores ao cálculo propriamente dito em que o aluno busca a melhor opção para a resolução do problema a ele apresentado, a melhor operação. E, o cálculo numérico, relativo aos conhecimentos operacionais matemáticos, mais precisamente, relacionado à execução de algoritmos (VERGNAUD, 1991).

Desta forma, apresentamos uma análise sobre o cálculo relacional e o cálculo numérico realizado por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de problemas do eixo de situações de comparação multiplicativa, com o intuito de reconhecer entre outros aspectos quais as operações utilizadas de modo mais frequente nas ditas situações e as dificuldades demonstradas pelos alunos nos procedimentos de cálculo.

2. A teoria dos campos conceituais e o campo das estruturas multiplicativas

A teoria dos campos conceituais proposta por Vergnaud (1991) considera que um conceito não pode ser reduzido a sua definição, principalmente se nos interessamos por sua aprendizagem e seu ensino. Ou seja, esta teoria considera que existe uma série de fatores que influenciam e interferem na formação e no desenvolvimento dos conceitos e que o conhecimento conceitual deve emergir dentro de situações-problemas.

Convém ressaltar que um conceito não assume sua significação em uma só classe de situações, e uma situação não é analisada por meio de um conceito único (VERGNAUD, 1990). Assim, podemos nos referir a um campo conceitual, como pode ser o campo das estruturas multiplicativas, sendo “um conjunto de problemas ou situações, cuja análise e tratamento requerem vários tipos de conceitos, procedimentos e representações simbólicas, os quais se encontram em estreita conexão uns com os outros” (MAGINA; SANTOS; SANTANA, 2013, p. 5982). Campo este, formado por um conjunto de situações que envolvem a divisão e a multiplicação isoladamente ou a combinação dessas operações, bem como outros conceitos matemáticos (PESSOA; MATOS FILHO, 2006).

Ao fazerem um levantamento sobre os problemas multiplicativos, Magina, Santos e Merlini (2011, 2014) classificaram estes como apresentado na figura a seguir.

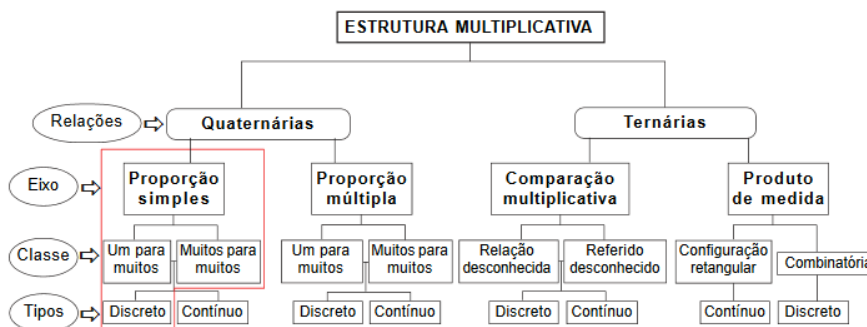


Figura 1- Síntese do campo conceitual multiplicativo.

Fonte: Magina, Santos e Merlini (2014, p.520).

Sobre as relações, “elas são quaternárias quando o problema oferece três elementos e se pergunta pelo quarto; já as relações terciárias, apenas dois elementos são enunciados e se pergunta pelo terceiro” (MAGINA; MERLINI; SANTANA, 2013, p. 5983).

As relações quaternárias estão organizadas em dois eixos (proporção simples e proporção múltipla) que se dividem em duas classes: um para muitos e muitos para muitos. Enquanto, as relações terciárias se dividem em: comparação multiplicativa, nas classes relação desconhecida e referido desconhecido e produto de medida que tem as classes: configuração retangular e combinatória. Todas as classes podem usar quantidades do tipo discreta ou contínua, exceto a classe configuração retangular (apenas quantidade contínua) e combinatória (apenas quantidade discreta) (MAGINA; SANTOS, MERLINI, 2014).

