O RACIOCÍNIO COMBINATÓRIO: CRIANÇAS DOS ANOS INICIAIS EM ATIVIDADE

Joice Moreira da Silva
E.E. Professor Theodomiro Emerique
joicemoreira618@hotmail.com

Doricéia Lopes de Aquino Feitosa
E.E. Professor Tito Livio Ferreira
doriceia.lopes@gmail.com

José Fernando Fernandes Pereira
Universidade Cruzeiro do Sul
jnandopereira@gmail.com

Resumo:
O propósito deste texto é mostrar como crianças dos anos inicias podem ser encaminhadas nos seus primeiros passos, quando são apresentadas aos problemas que envolvem o raciocínio combinatório. Indicamos como percorremos essa trajetória em uma escola pública estadual da Diretoria Regional de Ensino DRE – Leste 1, na cidade de São Paulo. A fundamentação teórica está alicerçada na Teoria dos Campos Conceituais, que apresenta o raciocínio combinatório como uma de suas ideias. Nossa metodologia é de aula investigativa, construindo com nossos alunos os conceitos necessários para a resolução dos problemas propostos. Pelo exposto no decorrer do texto acreditamos ter atingido o objetivo, qual seja, possibilitar ao alunado caminhar sozinho na resolução de problemas diversos sobre a ideia combinatória.
Palavras-chave: Ensino Fundamental; Teoria dos Campos Conceituais; Raciocínio Combinatório.

1. Introdução

O reconhecimento da Educação Matemática como uma linguagem capaz de traduzir a realidade, aliado à necessidade de conhecimento e reflexão sobre as situações-problema propostas e resolvidas pelos alunos, exige um investimento na qualificação dos professores em geral e dos profissionais envolvidos com o processo de ensino da matemática, principalmente aqueles que ensinam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Com esse propósito, foi criado e desenvolvido um Projeto, em uma universidade da cidade de São Paulo, cujo objetivo é melhorar a qualidade de ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, alicerçado no desenvolvimento profissional de seus professores.

Com esses objetivos, autora e primeira coautora participam dos encontros quinzenais promovidos pelo projeto em questão, desenvolvendo atividades que promovem formação continuada, preparando sequências de situações-problema a serem implementadas nas escolas, com o propósito de ampliar o espectro de possibilidades na execução de problemas que os alunos deverão resolver. A orientação, em primeira instância, é realizada pelo segundo coautor, professor especialista na área de matemática e professor formador no Projeto que tem aprovação do Comitê de Ética da universidade que sedia os encontros, sob o número 018/2015.

2. Fundamentação teórica

Como os problemas a serem analisados constituem o conteúdo relativo ao raciocínio combinatório houvemos por bem respaldar-nos na Teoria dos Campos Conceituais do psicólogo francês Gérard Vergnaud (2009) que, no campo multiplicativo, estabelece duas categorias de problemas, quais sejam: o isomorfismo de medidas e o produto de medidas.

No isomorfismo de medidas são estudadas as situações de proporcionalidade, tais como as relações "de um a muitos" ou "de muitos a muitos".

Com relação ao produto de medidas são abordadas as situações de "configuração retangular" e de "raciocínio combinatório".

Sobre o raciocínio combinatório, foco de nosso trabalho, pesquisadores da área, como Borba e Azevedo (2012), classificam os problemas, em função de suas especificidades, em quatro grupos de situações.

A primeira situação, diferente das demais quanto a sua origem, é aquela que se preocupa em estabelecer a correspondência entre elementos de dois ou mais conjuntos distintos como, por exemplo, conjunto de camisetas e conjunto de bermudas, de modo a constituir subconjuntos formados por tantos elementos quantos forem os conjuntos, sendo um elemento de cada um dos conjuntos dados no enunciado.

A segunda situação tem a preocupação de formar grupos de elementos que pertencem ao mesmo conjunto. Dependendo de como esses grupos sejam formados, a situação é denominada por permutação, arranjo ou combinação.

