INTRODUÇÃO DO RACIOCÍNIO FUNCIONAL PARA ESTUDANTES DO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

César Teixeira
Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC
cesinhascs@uol.com.br

Sandra Magina
Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC
sandramagina@gmail.com

Vera Merlini
Universidade Estadual de Santa Cruz – UESC
vera.merlini@gmail.com

Resumo:
Esta pesquisa teve por objetivo a investigação da possibilidade de se introduzir o raciocínio funcional para estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública de um município da Bahia, por intermédio de uma intervenção de ensino, baseada em situações-problemas de multiplicação e sequências. A questão de pesquisa que norteou o estudo foi: É possível iniciar a introdução do raciocínio funcional com estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental? Escolhido como procedimento metodológico o da pesquisa quase experimental, pois, envolvemos apenas um grupo de estudantes, com as seguintes fazes: pré-teste, intervenção de ensino e pós-testes 1 e 2. O estudo foi baseado na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e também nos estudos da *Early Algebra*. Como resultado apontamos o crescimento estatisticamente significativo nos percentuais de sucesso dos estudantes entre o pré-teste e o pós-testes. Portanto, percebe-se que os estudantes começam a compreender as estruturas algébricas polinomiais.
Palavras-chave: Anos Iniciais. Sequência. *Early Algebra*. Diagnóstico.

1. Introdução

Este estudo, que é um recorte de uma dissertação de Mestrado, tem por objetivo investigar o raciocínio funcional de 21 estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública do sul da Bahia, da análise de dois problemas, sendo um envolvendo uma sequência pictórica e o outro uma sequência numérica. Desse modo, álgebra é o objeto matemático de nossa pesquisa, visto que trabalhamos o raciocínio funcional dos estudantes.

Com o intento de contextualizar nosso objeto de estudo, iniciamos este artigo trazendo a visão de Lima (2006) a respeito da álgebra, quando este afirma que trata-se de um campo da matemática preocupado em estudar as generalizações dos conceitos e as operações de aritmética. Destacamos, ainda, que a álgebra é responsável pelos estudos da manipulação de equações, operações matemáticas, polinômios e estruturas algébricas. Assim, temos que o termo álgebra engloba uma gama diferente de ramos da Matemática, de maneira que cada um possui suas especificidades próprias.

Trazendo esse objeto para a sala de aula, encontramos House (1995, p. 1) que faz alusão ao lugar que a álgebra goza atualmente na Educação Matemática: “Há muito tempo a álgebra desfruta de um lugar de destaque no currículo de matemática, representando para muitos alunos tanto a culminação de anos de estudo de aritmética como o início de mais anos de estudo de outros ramos da matemática”. Concordamos com essa ideia de House e julgamos viável uma revisão no currículo a fim de que possa ser analisada a possibilidade de se antecipar o ensino da álgebra, em nosso caso, propomos a antecipação da introdução do raciocínio funcional.

Ainda pensando sobre currículo, nosso estudo está emparelhado ao pensamento de Usiskin (1995), quando este afirma que o papel das ideias de função no estudo da álgebra está no ponto de vista de relações entre quantidades, em um meio para a resolução de certos problemas, fornecendo também condições para o desenvolvimento e análise das relações.

Chama-nos a atenção, Yamanaka e Magina (2008) ao ponderar que a Matemática nos anos iniciais baseia-se em aritmética e na fluência calculatória, constituindo-se puramente em uma abordagem procedimental e que essa abordagem aponta para um cenário de insucessos em termos das realizações estudantis. Ainda referente à aprendizagem da álgebra, Post; Behr e Lesh (1995, p. 92) afirmam que “o raciocínio e o conhecimento algébricos muitas vezes envolvem modos diferentes de representação. Tabelas, gráficos, símbolos (equações), desenhos e diagramas são maneiras importantes pelas quais se podem representar as idéias algébricas”. De fato, do nosso ponto de vista a Matemática é mais do que fluência calculatória ou procedimentos repetidos, ela tem a função de levar o estudante a ser reflexivo, pensar e analisar qual a melhor forma de representar e solucionar uma situação-problema. Para tanto fomos buscar subsídios em autores cujos estudos estão focados na *Early Algebra*, que discutimos a seguir.