Neste trabalho, limitamo-nos em abordar a relação terciária, em particular, o eixo de comparação multiplicativa, constituído pela classe relação desconhecida pela qual podemos identificar no problema as duas variáveis, porém a relação não está explícita. E, pela classe referido desconhecido, em que temos uma variável e a relação existente, e assim, procuramos a outra variável.

3. Metodologia

O presente estudo foi realizado com 150 alunos de cinco turmas do 6º ano do ensino fundamental de uma escola pública da rede estadual na cidade do Recife-PE. Para realização do presente estudo nos apoiamos em Rudio (2001) ao explicitar aspectos da pesquisa descritiva, pela qual o pesquisador tem por objetivo conhecer e interpretar determinados fenômenos ligados à realidade sem nela interferir para modificá-la.

Trata-se de um estudo realizado sobre os diversos tipos de situações do campo conceitual multiplicativo (figura 1). Para efeito deste artigo, os procedimentos de coleta de dados foram os seguintes: os alunos responderam dois problemas referentes à relação terciária, do eixo de situações de comparação multiplicativa:

Problema 1: *Uma cozinheira ganhou 180 reais por um kit festa. Ela ganhou 4 vezes mais do que sua ajudante recebeu. Quantos reais a ajudante da cozinheira recebeu?*

Problema 2: *Uma costureira recebeu 125 reais por uma roupa que fez e sua ajudante, 25 reais. Quem recebeu mais dinheiro e quantas vezes mais?*

O Problema 1 diz respeito à ideia de comparação multiplicativa em que se conhece o referido (quanto ganhou a cozinheira), a relação (quatro vezes mais) e é solicitado o referente (quanto ganhou a ajudante?). Enquanto no Problema 2 é indicado o referente (quanto recebeu a ajudante), o referido (quanto recebeu a costureira) e é solicitada a relação (vezes mais?).

No momento da aplicação da sondagem, foi solicitado que os alunos respondessem os problemas individualmente e não foi dito que operação eles deveriam utilizar para resolvê-los.

Quanto à análise de dados, ela foi organizada de modo a levantar, os índices de erros e acertos relativos ao cálculo relacional e numérico para cada tipo de situação de multiplicação comparativa. Isto é, o cálculo relacional, referente à escolha da operação apropriada para a resolução do problema, e o cálculo numérico referente à realização do cálculo propriamente dito da operação. Assim como reconhecer as dificuldades dos alunos mais evidentes na resolução dos tipos de problemas propostos.

4. Análise dos resultados

No caso do Problema 1 do eixo de situações de comparação multiplicativa, onde era necessário calcular o valor do referido (quanto ganhou a ajudante?): *Uma cozinheira ganhou 180 reais por um kit festa. Ela ganhou 4 vezes mais do que sua ajudante recebeu. Quantos reais a ajudante da cozinheira recebeu?* Constatamos, quanto às operações utilizadas pelos alunos, o exposto no seguinte quadro.

Quadro 1 - Resultados do Problema 1

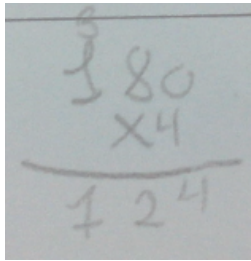
Operações	Categorias de cálculo	Quantidade de alunos	
Multiplicação	Acerto no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	7	51
	Erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	24	
	Erro no cálculo relacional e erro no cálculo numérico	20	
Divisão	Acerto no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	20	34
	Acerto no cálculo relacional e erro no cálculo numérico	14	
Subtração	Erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	16	29
	Erro no cálculo relacional e erro no cálculo numérico	13	
Adição	Erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	9	19
	Erro no cálculo relacional e erro no cálculo numérico	10	
Em branco			17
		Total	150

Fonte: autoria própria.

