O NÚMERO DE OURO NAS AULAS DE MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO 9º ANO

Marcia Boiko dos Santos
Colégio Estadual 29 de novembro-NRE de Campo Mourão
marcia_boiko@hotmail.com

Veridiana Rezende
UNESPAR - Campus Campo Mourão
rezendeveridiana@gmail.com

Claudete Cargnin
UTFPR – Campus Campo Mourão
cargnin@utfpr.edu.br

Resumo:
O presente artigo tem por objetivo apresentar um relato da implementação de sete tarefas relacionadas ao número de ouro com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental. Com as tarefas propostas, pretendeu-se incentivar aos alunos pela mobilização de diferentes representações do número de ouro, em especial nas atividades cognitivas de tratamento e de conversão, uma vez que a utilização de vários registros para um mesmo conceito matemático potencializa a aprendizagem deste conceito (DUVAL, 2003) proporcionando a diferenciação do objeto matemático e sua representação. Buscou-se atrair a atenção dos alunos para a regularidade com que um mesmo valor, mesmo aproximado, aparece depois de realizadas as medidas e os cálculos solicitados, e que o número 1,6 (valor aproximado do número de ouro) está diretamente ligado aos padrões de beleza estabelecidos pelos povos da Antiguidade por volta do século V a.C., e que as formas, os números e as medidas são elementos que podem vincular a Arte à Matemática.

Palavras-chave: Número de Ouro; Registro de Representação Semiótica; Arte; Matemática

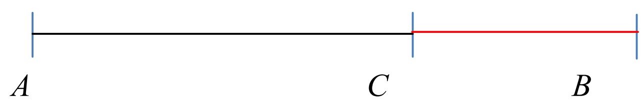
1. Introdução

O presente trabalho é parte dos resultados de um trabalho de conclusão de curso de Especialização em Ensino de Matemática realizado pela primeira autora, e tem por objetivo apresentar um relato sobre a implementação de sete tarefas relacionadas ao número de ouro com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental de um Colégio público do interior do Paraná, as quais usam a arte e arquitetura como suporte motivacional. A partir das tarefas propostas, pretendeu-se analisar as diferentes representações utilizadas pelos alunos, em especial nas atividades cognitivas de tratamento e de conversão, uma vez que a utilização de vários registros para um mesmo conceito matemático potencializa a aprendizagem deste conceito (DUVAL, 2003) proporcionando a diferenciação do objeto matemático e sua representação.

A sequência de tarefas apresenta, ainda, possibilidades para trabalhos interdisciplinares, que podem estimular o interesse discente pelo estudo da Geometria e Matemática. Por acreditarmos que o acesso aos objetos matemáticos acontece por meio da utilização de uma representação, recorremos à Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval (1993), e a uma sequência de tarefas, a qual foi elaborada e analisada à luz desta teoria, uma vez que concordamos com Damm (2010): “Não existe conhecimento matemático que possa ser mobilizado por uma pessoa, sem o auxílio de uma representação” (p.169).

De acordo com Duval (1993) é importante que se trabalhe com vários registros de representações em sala de aula para compreensão e aprendizagem de conceitos matemáticos, e para que não seja confundido o conceito com sua representação, uma vez que os conceitos matemáticos são abstratos e só se pode ter acesso a eles por meio de suas representações. Pensando na aquisição do conhecimento sobre o número de ouro para alunos do 9º ano, buscamos na Teoria das Representações Semiótica de Raymond Duval respaldo para análise sobre como estes alunos conseguem diversificar as representações desse conceito matemático.

O matemático grego Euclides (325 a.C.- 265 a.C.) propôs uma divisão que tem uma propriedade especial. Se tomarmos um segmento $\overline{AB}$ temos inúmeras formas de dividi-lo em duas partes. No entanto, uma delas é particularmente interessante:



O ponto C que divide $\overline{AB}$ é marcado de forma que: $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AC}{CB}$

Quando a razão entre o todo e a maior parte é igual à razão entre a maior parte e a menor parte, o segmento foi dividido na Razão Áurea, ou seja:

> A **razão áurea** ou **divina proporção** ou **proporção áurea** é o resultado da divisão de um segmento em média e extrema razão, isto é, a razão que resulta entre o menor e o maior segmento é igual à razão entre o segmento maior e o todo, o resultado desta divisão é simbolizado pela letra grega (lê-se “fi”) e tem como valor aproximado 1,61803398, a este é atribuído à nomenclatura de **número de ouro** (SANTOS, 2013, p. 38) (Grifos nossos).