Sobre as permutações, sua principal característica reside no fato de que cada grupo formado entre os elementos do conjunto deve possuir todos os elementos do conjunto. Outra característica é o fato da mudança na ordem dos elementos que constituem o grupo formado, constituir um novo grupo, ou seja, são grupos que diferem pela ordem, mas mantêm a mesma natureza.

No caso dos arranjos, os grupos são formados por alguns elementos do conjunto dado e a ordem entre os elementos do grupo continua sendo característica da formação, ou seja, dois grupos que tenham os mesmos elementos, mas em ordens diferentes, caracterizam dois arranjos diferentes. Podemos dizer que são grupos que diferem pela ordem ou pela natureza.

As combinações são grupos formados por alguns elementos do conjunto dado, de modo que a ordem em que os elementos são colocados no grupo não altera o grupo, ou seja, dois grupos com os mesmos elementos, mas em ordem variada, não caracterizam combinações diferentes; são a mesma combinação. Nesta situação dizemos que os grupos diferem exclusivamente pela natureza.

3. Metodologia

A metodologia utilizada foi a de aula investigativa, pois o cenário mostrava-se favorável, considerando que a classe envolvida sempre se manifestou positivamente quando instigada a participar.

Como a escola deve envolver a criança com atividades matemáticas que a conduzam a uma aprendizagem significativa, foi nesse sentido que nos dispusemos a propor sequência de atividades que fossem do dia-a-dia dos alunos, construindo com eles o raciocínio combinatório relativo ao ano escolar em que se encontram.

O projeto “Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental – EMAI” tem como característica o envolvimento dos professores que atuam nos anos iniciais e propõe a constituição de grupos de estudos nos horários destinados ao trabalho pedagógico coletivo, com a ativa participação do Professor Coordenador dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Neste texto, esse profissional é referido nos agradecimentos, por sua participação proativa em todos as atividades da trajetória que resultou este trabalho.

Nossa proposta metodológica de ação pretende compreender as Expectativas de Aprendizagem para identificar as possíveis maneiras de combinar elementos de uma coleção e de contabilizá-los, usando estratégias pessoais.

Pesquisas na área mostram que a diversidade entre os variados tipos deve ser explorada pelos professores, em sala de aula, ainda que os livros didáticos não o façam.

No percurso do projeto que estabelece a parceria entre a universidade e as escolas públicas envolvidas, foram apresentadas variadas situações envolvendo a totalidade das ideias do raciocínio combinatório.

As sequências de atividades foram amplamente discutidas nos nossos encontros e, posteriormente, levadas para implementação em sala de aula. No retorno aos nossos encontros, foram reavaliadas quanto à apropriação da ideia ou à ampliação do conhecimento matemático pelas crianças.

A condução do processo de aprendizagem é descrita a seguir.

4. Relato

Os alunos envolvidos nesta apresentação são de uma classe de 5º ano do ensino fundamental em uma escola pública estadual da Diretoria Regional de Ensino DRE – Leste 1, na cidade de São Paulo.

A aula apresentada foi desenvolvida com o objetivo de ensinar problemas do raciocínio combinatório por meio de possibilidades.

Nossa expectativa era de que os alunos utilizassem procedimentos próprios – pessoais – de cálculo, na resolução de situações-problema que envolviam a análise combinatória.

Foram propostos, aos alunos, dois problemas. Os alunos foram orientados a ler e sublinhar as perguntas dos mesmos.

Para atingirmos nosso objetivo, iniciamos, solicitando que todos os alunos fizessem, individualmente, a leitura do primeiro problema proposto – tantas vezes quantas fossem necessárias para que compreendessem o que estava sendo solicitado.

Na sequência, a professora realizou a leitura com eles, salientando o que o problema oferecia de dados e o que solicitava que fosse procurado.

Para os alunos que compreenderam a dinâmica, a professora permitiu que resolvessem o problema, individualmente.

Enquanto as crianças resolviam os problemas, a professora circulava pela sala procurando auxiliá-los, caso surgissem algumas dúvidas ou dificuldades.