Percebemos (quadro 1) que a maioria dos alunos buscou resolver o Problema 1, utilizando-se da operação de multiplicação. Neste caso, um número reduzido de alunos

acertou no cálculo relacional e numérico. Ou seja, multiplicou 45×4 ou vice-versa, encontrando o resultado 180. Dentre os alunos que apenas acertaram o cálculo numérico, convém salientar que a maioria destes, multiplicou 4×180 , encontrando o resultado 720.

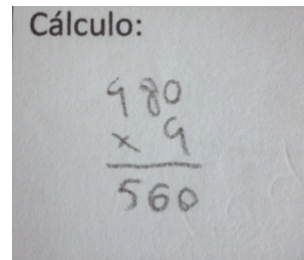
Ao analisarmos os erros de cálculo relacional e numérico referentes à multiplicação realizada (4×180), de modo recorrente, encontramos dificuldades relacionadas à compreensão dos alunos na multiplicação de 4×0 , visto que o resultado foi dado como 4 (figura 2) e de outra forma, à dificuldades de contagem diversas (figura 3).



$$\begin{array}{r} 180 \\ \times 4 \\ \hline 724 \end{array}$$

Figura 2 - Problema 1 - Multiplicação

Fonte: Aluno A6B4

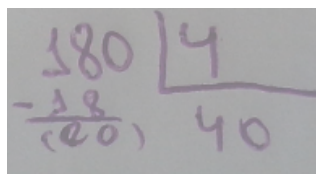


$$\begin{array}{r} \text{Cálculo:} \\ 180 \\ \times 9 \\ \hline 560 \end{array}$$

Figura 3 - Problema 1 - Multiplicação

Fonte: Aluno A6A2

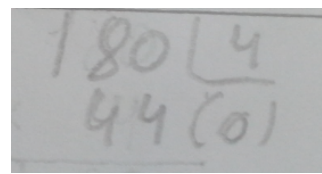
Quanto a segunda operação mais utilizada para resolver o Problema 1, a divisão, identificamos que dentre 34 alunos que a utilizaram, apenas 20 alunos acertou no cálculo relacional e numérico. Isto é dividiram 180 por 4, obtendo o resultado 45. Contudo, no plano do cálculo numérico, diversas ordens de dificuldades dos alunos foram identificadas. Por exemplo: contagem (figura 4) e inversão do resultado entre quociente e resto (figura 5).



$$\begin{array}{r} 180 \overline{) 4} \\ - 160 \\ \hline 20 \end{array}$$

Figura 4 - Problema 1- Divisão

Fonte: Aluno A6B8



$$\begin{array}{r} 180 \overline{) 4} \\ 44(0) \end{array}$$

Figura 5 - Problema 1- Divisão

Fonte: Aluno A6B32

Quanto ao uso da subtração, a maior parte dos alunos que chegou a acertar o cálculo numérico utilizou o procedimento $180 - 4$, encontrando assim o resultado 176. Contudo, dentre 29 alunos que utilizou esta operação, 13 erraram neste tipo de cálculo.

Neste caso, foram apresentados os erros, de modo mais frequente, aqueles cujo resultado da subtração $180 - 4$ foi igual a 140 ou 144. Temos assim, seja um erro em virtude da supremacia do zero; seja, pela ideia de zero neutro. Onde, deparando-se com o zero,

automaticamente, os alunos reproduzem o zero no resto ou a presença do zero é ignorada, sendo repetidos os valores do subtraendo (QUEIROZ, 2011).

Por fim, na resolução do Problema 1, em menor medida, os alunos utilizaram a operação de adição. O erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico ocorreram em torno de dois tipos de resultados (figuras 6 e 7): 184 (A6B22) e 720 (A6C6).