As propriedades estéticas e artísticas dessa razão são mostradas no retângulo áureo. De acordo com Santos (2013), “um retângulo será áureo se tiver a seguinte propriedade: se dividirmos em um quadrado e outro retângulo, o novo retângulo será semelhante ao original, no sentido de manter suas proporções, este processo pode ser repetido infinitas vezes que sempre resultará em um novo retângulo áureo" (p.39).

2. O relato da experimentação

As tarefas apresentadas nesse relato fizeram parte de uma sequência didática mais ampla, a qual foi realizada em contraturno, com sete (07) alunos voluntários do 9º ano, divididos em dois grupos pelo nível de amizade entre eles.

Tarefa A: O Partenon

Na atividade A, foram mostrados o Partenon e o retângulo que o circunscrevia, com a informação de que esse era um retângulo áureo. Foi solicitado aos alunos as medidas das dimensões do retângulo, bem como a razão entre a medida do lado maior pela medida do lado menor.

O objetivo da tarefa foi oportunizar um primeiro contato com a aproximação do número de ouro. A resolução dos alunos do grupo 1 está apresentado na Figura 1.

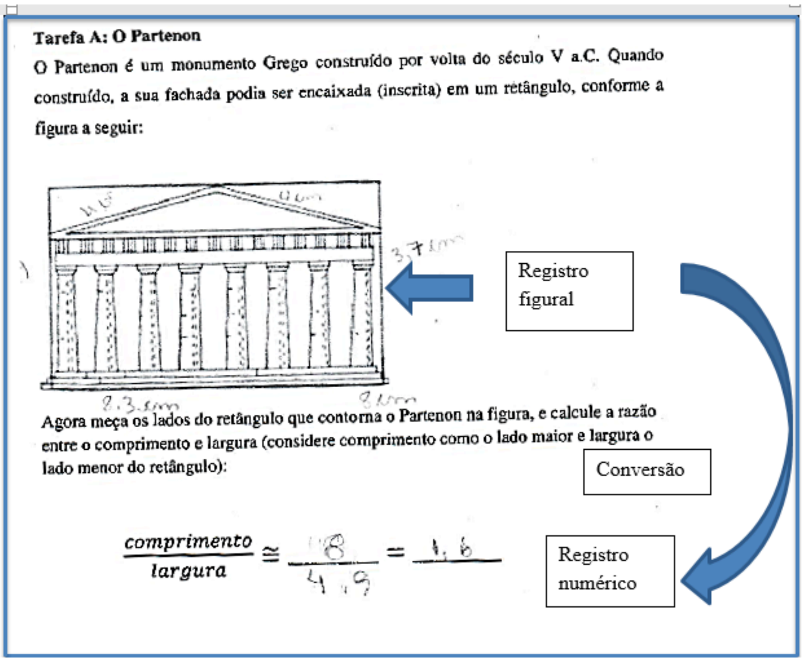


Figura 1. O Partenon – resolução dos alunos do grupo 1

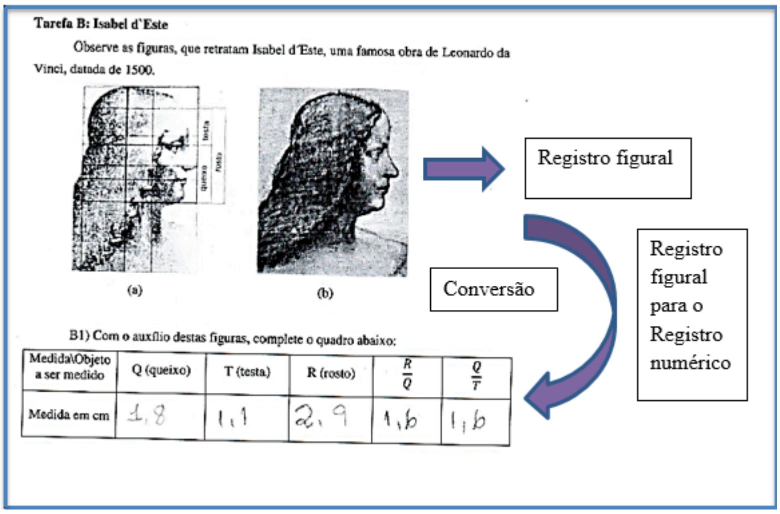
Na tarefa A, figura 1, optamos por utilizar a figura do templo Partenon, relacionando a história com a matemática, para que os alunos percebessem a relação do comprimento (lado maior) com a largura (lado menor). Os alunos utilizaram a régua graduada para realizar as medições no que passaram do registro figural para o registro numérico, conversão, encontrando um valor aproximado de 1,6. O registro apresentado refere-se à tarefa do grupo 1, uma vez que não houve diferença significativa na resolução dos grupos 1 e 2.

