

OS NÚMEROS DECIMAIS NOS MANUAIS FRANCESES DE ARITMÉTICA DO SÉCULO XVII a XIX

Rosineide de Sousa Jucá
Universidade do Estado do Pará
rosejuca@gmail.com

Resumo:

Neste trabalho apresentamos uma análise dos manuais franceses que circularam no século XVII a XIX com o intuito de investigarmos como os números decimais figuravam nestes manuais após serem sistematizados por Simon Stevin em 1585. O procedimento metodológico adotado foi a pesquisa documental-bibliográfica, pois revisamos alguns estudos referentes ao tema e analisamos alguns manuais de aritmética do século XVII a XIX. Em nossa análise percebemos que de forma geral, os decimais somente aparecem nos manuais a partir do século XVIII, e neste sentido vão se configurando como objeto de estudo. Nos livros analisados, nos quais os decimais aparecem, não vimos uma relação direta com o sistema de medidas, no geral estes números são estudados como um caso particular dos números inteiros

Palavras-chave: História da Educação matemática; Manuais de aritmética franceses; Epistemologia; Números decimais.

1. Introdução

A análise epistemológica coloca em evidência a construção histórica e a evolução do objeto matemático no decorrer do tempo e sua dependência e relações com outros objetos matemáticos. Além disso, proporciona uma historicidade aos conceitos matemáticos que o ensino usual tende a apresentar como objetos universais tanto no tempo como no espaço (ARTIGUE, 1990, p.4). Assim a análise epistemológica apoiada pela história dos objetos matemáticos pode nos oferecer importantes informações quanto o desenvolvimento desse objeto ao longo do tempo.

Para Waldegg (1997), a história como “laboratório epistemológico” é interessante, pois podemos questionar a história sobre as condições da construção do saber, da transformação das noções, da evolução e da ontologia dos objetos matemáticos. As questões que devemos colocar à história são questões essencialmente epistemológicas, questões que podem surgir em sala de aula, em situações de apreensão de conceitos e de construções de

saberes. De outra parte, a tradução epistemológica do desenvolvimento é necessária e mesmo indispensável para os resultados assumirem um significado didático.

Neste sentido, nos propomos neste estudo apresentar alguns aspectos histórico-epistemológicos dos números decimais, para analisarmos como os números decimais, após sua formalização por Simon Stevin no século XVI, apareceram nos manuais de aritmética do século XVII a XIX. A pesquisa se justifica, pois, ao analisarmos alguns manuais franceses de aritmética do final do século XVI e XVII não encontramos referências aos números decimais apresentados por Stevin. Também Goldstein (2014), analisou alguns manuais práticos de aritmética usados em Paris, do período de 1605 a 1645, e obseu que os números decimais e as técnicas propostas por Stevin, não apareciam nestes manuais.

Alguns pesquisadores franceses investigaram os números decimais e seu desenvolvimento epistemológico, tais como: Brousseau (1981), Abdeljaouad (1981), Bolon (1993), Bronner (1997) e Briand e Peltier (2010), além de outros. Tais estudos discutem o desenvolvimento histórico e epistemológico dos decimais e como estes números passam a ser abordados no currículo escolar e nos manuais pedagógicos franceses. A forma como os decimais passam a ser abordados nos programas de ensino oficial da França, nos permite compreender as diferentes abordagens que os decimais foram adquirindo ao longo do tempo, ora relacionados aos números inteiros, ora aos sistemas de medidas, e poucas vezes as frações decimais que lhes deram origem. Tais abordagens de certa forma acabaram por influenciar o ensino dos decimais no Brasil, visto que por muitos anos tivemos o ensino Francês como referência para o ensino brasileiro como exposto no estudo de Jucá e Sá (2015), e pela circulação dos manuais franceses no Brasil em épocas passadas, conforme Valente (2007).

Para o desenvolvimento desta pesquisa optamos pela pesquisa documental e bibliográfica, segundo Gil (2008) a pesquisa bibliográfica se utiliza fundamentalmente das contribuições de diversos autores sobre determinado assunto, a pesquisa documental vale-se de materiais que não receberam ainda um tratamento analítico. Para tal, realizamos uma revisão de estudos referentes aos aspectos históricos e epistemológicos dos decimais, além de nos debruçarmos sobre os manuais didáticos século XVII ao século XIX para analisar a forma como os números decimais são abordados nestes manuais.