2. Early Algebra

Esse termo, *Early Algebra*, surgiu no ano de 1998, no início da implantação de um projeto que estudava a possibilidade de se introduzir o ensino da álgebra nos anos iniciais do sistema educacional norte americano. Esse projeto teve a denominação de *Early Algebra*. Desde então, esse termo foi moldado para expressar conceitos elementares da álgebra nos quais são envolvidos desde situações da aritmética até as situações funcionais, perpassando pelas sequências lógicas. Em nosso entendimento, neste trabalho, *Early Algebra* é aquela álgebra que pode ser tratada desse os primeiros anos de escolaridade.

Iniciamos a discussão sobre a álgebra nos anos iniciais, com Carraher e Schliemann (Prelo) que destacam quatro pontos importantes na matemática, denominados por ideias poderosas, sendo que

> A primeira ideia poderosa é que as operações aritméticas são literalmente definidas como funções. Na verdade, eles são os primeiros exemplos de funções que os estudantes encontram em matemática. [...] A segunda ideia poderosa destaca que funções e relações merecem uma mais proeminente Função. Estes conceitos são fundamentais para a expansão do conhecimento dos estudantes do conceito de números elementares além dos números naturais e para a introdução de variáveis como espaços reservados para elementos de conjuntos. A terceira ideia poderosa diz respeito ao papel das funções em unir aritmética, álgebra, e geometria. [...] A quarta ideia poderosa baseia-se no fato de que equações e inequações podem ser consideradas como a comparação entre os domínios de duas funções. [...] (CARRAHER; SCHLIEMANN, p 192-193, tradução nossa).

Essas ideias, tidas como poderosas, vêm ao encontro desse estudo, em especial, as três primeiras, no que se refere às funções e relações que dizem respeito às questões de sequência que analisamos.

Kaput (1999) defende que o ensino da Matemática solicita estratégias diferentes, ou seja, levar o estudante a refletir, com o objetivo que este se aprofunde nas estruturas subjacentes. Com base nesta perspectiva temos que, já nos anos iniciais, seja implantada esse pensamento de forma longitudinal e não como uma abordagem direta.

Nesse sentido, a *Early Algebra* solicita estratégias diferentes do ensino da Matemática, aquelas que levem o estudante a refletir. Para Blanton et al. (2007), a *Early Algebra* tem os seguintes objetivos: (1) generalização, ou identificação, expressando e justificando estruturas, propriedades e relações matemáticas e (2) raciocínio e ações baseadas em formas de generalizações.

O foco da pesquisa em *Early Algebra*, conforme os mesmos autores acima referidos estão estruturados da seguinte forma: (a) a aritmética é usada como um domínio para expressar e formalizar generalizações (aritmética generalizada) e (b) generalização de padrões numéricos ou geométricos para descrever relações funcionais.

Defendemos que essas relações funcionais podem ser entendidas como o ato de estabelecer relações entre grandezas. Caracterizamos tal ato como consequência de um "*raciocínio funcional*". Assim, definimos *raciocínio funcional* como a capacidade de estabelecer a relação entre grandezas. Isto pode aparecer, por exemplo, em situações multiplicativas, quando a quantidade de rodas está relacionada a quantidade de carro, sendo a primeira quantidade uma variável dependente da segunda quantidade. Dessa forma, se 1 carro tem 4 rodas, 10 carros têm 40 rodas e n carros tem $4n$ rodas. Esta situação poderia ser matematicamente escrita no âmbito de uma função linear: $f(n) = 4n$.