Os conceitos referentes às grandezas e medidas estão na base do desenvolvimento da Matemática, e os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs (BRASIL, 1998, p.49) destacam que “esses conteúdos fornecem contextos ricos, inclusive a história da matemática, para a construção do significado de número”.

Tarefa B: Isabel d`Este

Nesta tarefa, esperava-se que por meio da obra de arte que retrata Isabel d´Este, famosa obra de Leonardo da Vinci, datada de 1500, ao realizar as medições fosse obtida a razão do rosto para o queixo e do queixo para a testa, aproximado de 1,6. Assim, esperava-se que fosse observada a semelhança entre os valores encontrados na tarefa anterior e nesta, para que os alunos fossem percebendo a existência de um padrão entre as medidas encontradas.

Apresentamos na Figura 2 os registros de resolução do grupo 1.



Medida\Objeto a ser medido	Q (queixo)	T (testa)	R (rosto)	$\frac{R}{Q}$	$\frac{Q}{T}$
Medida em cm	1,8	1,1	2,9	1,6	1,6

Figura 2. Isabel d`Este – resolução dos alunos do grupo 1.

Ao utilizar esta obra de arte intencionamos que os alunos percebessem que a razão encontrada no templo Partenon também estava presente nas proporções do rosto humano.

O grupo 1 conseguiu realizar as medições e chegar ao número 1,6, como mostrado na Figura 2. O grupo 2 optou por utilizar duas casas depois da vírgula, como pode ser notado na Figura 3.

B1) Com o auxílio destas figuras, complete o quadro abaixo:

Medida\Objeto a ser medido	Q (queixo)	T (testa)	R (rosto)	$\frac{R}{Q}$	$\frac{Q}{T}$
Medida em cm	1,8	1,1	2,9	1,61	1,63

Figura 3: Resolução pelo grupo 2

Na atividade B1 os alunos dos grupos 1 e 2 utilizaram-se da conversão do registro figural para o registro numérico e chegaram ao padrão (mesmo que aproximadamente no caso do grupo 2) que já vinha sendo estabelecido na atividade anterior de 1,6. Na atividade B2, o grupo 2 concluiu que as razões encontradas eram todas "iguais", como pode ser observado na Figura 4. O Grupo 1- respondeu que "Sim, dividindo a medida do rosto e do queixo o resultado comprimento e da largura do Partenon é igual".

B2) Agora compare os resultados obtidos para as razões das atividades A e B.
Há alguma semelhança entre os valores?

Sim, Pois Todo valores são iguais

Figura 4 - Resposta do grupo 2

Tarefa D: Retângulo

Na tarefa D era dado um retângulo para verificar se suas propriedades eram de um retângulo áureo. O objetivo era que o retângulo dado fosse subdividido em quadrados e retângulos, e que, ao ser medidas as proporções dos retângulos encontrados, estes tivessem o valor aproximado de 1,6 o qual é a aproximação do número de ouro.

Para a realização desta tarefa, os alunos utilizaram-se da conversão do registro em língua natural, dado pelo enunciado, para o registro geométrico, e do geométrico para o numérico, realizando conversões de um registro para o outro, como mostra a Figura 5.