Quanto aos alunos que apresentaram dificuldade, foi retomada a leitura e a professora e o aluno – juntos – registraram todos os dados oferecidos pela situação-problema. Nesse momento, na lousa, a professora representou um esquema dos dados do problema, de modo a evidenciar uma melhor compreensão. Tornando-se assim mais explícito àqueles que haviam encontrado alguma dificuldade.

A seguir, a professora agrupou os alunos em duplas.

O enunciado do primeiro problema era o seguinte: “Um motorista de táxi só transporta passageiros no banco de trás, onde cabem três pessoas. De quantas maneiras diferentes três amigos podem acomodar-se nesse táxi?”.

Sabemos que se trata de um problema de permutação de três elementos, mas temos consciência de que o nome do tipo de agrupamento não tem a mesma importância que as questões que serão levantadas para o desenvolvimento e resolução da situação-problema, ora proposta.

Na sequência, é possível analisar o diálogo entre a professora e o aluno sobre a resolução desse problema.

Antes, porém, a professora resolve assuntos pendentes em relação à aula anterior.

Professora: Nós estamos dando continuidade àqueles problemas que resolvemos na aula anterior. É aquilo que eu falei, ontem. Vocês vão ler, com atenção, e procurar sublinhar quais são as perguntas dos problemas do mesmo modo como fizemos na aula passada.

Nesse momento a professora entrega as atividades aos alunos que faltaram no dia anterior.

Aluno1: Eu vou representar em desenho a multiplicação?

Professora: Isso! Você utiliza o esquema em forma de desenho para chegar ao resultado. Pode utilizar o que você achar melhor. A multiplicação, o desenho, ...

Aluno 2: Pode repetir o lugar das pessoas?

Professora: Não, porque está dizendo que são maneiras diferentes, não é isso?

Aluno 2: Então não pode repetir o lugar?

Professora: Não. Se eu já sentei na janelinha da direita eu não vou sentar de novo. Não pode repetir, tá?

Nesse momento, o Aluno 2 dirige-se para a lousa e começa a esboçar sua resolução.

Professora: Observem o que ele fez! Ele deu nome para os passageiros. Legal! Ele deu nome aos passageiros e foi colocando-os de diferentes maneiras dentro do táxi.

Enquanto o aluno indicava as três posições que havia marcado com três tracinhos horizontais na lousa, ia marcando os nomes nas variadas maneiras que imaginava possíveis.

Aluno 2: Se eu começar pela Ana, nos outros dois lugares eu posso colocar o Beto e o Cauê ou o Cauê e o Beto. Aí eu vou ter duas possibilidades, começando com a Ana.

O Aluno 2 parou um pouco e ficou pensando como daria sequência. Depois conclui: Se eu tivesse começado com o Beto eu teria mais duas possibilidades e se tivesse começado pelo Cauê, teria mais duas possibilidades.

Professora: E então, qual é a sua conclusão sobre o total de possibilidades?

Aluno 2: Se são duas possibilidades para cada um dos três passageiros, vai dar 3 X 2 que é igual a 6 possibilidades.

Professora: Muito bem. Você concluiu por meio de seu esquema próprio de chegar ao resultado. Parabéns! Alguém tem outra forma de resolver?

Como ninguém mais se manifestou, a professora passou para o segundo problema, cujo enunciado era: "Quantos números de três algarismos diferentes podemos formar com os algarismos 1, 2 e 3?".

Da mesma forma como fez no primeiro problema, a professora realizou a leitura com eles, salientando o que o problema oferecia de dados e o que solicitava que fosse procurado. Deixou, por uns minutos, que pensassem sobre uma forma de resolver e solicitou que participassem das soluções encontradas por eles.

Professora: Alguém tem alguma proposta de solução?

Aluno 3: É parecido com o problema anterior, não é professora? E eu preciso descobrir quantas possibilidades tem, certo? E aqui eu fiz as possibilidades. Que são o algrismoo 1 ficar aqui, o 2 aqui e o 3 ali. E aqui eu fiz as outras, trocando os números.