3. Procedimentos metodológicos

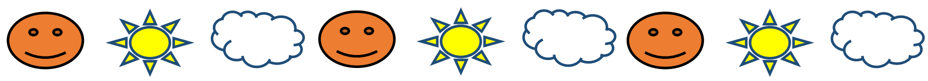
O presente estudo é de caráter descritivo, no qual, segundo Rudio (2001), o pesquisador busca conhecer e interpretar a realidade, sem a intenção de interferir para modificá-la. A pesquisa foi desenvolvida em uma escola pública do sul da Bahia, que funciona nos turnos matutino e vespertino que atende estudantes do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Como já fora mencionado, esse estudo é um recorte de uma dissertação de mestrado. Esta envolveu uma pesquisa dividida em duas etapas: diagnóstica e intervenção. A etapa diagnóstica, por sua vez, teve três momentos: o inicial, quando foi aplicado um teste para avaliar o conhecimento espontâneo desses estudantes ao lidar com situações que envolviam sequências pictóricas e numéricas e, ainda, situações envolvendo relações funcionais entre duas grandezas – chamamos esse momento de pré-teste. O segundo momento foi a aplicação desse mesmo teste (só mudando a ordem de apresentação dos problemas) 15 dias após esses estudantes terem passado pela intervenção de ensino – chamamos esse momento de pós-teste 1. Por fim o terceiro momento, foi novamente a aplicação do teste, agora 65 dias após a segunda aplicação, tendo havido transcorrido inclusive as férias de final de ano – pós-teste 2. Para efeito deste artigo, será apresentado e discutido a resolução dos 21 sujeitos participantes de uma turma do 5º ano, ao resolverem dois dos quatro problemas contidos no pré-teste, o qual doravante chamaremos apenas de teste.

Esse pré-teste foi aplicado coletivamente, com os estudantes respondendo de forma individual. Foi-lhes entregue um caderno do tamanho de meia folha de papel A4, contendo os quatros problemas, sendo uma em cada página. Lemos em voz alta cada um dos problemas, por duas vezes, para garantir que mesmo que o estudante não tivesse capacidade leitora, fosse capaz de compreendê-lo. Quando percebíamos que todos, ou grande parte, já havia terminado, pedíamos para virar a página e fazíamos a leitura do próximo problema. Não respondíamos a nenhum questionamento dos estudantes, a não ser aqueles relacionados especificamente a não compreensão de alguma palavra contida no texto.

Cabe ressaltar que, dos quatro problemas que compunham a etapa diagnóstica, estamos analisando dois, os que tratavam de sequência e que foram elaborados com a finalidade de investigar se o estudante conseguia perceber a continuidade e a sua lógica. Cada problema, por sua vez, era composto por três itens.

É importante ressaltar que estamos considerando sequência como "números (ou figuras geométricas) apresentados numa certa ordem, seguindo um padrão ou lei de formação" (IMENES; LELLIE, 1998, p. 290). A seguir os dois problemas, seguido por uma análise de cada um deles.

Quadro 1: Problemas de sequências que foram analisadas

<table>
<tr><td>P1</td><td>1. Observe essa sequência de figuras:

...
a) Desenhe no espaço ao lado qual é a figura da 8ª posição
b) Desenhe no espaço ao lado como poderia ser a figura da 14ª posição?
c) Escreva no espaço abaixo qual é a próxima posição em que aparecerá novamente a figura que você desenhou no item (b)</td></tr>
<tr><td>P2</td><td>2. Observe abaixo a sequência de números e de suas posições:
<table><tr><td>Posição</td><td>1ª</td><td>2ª</td><td>3ª</td></tr><tr><td>Números</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td></tr></table>
a) Qual poderia ser o número correspondente a 8ª posição?
b) Imagine que seu colega errou o item (a) e a professora pediu para você explicar para ele como você encontrou o número da 8ª posição. Escreva abaixo a sua explicação.
c) Escreva no espaço abaixo a expressão matemática para que uma pessoa possa encontrar o número referente a qualquer posição.</td></tr>
</table>

Fonte: Dados da pesquisa

Como podemos observar P1 traz uma sequência icônica enquanto P2 uma numérica. Os objetivos de ambos são semelhantes, contudo P2 contém um passo a mais, qual seja solicita do estudante uma generalização.

Após descrevermos os procedimentos metodológicos, no capítulo a seguir faremos a análise dos dados, considerando as respostas dadas pelos estudantes no pós-teste.

4. Análise dos dados

A análise dos dados foi realizada sob dois aspectos: (i) o desempenho e (ii) as estratégias de resolução utilizadas pelos estudantes no pré-teste. A Tabela 1 nos mostra a quantidade de acerto em cada um dos itens das duas questões.