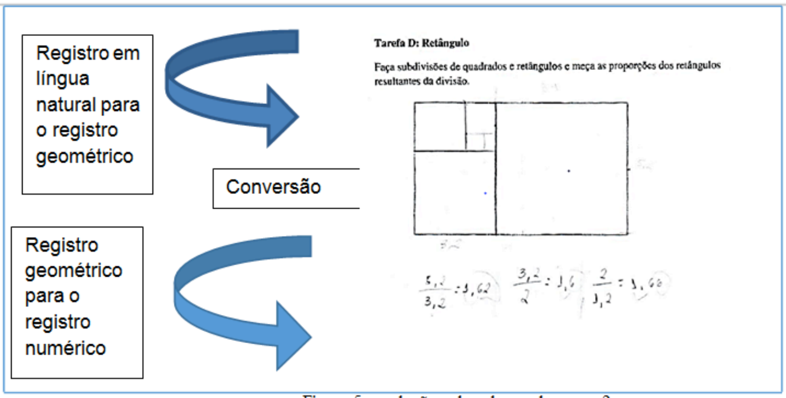


Figura 5: resolução pelos alunos do grupo 2

Em relação à tarefa D pudemos perceber que foram obtidas razões que aproximaram-se do valor 1,6 encontrando um padrão, como esperado. As pequenas diferenças entre os valores obtidos pelos alunos, pode ter sido devido à imprecisão nas medidas tomadas, sendo que o retângulo dado era áureo e as medidas de seus retângulos internos são aproximadamente 1,61. Um dos fatores que pode ter contribuído para essa imprecisão pode ter sido o uso irrestrito da régua. Nenhum aluno conseguiu (nem sequer tentaram) usar o compasso para transportar a medida da largura.

Nesta tarefa houve uma diferença significativa nos resultados obtidos pelo grupo 1, como pode ser observado na Figura 6.

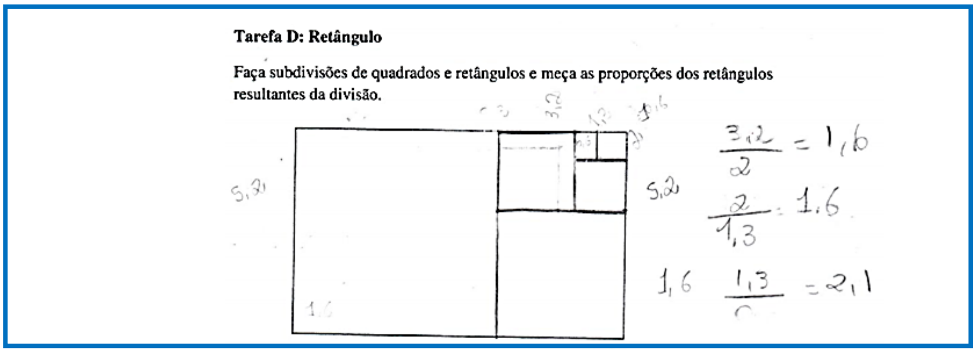


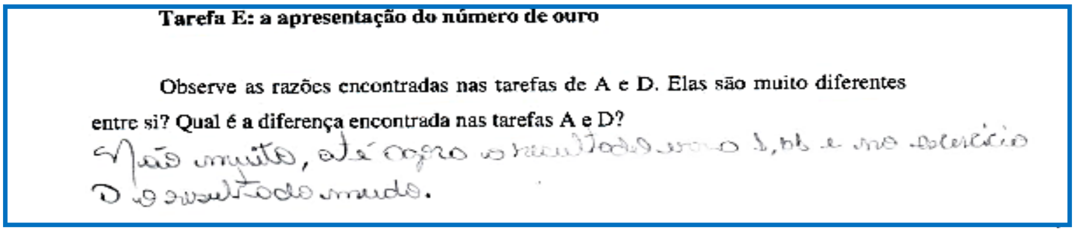
Figura 6: Resolução pelo grupo 1

Os alunos deste grupo 1 já vinham percebendo uma regularidade nos valores encontrados, quando chegaram ao valor de 2,1, não se conformaram com o resultado, tentaram várias vezes refazer as divisões, porém não obtiveram sucesso, dando a tarefa por encerrada, mesmo não concordando com o resultado obtido.

ISSN 2178-034X

Tarefa E: a apresentação do número de ouro

Com esta tarefa objetivava-se incentivar a percepção de um padrão, de um número que sempre se apresenta 1,6 valor aproximado do número de ouro, para que a professora pesquisadora pudesse formalizar este número como o número de ouro. Veja a Figura 7.