Enquanto o aluno indicava as três posições que havia marcado com três tracinhos horizontais na lousa, ia marcando os números nas variadas maneiras que imaginava possíveis.

Aritmeticamente, o Aluno 3 concluiu: E aqui nesse tracinho (que representa a centena), deu três possibilidades de algarismos, aqui, nesse outro tracinho (que representa a dezena), são só duas possibilidades, porque um já foi usado e, finalmente, aqui, nesse último tracinho (que representa a unidade), só tem uma possibilidade, porque os outros já foram usados. Portanto eu tenho 3 X 2 = 6 e 6 X 1 = 6 possibilidades.

Ainda nesse problema, depois de perguntar se a classe havia entendido o raciocínio exposto pelo Aluno 3, a professora solicitou que outro aluno se manifestasse sobre uma solução diferente daquela apresentada anteriormente.

A professora junto com a aluna: São três algarismos diferentes.

Aluna 4: São três algarismos diferentes e eu tenho que descobrir com quantas possibilidades eu posso trocar esses algarismos.

Professora: São o 1, o 2 e o 3. Coloca os 3 algarismos, quais são eles. O 1, o 2,e o 3 . Com quantas possibilidades diferentes eu posso formar esses números?

Professora: Explica!

Aluna 4: Eu peguei um número só desses e coloquei aqui e eu troquei peguei esses dois números e inverti eles. E fiz isso com todos os número e aí deu seis possibilidades.

Professora: Certo! Certinho, ela já fez diferente. Ela foi escrevendo todas as possibilidades, indicando cada um dos seis números possíveis que ela foi encontrando.

Observou-se que usaram maneiras diferentes para chegarem ao resultado. Verificou-se que alguns alunos apresentaram dificuldades relacionadas ao problema.

Nesse momento, foi solicitado para que fossem até a lousa e mostrassem como chegaram ao resultado. Deste modo, foi possível sanar as dúvidas apresentadas.

5. Considerações finais

O presente texto procurou mostrar como é possível crianças de 5º ano resolverem problemas de raciocínio combinatório, quando são instigadas a participar de uma situação que não lhes é distante, ou seja, resolver um problema cujo enunciado lhes é de fácil compreensão.

Porque a classe é participativa, foi possível discutir várias formas apresentadas por diferentes alunos no encaminhamento dos problemas propostos.

Foi interessante observar como os alunos propuseram mais de uma forma para resolver o problema.

Sabemos que esses problemas de raciocínio combinatório devem ser mais explorados nas suas variadas formas, de modo a torná-los mais fáceis de serem interpretados no dia-a-dia, uma vez que são situações presentes em nossas vidas diárias.

Os livros didáticos pouco exploram algumas situações e outras delas nem são mencionadas no material dos anos iniciais.

Finalizando, entendemos que os problemas do raciocínio combinatório devem ser explorados nas suas formas de resolução, cada um com as suas próprias características, para cada uma das situações apresentadas e não como um problema que envolve uma determinada operação que deve ser selecionada e resolvida.

6. Agradecimentos

Agradecemos a possibilidade de participar do projeto desenvolvido pela universidade que, dessa forma, nos permite interagir com colegas que carregam as mesmas dificuldades que todos os professores dos anos iniciais em relação à matemática.

Agradecemos à coordenadora de escola Professora Gessielene da Silva Araújo por seu apoio e contribuição neste trabalho.

7. Referências

BORBA, Rute Elizabete Rosa; AZEVEDO, Juliana. A construção de árvores de possibilidades com recurso computacional: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de Karine e Vitória. In: SPINILLO, Alina Galvão; LAUTERT, Sintria. Labres. (Orgs.) **A pesquisa em psicologia e suas implicações para a educação matemática.** Recife: Ed. Universitária da UFPE, 2012.

VERGNAUD, Gérard**. A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Trad. Maria Lúcia Faria Moro. Curitiba: Ed. Da UFPR, 2009.