Tabela 1: Quantidade de acertos (porcentagem) na Q1 e Q2

	P1a	P1b	P1c	P2a	P2b	P2c
Acertos N = 21	19 (90%)	19 (90%)	16 (76%)	10 (48%)	9 (43%)	1 (5%)

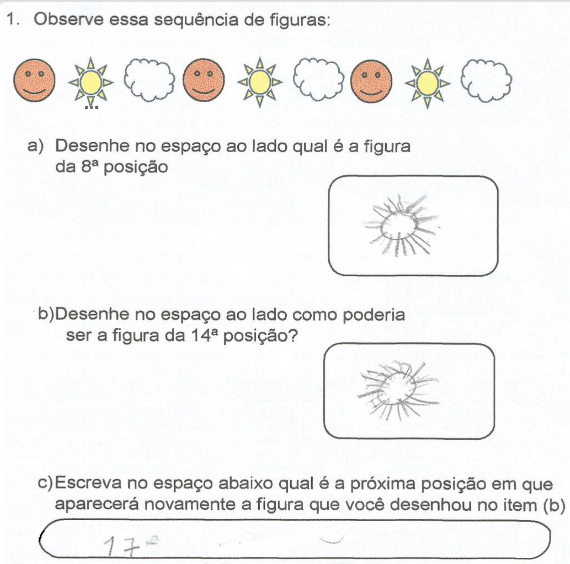
Fonte: Dados da Pesquisa

Iniciamos a análise salientando que dentre as 126 respostas possíveis (produto entre 6 itens de dois problemas respondidos por 21 estudantes), tivemos apenas quatro respostas em branco (ambas no P2). Julgamos esse dado importante, na medida que demonstra empenho e a seriedade dos estudantes em tentar encontrar a solução. Quanto ao desempenho dos estudantes no P1, os dados da Tabela indicam que, de maneira geral, foi positivo, uma vez que eles atingiram patamares acima de 76% de acerto, demonstrando que eles compreenderam a lógica da sequência pictórica proposta.

Quanto ao P2, nos itens P2a e P2b, quase metade dos estudantes acertaram compreenderam a lógica da sequência numérica (48% e 43%, respectivamente). No entanto, no item P2c, em que se pedia a generalização da sequência, encontramos apenas uma resposta correta. Ao compararmos a P1 com a P2 percebemos que os estudantes tiveram menor desempenho na segunda, em especial no item “c”, em que era solicitado a expressão matemática, generalização, que representasse a sequência numérica.

O desempenho dos estudantes apresentado nessas duas questões, leva-nos a supor que os estudantes do 5º ano do ensino fundamental já trazem consigo conhecimentos que poderão ser explorados, uma vez que segundo Blanton et al. (2007), eles conseguiram atingir os objetivos da *Early Algebra* apresentando raciocínio e ações baseadas em formas de generalizações.

Quanto às estratégias utilizadas pelos estudantes, iniciamos também com o P1 que apresentou, nos itens “a” e “b”, a representação icônica, pois era essa a solicitação indicada. Segundo Post, Behr e Lesh (1995), o desenho é uma das representações que envolve o raciocínio e o conhecimento algébrico. Destacamos o protocolo do estudante S7 para ilustrar a maioria das respostas dadas pelos estudantes em cada um de seus itens.


1. Observe essa sequência de figuras:

a) Desenhe no espaço ao lado qual é a figura da 8ª posição

b)Desenhe no espaço ao lado como poderia ser a figura da 14ª posição?

c)Escreva no espaço abaixo qual é a próxima posição em que aparecerá novamente a figura que você desenhou no item (b)