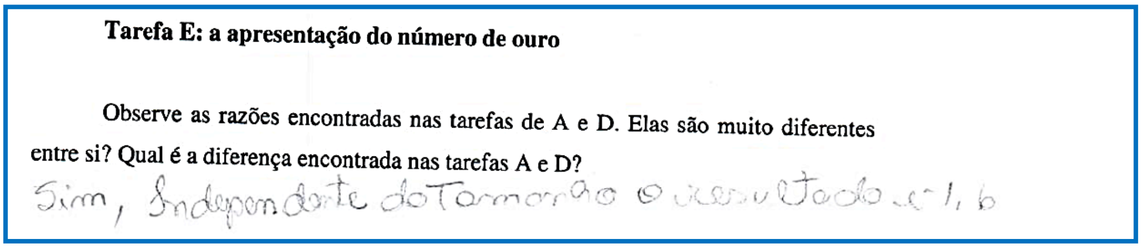

Tarefa E: a apresentação do número de ouro

Observe as razões encontradas nas tarefas de A e D. Elas são muito diferentes entre si? Qual é a diferença encontrada nas tarefas A e D?

Não muito, até agora o resultado era 1,66 e no exercício D o resultado mudo.

Figura 7: Resposta dos alunos do grupo 1.

Percebe-se pela resposta do grupo que estes ainda estavam inconformados com o resultado obtido de 2,1. Já o grupo 2 demonstrou estar satisfeito com os resultados obtidos, como mostra a figura 8.


Tarefa E: a apresentação do número de ouro

Observe as razões encontradas nas tarefas de A e D. Elas são muito diferentes entre si? Qual é a diferença encontrada nas tarefas A e D?

Sim, Independente do Tamanho o resultado é 1,6

Figura 8: resposta do grupo 2.

Apesar dos alunos continuarem percebendo o padrão existente entre esta e as tarefas anteriores, eles ainda não questionaram o porquê do padrão ser aproximadamente 1,6.

Tarefa F: Construção do retângulo áureo com régua e compasso.

Nesta tarefa foram dados os passos para a construção do retângulo áureo com régua e compasso. O objetivo era que os alunos percebessem que este retângulo tinha propriedades que o tornava especial e diferente dos demais retângulos, e que o padrão encontrado anteriormente apareceria novamente, como mostra a Figura 9:

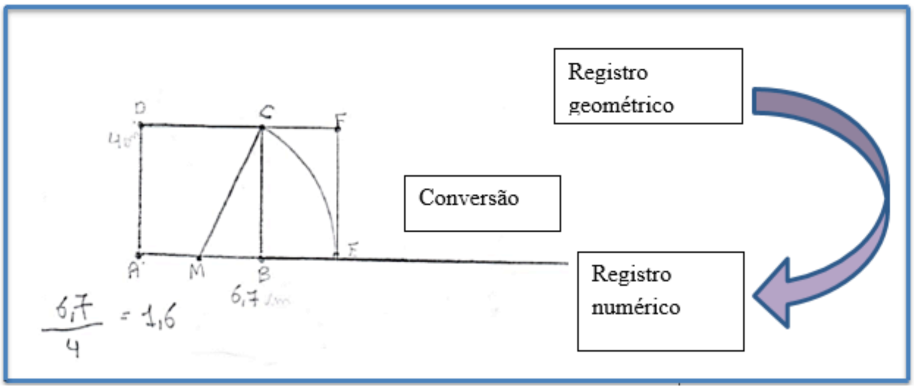


Figura 9: Tarefa realizada pelo grupo 1

Na tarefa F, com a ajuda da régua e compasso, os alunos construíram um retângulo em que a razão áurea estava presente. Nela, esperava-se que os alunos percebessem a Matemática mais próxima de sua realidade. Analisamos a resolução do grupo 1 por estar semelhante à resolução do grupo 2.

Quanto aos registros utilizados, observou-se que os alunos não encontraram dificuldades em passar de um registro para outro.

Com a construção do retângulo áureo pelos alunos, eles puderam perceber propriedades deste retângulo que o diferenciam de outros retângulos, partir de um quadrado, encontrar o ponto médio e com o compasso transportar a distância do ponto médio ao vértice oposto, para a semirreta inicial do exercício, marcar um ponto e deste ponto subir uma paralela ao lado do quadrado e fechar o retângulo, foi uma maneira diferente do modo que eles estão acostumados a construir um retângulo qualquer, pois, entre outras coisas, usaram muito mais conhecimento geométrico do que usualmente o fazem.