2. A construção dos decimais por Simon Stevin

Simon Stevin (1548-1620), é considerado por alguns historiadores da matemática como o “inventor das frações decimais”. Entretanto, Stevin não é o criador nem o inventor das frações decimais, segundo Abdeljaouad (1981), em 1457, J. Al Kashi, erudito árabe, deu uma primeira definição de frações decimais, expôs em sua teoria como decompor qualquer soma de fração em frações decimais. Ele detalhou as técnicas operatórias e explicou como utilizar as frações decimais e as operações com as frações são reduzidas a operações com números inteiros.

No entanto, Stevin, ao publicar o *La Disme* em 1585, deu o primeiro tratamento sistemático às frações decimais. Ele se dispôs a explicar o sistema de modo elementar e completo. Ele queria ensinar como efetuar, com mais facilidade, as computações por meio de inteiros sem frações. No *La Disme*, Stevin mostrou como poderiam ser aplicadas de maneira natural as quatro operações fundamentais com inteiros a esse novo conjunto de números, e demonstrava rigorosamente as distintas regras aritméticas e suas justificativas, assim como apresentava uma simbologia para números decimais, que era representada pela unidade seguida do símbolo ①, o *prime* seu signo é ①, o *seconde* seu símbolo é ②, e assim por diante. Stevin escrevia 37,875 do seguinte modo: 37 ① 8 ① 7 ② 5 ③.

A sistematização de Stevin para as operações com os números decimais, principalmente estabelecendo relações com as operações dos inteiros, facilitou em muito os cálculos da época. Pois ele descreveu em termos expressivos as vantagens, não só das frações decimais, mas também da divisão decimal dos sistemas de peso e medidas. A contribuição real de Stevin é acima de tudo, uma contribuição conceitual, pois ele mudou profundamente o conceito de número. As frações decimais antes de Stevin eram simples convenções de notação, abreviações para construir melhor as tabelas numéricas. A introdução de uma verdadeira fração decimal, no qual a notação se apóia claramente sobre o carácter do sistema numérico decimal, enriqueceu significativamente as operações numéricas básicas. (WALDEGG, 2014, p. 74)

Na opinião de Briand e Peltier (2010) a construção dos decimais seja historicamente, tanto uma resposta as questões mais matemáticas, tanto as questões de ordem sócio econômica, seu estudo tem chamado a atenção de alguns pesquisadores. Para estes autores a

invenção de Stevin, é uma convenção de escritura e ela conduz a criação de um novo conjunto de números “Les nombres de Disme”, estritamente incluso no conjunto dos racionais. A partir da construção de Stevin, os decimais passam a ter um status de noção matemática.

Outras considerações importantes sobre a construção dos números decimais são apresentadas por Bronner (1997), o sentido dos decimais vem da noção de fração como dos matemáticos árabes da idade média, ou como da construção de Stevin. Este autor ao se referir ao saber sábio constituído, faz referência a duas construções dos decimais (**D**) que podem ser possíveis: **D** visto com uma extensão dos inteiros naturais (**N**), e neste caso a nova estrutura é a ruptura significativa com aquela de **N**; e **D** como parte dos racionais (**Q**), construiu-se como extensão de **N**, e neste caso, existe restrições das propriedades de **Q**, assim **D** indicaria os decimais finitos. Observa-se assim que duas concepções são introduzidas para os decimais, um referente as frações decimais, e outra referente aos inteiros. Mas o autor chama a atenção para a construção dos decimais como racional, pois podem ser representados por frações decimais, assim o conceito matemático de "decimal" é construído a partir desse significado.

Para Bolon (1993), após a revolução francesa, o uso dos decimais foi introduzido no ensino para impor um sistema unificado de medidas e de grandezas. Dessa forma, o uso dos decimais, associado ao sistema métrico, servia para enfatizar os benefícios que estes números contêm para os cálculos. Entretanto, recorrendo ao sistema métrico ou aos inteiros para introduzir os decimais, o ensino favoreceu a ideia que os decimais são constituídos de uma parte inteira e de uma parte fracionária e que deve ser tratado como inteiros, desaparecendo assim qualquer ligação com a fração decimal. Para Brousseau (2004), anuncia-se neste momento uma quebra entre as frações decimais e os números decimais.