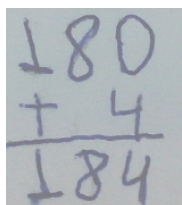

$$\begin{array}{r} 180 \\ + 4 \\ \hline 184 \end{array}$$

Figura 6 - Problema 1 – Adição

Fonte: Aluno A6B22

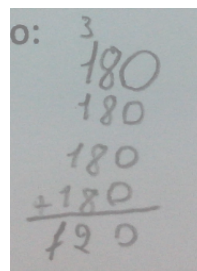

$$\begin{array}{r} 0: 3 \\ 180 \\ 180 \\ 180 \\ + 180 \\ \hline 720 \end{array}$$

Figura 7 - Problema 1 - Adição

Fonte: Aluno A6C6

Deste modo, podemos identificar na figura 7, a referência à soma de parcelas repetidas, o que nos remete a um resultado que poderia ser encontrado pela multiplicação.

Quanto aos erros no cálculo numérico, além das dificuldades dos alunos em operar com o zero, identificamos dificuldades sobre as regras de valor posicional das centenas, dezenas e unidades. Visto que, a exemplo do aluno A6A29 (figura 8), é razoável supor que ele somou 1 centena (reserva) + 1 centena + 4 unidades, obtendo assim, o resultado final 624. E podemos inferir que o aluno A6E7 (figura 9), somou 8 dezenas + 4 unidades, obtendo o resultado final 220.

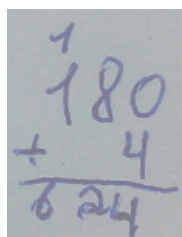

$$\begin{array}{r} 1 \\ 180 \\ + 4 \\ \hline 624 \end{array}$$

Figura 8 - Problema 1 - Adição

Fonte: Aluno A6A29

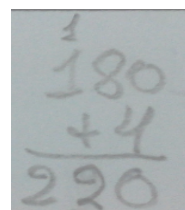

$$\begin{array}{r} 1 \\ 180 \\ + 4 \\ \hline 220 \end{array}$$

Figura 9 - Problema 1 - Adição

Fonte: Aluno A6E7

Em relação ao Problema 2: *uma costureira recebeu 125 reais por uma roupa que fez e sua ajudante, 25 reais. Quem recebeu mais dinheiro e quantas vezes mais?* Onde os alunos

deveriam indicar o valor da relação. Podemos ver no quadro a seguir, uma síntese de seus resultados, na mesma forma como foi analisado o Problema 1.

Quadro 2 - Resultados do Problema 2

Operações	Categorias de cálculo	Quantidade de alunos	
Multiplicação	Acerto no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	16	42
	Erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	4	
	Erro no cálculo relacional e erro no cálculo numérico	22	
Adição	Acerto no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	7	36
	Erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	23	
	Erro no cálculo relacional e erro no cálculo numérico	6	
Subtração	Erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	34	34
Divisão	Acerto no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico	7	15
	Acerto no cálculo relacional e erro no cálculo numérico	8	
Em branco			23
Total			150

Fonte: autoria própria.

De modo semelhante ao que ocorreu no Problema 1, a maioria dos alunos buscou resolver o Problema 2, utilizando a operação de multiplicação (quadro 2). Isto é, utilizando a operação inversa da divisão, calcularam 5×25 , encontrando o resultado 125. Desta forma, determinando o valor da relação igual a 5.

Os erros de cálculo numérico quanto à multiplicação revelaram, sobretudo, a dificuldade dos alunos em operar com um termo de dois algarismos: 125×25 (figuras 10 e 11). Devido à localização do produto das dezenas ser posto no local das unidades.

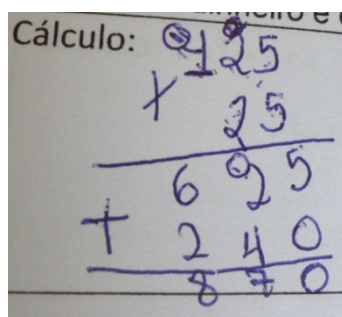


Figura 10 - Problema 2 - Multiplicação

Fonte: Aluno A6B26

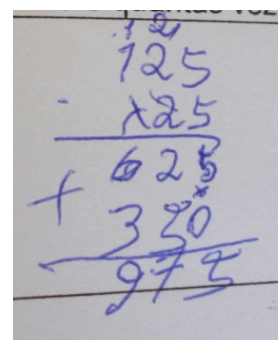
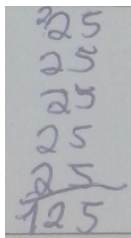