Tarefa G: a representação algébrica do número de ouro

Nesta tarefa, objetivou-se que os alunos compreendessem a definição de número de ouro e representasse por meio de um desenho as razões dadas. Observe a Figura 10:

ISSN 2178-034X

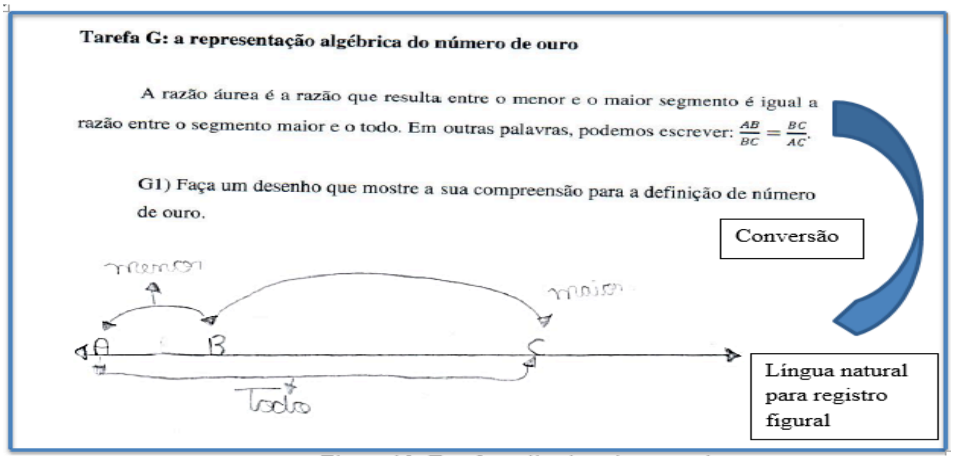


Figura 10: Tarefa realizada pelo grupo 1

Nesta tarefa, a expectativa da professora pesquisadora foi de que os alunos fossem capazes de interpretar o enunciado e representar seu entendimento por meio de um desenho. Tanto o grupo 1 quanto o grupo 2 desenharam um segmento de reta colocando nelas as letras A, B e C, organizando um esquema que mostrava que de A a B era o segmento menor, de B a C o segmento maior e de A a C o todo, como mostra a figura 10. Novamente não houve diferenças significativas nas resoluções dos grupos.

A professora pesquisadora, após essa construção, fez a institucionalização do conceito de número de ouro, e com a próxima tarefa esperava-se que eles compreendessem este número utilizando a representação algébrica..

Tarefa H: Resolução da Equação para encontrar o Número de Ouro.

Com esta tarefa objetivava-se que os alunos compreendessem que da razão áurea surge uma equação que vai resultar em um número irracional e que este número é chamado número de ouro. A resolução do grupo 1 encontra-se na Figura 11.