(..) O aspecto fração decimal é relegado em um “apêndice”. Uma ruptura se anuncia entre as frações decimais e os “decimais populares”, os algoritmos maravilhosamente simples, que vão permitir vulgarizar totalmente a contabilidade comercial. (BROSSEAU, 2004, p. 130. **Tradução nossa**)

Dessa forma, os números decimais, apesar de terem sua origem nas frações decimais, ao entrarem nos currículos escolares franceses, tiveram seu ensino por muito tempo relacionados aos sistemas de medidas ou a resolução de problemas práticos do cotidiano. Essa escolha do ensino dos decimais por meio do sistema métrico, favoreceu a

popularização dos decimais na França e as intenções revolucionárias conduziram ao ensino das mecanizações, independentes das justificativas matemáticas.

3. Análise dos manuais de aritmética do século XVII ao XIX

A sociedade francesa até 1789 (ano da revolução francesa), viveu um período absolutista, somente a partir da Revolução francesa, com a criação da escola pública gratuita é que os manuais escolares vão apresentar algumas indicações relacionadas a instrução pública na sua capa. Antes dessa época estes manuais apareciam indicados a todos aqueles que precisavam aprender aritmética para facilitar as transações comerciais e suas práticas sociais.

Para realizar esta pesquisa analisamos cinco manuais de aritmética que circularam em França nos séculos XVII, XVIII e XIX, com o intuito de investigarmos como os decimais apareciam abordados nestes livros após a sistematização de Stevin no século XVI. Escolhemos dois manuais dos séculos XVIII e XIX e somente um do século XVII, a escolha pelos manuais se deram de forma aleatória, ou seja, dependia de como conseguíamos localizar os mesmos.

O primeiro manual de aritmética analisado do século XVII, foi de Jean Trenchant “L’Arithmétique” de 1617, (fig.1).

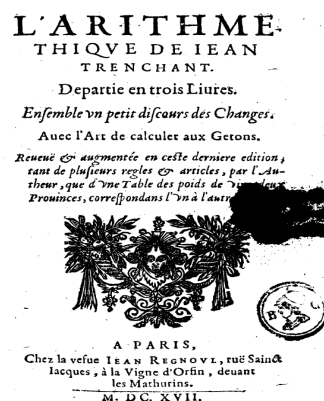


Figura 1: capa de L’arithmetique, 1617

Este manual apresenta no prefácio uma indicação que é para uso dos profissionais de atividade práticas como comerciantes, profissionais do dinheiro, tesoureiros, entre outros.

Na apresentação da obra, achamos uma coisa interessante, a referência do autor as artes liberais: Trivium e Quadrivium. Na qual a matemática faz parte do Quadrivium, que se divide em aritmética, música, geometria e astronomia. Em seguida, o autor apresenta a aritmética como a disciplina dos números no qual se divide em teoria e prática. A teoria mostra a especulação para o qual se conhece as propriedades; e a prática são as operações que provém da teoria.

A obra apresenta-se dividida em três partes e aborda os seguintes conteúdos: ordem de contagem, representação dos algoritmos, as quatro operações com números inteiros, números físicos ou números astronômicos (medidas de ângulos), regras de três simples e composta, tabelas proporcionais, entre outros. Em relação as frações, o livro mostra como utilizar as frações ordinárias na resolução de problemas e aborda de forma superficial as frações decimais. Não percebemos nenhuma referência aos números decimais sistematizados por Stevin.

Em relação ao século XVIII, analisamos dois manuais de aritmética, “L’Arithmétique le livre facile”, de 1710 do autor N. Barrême (fig.2) e o “Cours de Mathématique. Élémens d’arithmétique” de 1753, do autor M. Camus (fig.3).

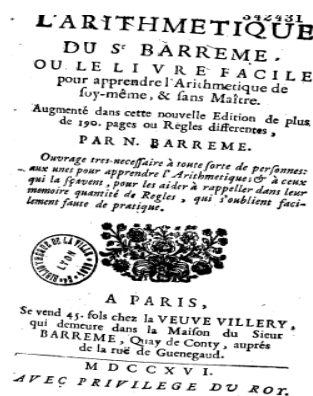


Figura 2: capa de L’Arithmétique, 1710

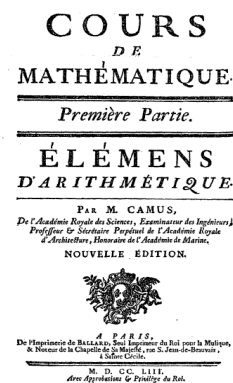


Figura 3: capa de Cours de Mathématique, 1753

O manual “L’Arithmétique” de 1710, de Barrême, é indicado para todas as pessoas que desejam aprender aritmética. O autor aborda inicialmente os nomes e representações dos números e depois apresenta as operações aritméticas básicas, a justificativa de cada operação e os problemas práticos com as mesmas. Em outro capítulo, aborda os diferentes tipos de regras de três e regra da sociedade. O autor também apresenta as operações realizadas com os sistemas de medidas da época, tais como: braças, pés, polegadas, barril de milho e sal,

marcas de ouro e prata, e diversos tipos de aplicações práticas. Em relação as frações o manual apresenta o estudo das frações ordinárias, suas representações, cálculo de uma fração de um inteiro, operações com as frações, e problemas práticos envolvendo frações, no entanto não vimos referência as frações decimais e nem aos números decimais.