Figura 11 - Problema 2 - Multiplicação

Fonte: Aluno A6A28

Em segundo lugar, a operação mais utilizada pelos alunos para resolver o Problema 2 foi a adição, basicamente, pelo procedimento $125 + 25 = 150$. Desta forma, configurando um maior número de erro no cálculo relacional e acerto no cálculo numérico. No entanto, em

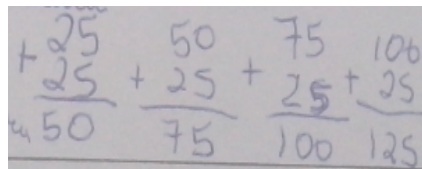
menor medida, outros alunos (quadro 2) chegaram a encontrar o valor esperado da relação igual a 5, adicionando sucessivas parcelas de 25 até chegar ao valor 125 (figuras 12 e 13).



$$\begin{array}{r} 25 \\ 25 \\ 25 \\ 25 \\ 25 \\ \hline 125 \end{array}$$

Figura 12 - Problema 2 - Adição

Fonte: Aluno A6A18



$$\begin{array}{r} + 25 \\ \hline 50 \end{array} + \begin{array}{r} 25 \\ \hline 75 \end{array} + \begin{array}{r} 25 \\ \hline 100 \end{array} + \begin{array}{r} 25 \\ \hline 125 \end{array}$$

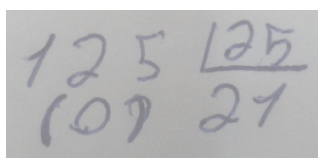
Figura 13 - Problema 2 - Adição

Fonte: Aluno A6C22

É provável que a presença da expressão *vezes mais* no enunciado do Problema 2, tenha influenciado o fato de ter ocorrido uma ênfase dos alunos em utilizar a adição para resolvê-lo. Fato este, menos percebido na resolução do Problema 1.

Em terceiro lugar, a operação mais utilizada para resolver o Problema 2 foi a subtração, sem maiores dificuldades quanto ao cálculo numérico. Visto que, notadamente os alunos realizaram o cálculo $125 - 25$, obtendo o resultado 100.

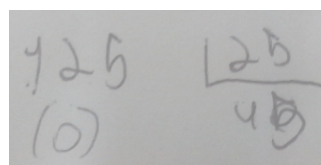
No Problema 2, em menor medida, os alunos utilizaram a operação de divisão. Dentre aqueles que utilizaram esta operação, com acertos no cálculo relacional e numérico, foi realizada a operação $125 : 25$, encontrando o valor 5. Dentre aqueles que erraram no cálculo numérico desta, selecionamos, por exemplo, casos em que os alunos demonstraram dificuldade sobre os procedimentos aritméticos necessários para resolver a divisão em questão, apresentando resultados exatos, como provenientes da multiplicação 21×25 (figura 14) ou 43×25 (figura 15).



$$\begin{array}{r} 125 \overline{) 25} \\ \underline{100} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 00 \end{array}$$

Figura 14 - Problema 2 - Divisão

Fonte: Aluno A6D4



$$\begin{array}{r} 125 \overline{) 25} \\ \underline{100} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 00 \end{array}$$

Figura 15 - Problema 2 - Divisão

Fonte: Aluno A6E28

Grosso modo, ao contrastarmos os resultados dos dois tipos de problemas, o que se apresentou de modo mais evidente foi a preferência dos alunos ao uso da multiplicação para respondê-los. Podemos dizer que tais resultados corroboram com aqueles discutidos por

Magina, Santos e Merlini (2011). Quando estes autores chamam a atenção para o fato que aspectos linguísticos influenciam fortemente nas estratégias de resolução e, conseqüentemente, no desempenho dos alunos quando lhes solicitado à resolução de situações as quais expressões como *vezes mais* aparecem, como no tipo de situações aqui propostas. O que ocorreria também, segundo os autores, no uso da expressão *vezes menos* (idem).