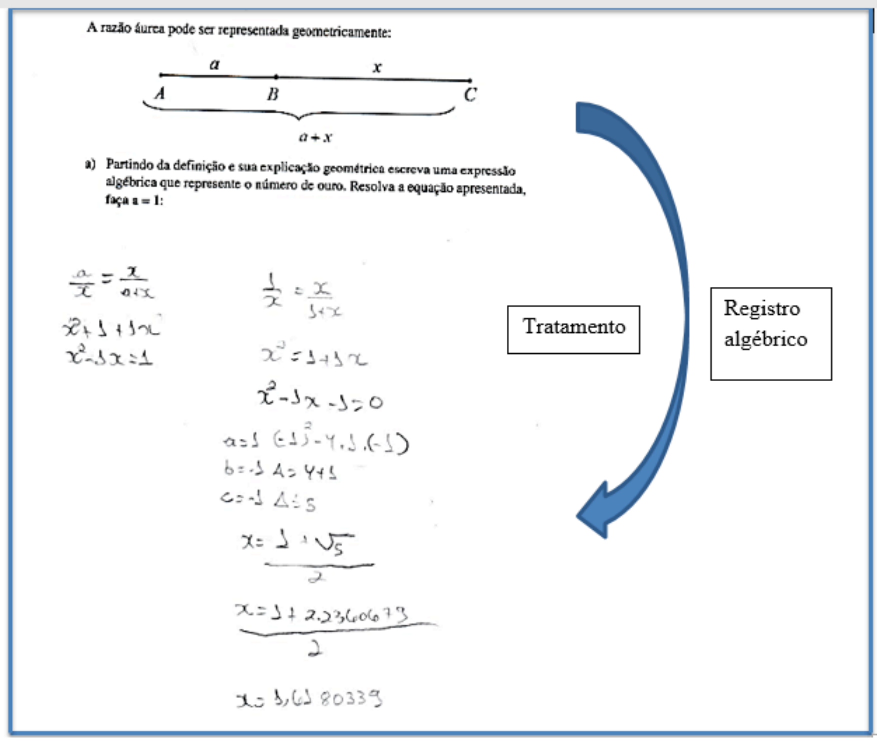
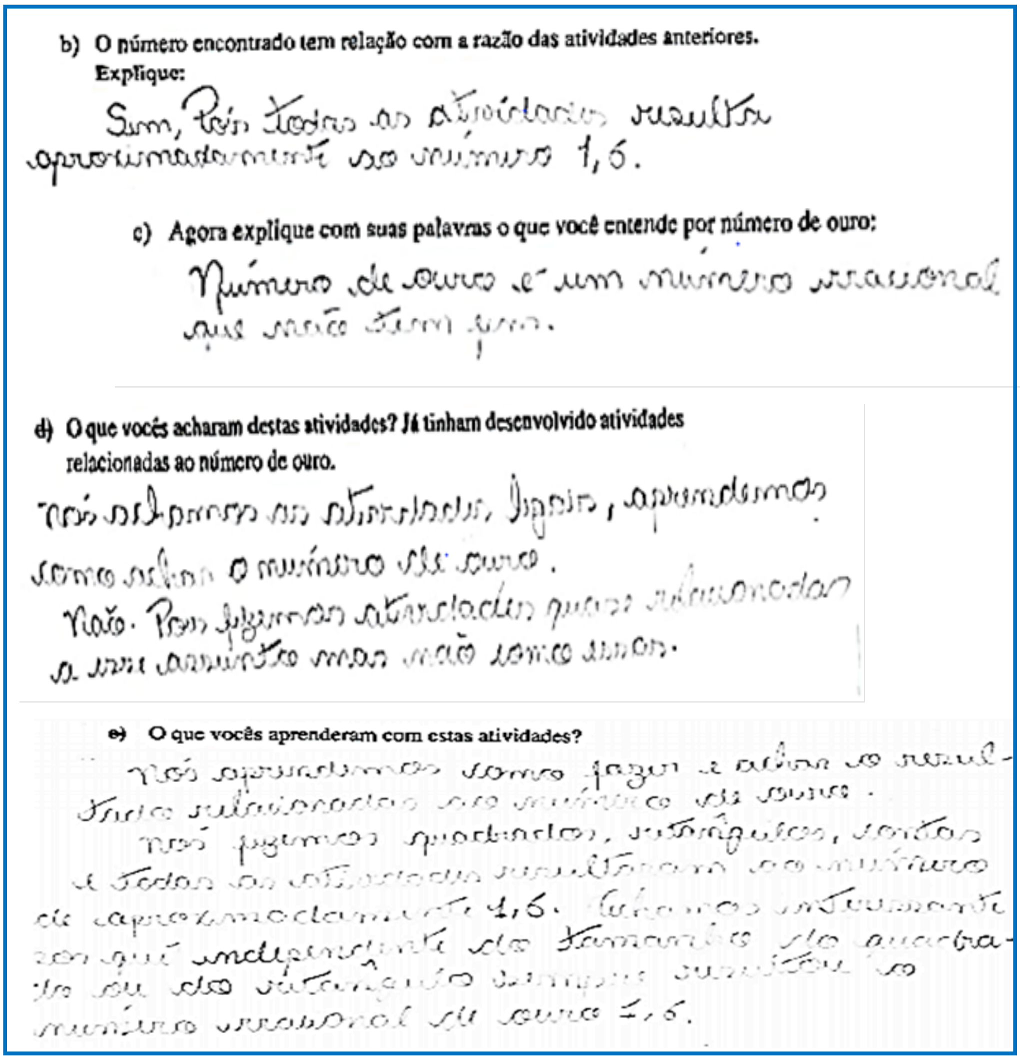


Figura 11: Resolução da tarefa pelo grupo 2

Para resolver esta questão os alunos, tanto do grupo 1 quanto do grupo 2, apresentaram insegurança no início, voltaram à tarefa anterior e leram novamente a definição, a partir daí conseguiram montar e resolver a proporção. Outro impasse se deu quando chegaram na equação do 2º grau, cuja fórmula de resolução não era lembrada, então foi passada a fórmula no quadro e, assim, conseguiram resolver a equação e chegar ao número irracional $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$=1,6180339...., concluindo que este era o número de ouro, porque encontraram sua aproximação nas tarefas anteriores. O registro utilizado, por ambos os grupos, foi o algébrico. Apesar de os registros dos alunos indicarem que eles compreenderam o conceito do número de ouro, pelas respostas dos alunos (veja Figura 12), percebe-se que eles não estão acostumados a escrever suas conclusões, não usam um vocabulário voltado para a Matemática. Acreditamos que esta deve ser uma questão a ser trabalhada, pois ao colocar ideias por escrito na língua natural, o conteúdo matemático pode tornar-se mais claro para os próprios alunos.