O segundo manual analisado foi “*Cours de Mathématique*” de 1753, de Camus, a obra é dividida em nove partes ou nove livros. O livro aborda o sistema decimal, a numeração e os princípios gerais nos quais a aritmética é baseada. Aparecem também a explicação das quatro operações e das operações com os números inteiros e decimais. As grandezas complexas, as frações e suas operações e os números complexos e suas operações, as relações de proporções, regras de três e da sociedade, composição do quadrado e do cubo, a extração de raízes, as proporções, progressões aritméticas e geométricas, logaritmos, além de permutação e combinações. Observa-se que este manual aborda uma grande quantidade de conteúdo.

Os números decimais, aparecem no capítulo III, com a designação “*Des parties décimales*”. Inicialmente se apresenta os decimais como inteiros com uma vírgula, não se observou referência as frações decimais para iniciar a apresentação dos decimais. O autor explica como escrever o número decimal, como encontrar os décimos, centésimos e milésimos e onde colocar a vírgula. Para tal utiliza o número 576,347892 para iniciar a exposição, como mostra a figura 4.

**en un mot on peut regarder (576, 347892) comme
si ce nombre étoit écrit de cette maniere, 576 unités
simples & 347892 millionièmes.**

**par une virgule, seront nommés chiffres décimaux,
& leurs unités seront appellées parties décimales ou
fractions décimales.**

Figura 4: apresentação dos decimais
Fonte: Camus, 1753

Em seguida são apresentadas as operações com números inteiros, inicialmente apresenta-se a operação de adição com os inteiros e sua justificativa e depois é apresentada a adição com os decimais. Para a apresentação das demais operações o processo é o mesmo. Um fato que nos chamou a atenção é que as operações com números inteiros e decimais são

estudadas juntas, como se os decimais fizessem parte dos inteiros, ou fossem um caso particular destes.

Em relação ao século XIX, analisamos dois manuais de aritmética, o primeiro foi “Traité de Arithmétique”, de 1839 do autor Reynaud (fig.6), a obra é indicada para uso dos alunos da época, e o segundo livro “Elements D’Arithmétique”, de 1865 do autor E. A. Tarnier (fig.7), é indicado para os alunos do liceu.



Figura 5: capa de Traité de Arithmétique,1839

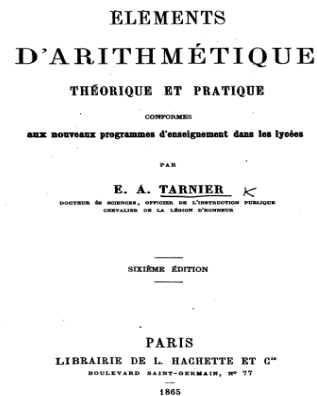


Figura 6: capa de Elements D’Arithmétique,1865

O manual “*Traité de Arithmétique*”, de 1839 de Reynaud apresenta na capa uma indicação “L’usage des élèves”, visto que muitos manuais de aritmética tinham muitas orientações na época, como para uso de engenheiros, na artilharia e outros. Em especial este manual era indicado para a instrução dos alunos. O manual apresenta-se bem organizado, o capítulo III apresenta o estudo das frações ordinárias e decimais. No parágrafo II do capítulo III, temos o estudo das frações decimais e dos números decimais. As frações decimais inicialmente são apresentadas na forma de números inteiros, como mostra a fig.7.

Cela posé : pour mettre la *fraction décimale* $\frac{23547}{1000}$ sous une forme ENTIERE, on observe qu’elle se décompose en $\frac{23000}{1000} + \frac{500}{1000} + \frac{40}{1000} + \frac{7}{1000}$, ou en 23 unités + $\frac{5}{10} + \frac{4}{100} + \frac{7}{1000}$, ou en 23 unités + 5 dixièmes + 4 centièmes + 7 millièmes.