5. Considerações finais

Ao propormos os dois problemas de comparação multiplicativa para serem respondidos pelos alunos do 6º ano do ensino fundamental, tínhamos a expectativa que eles utilizassem, em sua maioria, a operação de divisão. Fato este, que não ocorreu, sobretudo em relação ao Problema 2.

Vale ressaltar que consideramos o cálculo relacional aquele que diz respeito à compreensão do problema, encontrar o caminho para a resolução. O aluno ter percebido, por exemplo, a relação entre os valores 4, 45 e 180 no Problema 1 indica que ele conseguiu perceber a lógica do problema. Consideramos até que ele foi mais longe do que os que simplesmente fizeram o algoritmo esperado ($180 : 4 = 45$) para a resolução do problema, pois conseguiu perceber as relações entre a multiplicação ($4 \times 45 = 180$) e a divisão.

As diversas estratégias utilizadas pelos alunos no que concerne a escolha das operações (adição, subtração multiplicação e/ou divisão) para resolver os problemas 1 e 2 do grupo de situações de comparação multiplicativa, aqui tratado, reafirmam a importância de que as situações, não podem ser analisadas com a ajuda de apenas um conceito. Isso significa que uma situação, por mais simples que seja, envolve mais que um conceito. Bem como, reafirmam a importância de serem trabalhados diversos tipos de situações do campo conceitual multiplicativo envolvendo, não apenas, a ideia de comparação multiplicativa a fim de serem superadas dificuldades na compreensão do enunciado e na escolha de uma operação matemática adequada para a resolução da situação-problema.

6. Referências

MAGINA, S.; MERLINI, V.L.; SANTANA, E. Situações-problema das estruturas multiplicativas sob a ótica do professor que ensina matemática. In: CIBEM, VII, 2013. Montevideo-Uruguay. *Anais...* Montevideo, 2013, p. 5980-5987. Disponível em: <http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/43.pdf>. Acesso em: 30 de jan. 2016.

MAGINA, S. SANTOS, A.; MERLINI, V. Comparação multiplicativa: a força que a expressão exerce na escolha das estratégias de resolução dos estudantes. In: CIAEM, XIII, 2011. Recife. *Anais...* Recife, 2011, p. 1-13. Disponível em: <http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/XIIICIAEM/artigos/448.pdf>. Acesso em; 20 de jan. 2016.

MAGINA, S.; SANTOS, A.; MERLINI, V. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. *Ciência e Educação*, Bauru, v. 20, p. 517-533, 2014. Disponível em: < <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v20n2/1516-7313-ciedu-20-02-0517.pdf>>. Acesso em: 21 abri. 2016.

PESSOA, C; FILHO, M. Estruturas multiplicativas: como os alunos compreendem os diferentes tipos de problemas. In: SIPEMAT, 2006, Recife. *Anais...* Pesquisa em educação matemática: um olhar ampliado sobre a sala de aula. Recife. UFPE, 2006, p.1-11. Disponível em: <http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/SIPEMAT06/artigos/pessoamatosfilho.pdf>. Acesso em 15 abr. 2016.

QUEIROZ, S. A aprendizagem de matemática por alunos adolescentes na modalidade educação de Jovens e adultos: analisando as dificuldades na resolução de problemas de estrutura aditiva. *Bolema*, Rio Claro (SP), v. 24, n. 38, p. 75 a 96, abril 2011. Disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/bolema/?q=node/309>. Acesso em: 20 de jan. 2016.

RUDIO, F. V. *Introdução ao projeto de pesquisa científica*. 32. ed. Petrópolis: Vozes, 2001.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*.Grenoble, v. 10, n. 23, p. 133-170, 1990.

VERGNAUD, G. *El niño, las matemáticas y la realidad* :problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. México: Trillas, 1991.