ISSN 2178-034X


b) O número encontrado tem relação com a razão das atividades anteriores. Explique:
Sim, Pois todas as atividades resulta aproximadamente ao número 1,6.

c) Agora explique com suas palavras o que você entende por número de ouro:
Número de ouro é um número irracional que não tem fim.

d) O que vocês acharam destas atividades? Já tinham desenvolvido atividades relacionadas ao número de ouro.
Nós achamos as atividades legais, aprendemos como achar o número de ouro.
Não. Pois fizemos atividades quase relacionadas a esse assunto mas não como essas.

e) O que vocês aprenderam com estas atividades?
Nós aprendemos como fazer e achar o resultado relacionados ao número de ouro. Nós fizemos quadrados, retângulos, contas e todas as atividades resultaram ao número de aproximadamente 1,6. Achamos interessante porque independente do tamanho do quadrado ou do retângulo sempre resultou o número irracional de ouro 1,6.

Figura 12: Respostas dos alunos do grupo 1

Segundo Duval (2003), na resolução de novos problemas, o aluno deve ser capaz de ressignificar, adaptar e transferir seus conhecimentos e não somente repetir e refazer um modelo.

3. Considerações Finais

Para que a Matemática passe a assumir seu papel social, é necessário que seja superada a visão de transmissão e reprodução de que ela está pronta e acabada, que seus resultados são verdades únicas, e sim que os conceitos matemáticos podem ser descobertos com tarefas que levem os alunos a pensar, a procurar novas maneiras de representá-la. Porém, mais importante ainda é que o professor prepare boas atividades que irá trabalhar com seus alunos. Além disso, faz-se necessário que o professor perceba relações entre as representações, de um mesmo objeto matemático.

Com a presente sequência de tarefas percebemos que os alunos conseguiram utilizar os registros em língua natural, numérico, figural e algébrico, utilizando de tratamentos e conversões de acordo com a necessidade exigida pela tarefa e perceber que aquela aproximação de 1,6 encontrada nas tarefas, na verdade, era um número irracional com infinitas "casas" depois da vírgula, e que com a calculadora chegaram à 1,6180339......

Na elaboração destas tarefas, objetivou-se promover momentos de discussões e aplicação de conceitos já estudados pelos alunos, como medidas, razão, proporção e simetrias, para observar padrões de modo a entender como os gregos chegavam ao ideal de beleza empregado por eles na arquitetura, baseadas na máxima de que o corpo humano é medida de todas as coisas.

Buscou-se atrair a atenção para a regularidade com que um mesmo valor, aparece depois de realizadas as medidas e os cálculos solicitados, e que o número 1,6 (aproximadamente o número de ouro) está ligado aos padrões de beleza estabelecidos pelos povos da Antiguidade por volta do século V a.C., e que as formas, os números e as medidas são elementos que vinculam a Arte à Matemática. Tarefas deste tipo, que levam o aluno a pensar, a criar estratégias para a resolução, podem ser mais eficazes e fazer maior sentido para o discente.

4. Referências

BRASIL, Ministério da Educação e Desportos (MEC), *Parâmetros Curriculares Nacionais*, terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental. Brasília: SEF 1998.

DAMM, Regina F. Registro de Representações. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. *Educação Matemática*: uma introdução. São Paulo: EDUC, 1999, p. 135-154.

DUVAL, R. *Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée.* Annales de Didactique et de sciences cognitives, 5, Estrasburgo, 1993.

DUVAL, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: MACHADO, Silvia D. A. *Aprendizagem em Matemática*: Registros de Representação Semiótica. Campinas: Editora Papirus, 2003, p.11-34

SANTOS, Marcia Boiko dos. **A Geometria na Arquitetura:** uma abordagem dos estilos arquitetônicos da Antiguidade Clássica, do Renascimento e da Modernidade. 2013. 172 f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Educação para a Ciência e a Matemática, Universidade Estadual de Maringá (UEM). Maringá – Paraná, 2013.

ISSN 2178-034X