Figura 7: apresentação das frações decimais
Fonte: Reynaud, 1839

Em seguida, os números decimais são apresentados, e cada número receber sua denominação. O número 23 colocado a esquerda da vírgula é chamado de parte inteira, os

algoritmos 5,4,7 colocados à direita da vírgula são os algoritmos decimais, ou parte decimal, como mostra a fig.8.

Le nombre 23,547 est ce qu'on nomme un nombre décimal ; les chiffres 2, 3, placés à gauche de la virgule, forment sa partie entière 23; les chiffres 5, 4, 7, placés à droite de la virgule sont ses chiffres décimaux ou ses décimales ; ils composent la partie décimale 0,547 du nombre donné.

Figura 8: apresentação dos decimais
Fonte: Reynaud, 1839

Após a apresentação dos decimais, mostra-se as representações dos mesmos na forma de fração decimal, e mostra-se como deve ser realizada a leitura. Em seguida são apresentadas as operações com decimais, um fato interessante o autor orienta que as operações com estes números devem ser feitas como se fossem números inteiros. A figura 9 mostra como fazer a operação de adição e subtração, as demais operações seguem a mesma orientação.

132. L'ADDITION et la SOUSTRACTION des nombres décimaux s'effectuent comme s'il s'agissait de nombres entiers, en ayant soin de placer les unités de même grandeur les unes sous les autres.

Exemples d'addition.

	$12,34$	$28000,909009$	$3705,12$	$9000,40070012$
	$42,53$	991101991	$89,7501$	$8210,5673$
<i>Sommes</i>	$54,87$	281001011000	$3794,9501$	$17210,96800012$

Figura 9: apresentação da adição com decimais
Fonte: Reynaud, 1839

O manual “*Elements D'Arithmétique*” de 1865 de Tarnier, apresenta-se segundo os novos programas de ensino dos Lycées. Inicialmente o autor apresenta uma classificação dos manuais de aritmética de acordo com a idade dos alunos. O manual apresenta-se organizado em cinco livros. No livro I são expostos o sistema de numeração decimal, as explicações das operações com números inteiros, as potências e extração de raízes quadradas e cúbicas. No livro II aparece o conteúdo de frações ordinárias e suas representações e no livro III aparece as frações decimais.

Inicialmente o autor apresenta o conceito de fração decimal como uma potência de dez. Após a apresentação da fração decimal, estas são apresentadas por meio de um número

inteiro, conforme figura 10. O autor explica que para escrever a fração decimal em forma de número inteiro deve-se escrever o numerador e separar por uma vírgula a parte decimal à direita que tem os zeros no denominador. Observa-se que os números decimais são tratados como se fossem “inteiros”.

Pour écrire une fraction décimale sous la forme d'un nombre entier, écrivez le numérateur, et séparez (par une virgule) autant de décimales sur sa droite qu'il y a de zéros au dénominateur. Si le nu-

Figura 10: apresentação das frações decimais
Fonte: Tarnier, 1865

Após a apresentação da fração decimal o autor demonstra como transformar uma fração decimal em número decimal, como mostra a figura 11.

DÉMONSTRATION. L'expression proposée revient à

$$\frac{30000}{10000} + \frac{1000}{10000} + \frac{100}{10000} + \frac{10}{10000} + \frac{6}{10000}$$

Je simplifie les quatre premières fractions par la suppression d'un certain nombre de zéros, et j'ai

$$\frac{3}{1} + \frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000} + \frac{6}{10000}$$

ou 3,1416. C. Q. F. D

Figura 11: apresentação dos decimais com as frações decimais
Fonte: Tarnier, 1865

No capítulo III aparece a exposição das operações de adição e subtração e no capítulo IV, aparece as operações de multiplicação e divisão. Para expor as operações de adição apenas são apresentados os algoritmos com alguns exemplos da operação. Não são apresentadas as regras, como mostra as figuras 11 e 12.

I.	II
2 8,3 5	4 7,5 0 9
4 8 4,9	5,8 6 3 4
4 1 8,4 9	0,9 4
9 3 1,7 4	7,8 6 4
	0,3
	6 2,4 7 6 4

Figura 12: adição dos decimais
Fonte: Tarnier, 1865

179. I. Soit proposé de retrancher 45,69 de 170,48.

$$\begin{array}{r} 170,48 \\ - 45,69 \\ \hline \text{Reste..... } 124,79 \end{array}$$

Figura 13: subtração dos decimais
Fonte: Tarnier, 1865

A subtração dos decimais é apresentada partindo-se da ideia de retirar uma quantidade de outra, conforme figura 12. Para as operações de multiplicação e divisão são apresentadas as regras e depois o algoritmo.

4. Considerações finais

O objetivo deste trabalho era verificar como os números decimais figuravam nos manuais do século XVII até o sec. XIX, após serem sistematizados por Simon Stevin em 1585, no *La Disme*, no qual os decimais se apresentam como uma representação das frações decimais em forma de números inteiros. No manual do século XVII, “*L'Arithmética*” de 1617, observamos a utilização das frações decimais de forma sutil na utilização de situações do cotidiano, neste período as frações decimais figuravam na utilização das práticas sociais. Não percebemos referência aos números decimais.

Nos manuais do século XVIII, apenas um deles faz referência as frações decimais e números decimais. No manual “*L'arithmétique ou le livre facile*”, de 1710, não observamos referência nem as frações decimais e nem aos números decimais, somente no manual “*Cours de Mathématique: Elémens d'arithmétique*” de 1753, é que percebemos referência aos números decimais e as frações decimais, assim como as suas operações que são apresentadas por meio dos números inteiros. Os manuais do século XIX, diferenciam-se dos manuais do século anterior, pois aparecem sua indicação para o ensino e não somente para uso prático. Nos manuais “*Traité de Arithmétique*” e “*Elements D'Arithmétique*”, os números decimais aparecem melhor sistematizados, nos dois manuais a apresentação dos decimais é feita pelas frações decimais e suas operações são apresentadas com relação as operações com inteiros.

Em suma, nas análises dos manuais observamos que os decimais somente aparecem a partir do século XVIII, e neste sentido vão se configurando como objeto de estudo. Entretanto os decimais somente aparecem relacionados as frações decimais nos manuais do século XIX, apesar que nestes as operações com os decimais são relacionadas as regras das operações com os inteiros, como fora proposta por Stevin.

REFERÊNCIAS

ABDELJAOUAD, M. Vers une épistémologie des décimaux. In: **Fragments d'histoire des mathématiques**. n.º. 41, L'APMEP, 1981

ARTIGUE, M. Epistémologie et Didactique. **Recherches en didactique des mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage Éditions. Vol.10, n.º 23, 1990

BARRÊME, N. **L'arithmétique**. Paris, 1710.

BOLON, J. L'enseignement des decimaux a L'ecole elemetaire. **Grand N**, n.º. 52, 1993, pp. 49-79

BRIAND, J. & PELTIER, M. E. **Étude de La Disme de Stevin de Bruges**. Version 25 de julho, 2010. Disponível em <http://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00495125>.

BRONNER, A. Analyse a priori de séquence de formation à propôs des décimaux. **Extrait du Cahier du Formateur**. n.º 1. Perpignan, 1997.

BROUSSEAU, G. Problemes de l'enseignement des Décimaux. In: **Theorie des Situations didactiques** (2^a edition), Grenoble: La pensée sauvage éditions, 2004.

CAMUS, M. **Cours de Mathématique**. Paris, 1753

GIL. A.C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6^a edição. São Paulo: editora Atlas, 2008

GOLDSTEIN, C. **Les fractions decimals: un art d'ingenieur?** Hal archives – ouverts.Fr., 2014. Disponível em: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00734932v>

JUCÁ, R.S. & SÁ, P.F. Aspectos epistemológicos dos números decimais. **REMATEC**. Ano 10, n.º.18, Rio Grande do Norte, 2015, p. 111-123

REYNAUD, A.A.L. **Traité de Arithmétique**. Paris, 1839.

STEVIN, S. **La Disme**. Reedição. Paris: ACL- Editions, 1634.

TARNIER, E.A. **Elements D'Arithmétique**. Paris, 1865

TRENCHANT, J. **L'Arithmétique**. Paris, 1617

WALDEGG, G. **Histoire, Epistemologie et Methodologie dans la Recherche en Didactique**. For the Learning of Mathematics. N. 17, 1, February. Vancouver: FLM Publishing Association, 1997

WALDEGG, G. **L'arithmetisation des grandeurs geometriques chez Stevin**. Disponível em: www.peiresc.org/beta/wp-content/uploads/2014/.../Waldegg.pdf, 2014. p. 73-83

VALENTE, W.R. **Uma história da Matemática escolar no Brasil, 1730-1930**. São Paulo: Annablume: FAPESP, 2007