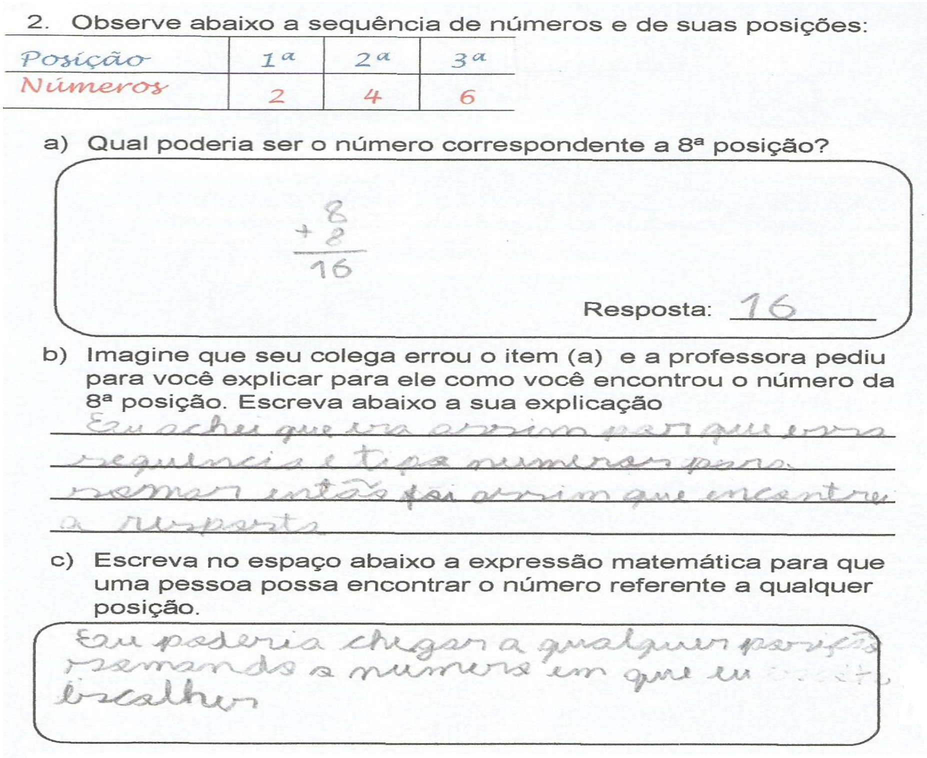
17ª

Figura 1: Extrato do protocolo da Q1 do estudante S7

Com relação ao item P2a, destacamos quatro estratégias utilizadas pelos estudantes que demonstram que eles entenderam a lógica da sequência, como nos seguintes casos: (i) ao utilizar a estrutura aditiva (*8 + 8 = 16)*; (ii) ao utilizar a estrutura multiplicativa (*2 x 8 = 16*); (iii) ao completar a tabela até chegar na 8ª posição, sendo que nessa última, só tivemos acertos. Tivemos também a (iv) estratégia em que havia apenas a resposta, corretas ou não, sem registrar como se chegou a tal resultado, o que nos leva a supor que ele usou o cálculo mental, ou ainda ter resolvido escrevendo o cálculo na carteira, como pode ser observado durante a aplicação do teste.

Quanto ao item P2b, encontramos respostas que indicam entendimento de generalização, contudo os estudantes utilizaram a linguagem natural. Observe algumas respostas dadas pelos estudantes: “S01 – *Eu olhei bem e percebi que era multiplicando por 2*”; “S09 – *Eu vi que tinha 3 que valia 6 e entendi que 4 valia 8 e daí eu percebi que era de 2 em 2*”. Essas respostas vêm ao encontro das ideias poderosas destacadas por Carraher e Schliemann (no Prelo) em especial que as operações aritméticas são literalmente definidas como funções.

Conforme os dados da Tabela 1, tivemos um acerto no item P2c, do estudante S15, que resolveu os três itens utilizando, como estratégia, a estrutura aditiva, conforme pode ser observado no extrato de seu protocolo:


2. Observe abaixo a sequência de números e de suas posições:

Posição	1ª	2ª	3ª
Números	2	4	6

a) Qual poderia ser o número correspondente a 8ª posição?

8 + 8 = 16

Resposta: 16

b) Imagine que seu colega errou o item (a) e a professora pediu para você explicar para ele como você encontrou o número da 8ª posição. Escreva abaixo a sua explicação

Eu achei que era assim porque essa sequencia e tipo numeros para somar entãos foi assim que encontrei a resposta

c) Escreva no espaço abaixo a expressão matemática para que uma pessoa possa encontrar o número referente a qualquer posição.

Eu poderia chegar a qualquer posição somando o numero em que eu escolher

Figura 2: Extrato do protocolo da Q2 do estudante S15

Ao responder o item Q2c, o estudante generaliza, justifica a estrutura identificando a relação matemática, ao afirmar que “poderia chegar a qualquer posição somando o numero em que eu escolher”, conforme os objetivos da *Early Algebra* destacados por Blanton et al. (2007).

5. Considerações Finais

Retomando o objetivo desse artigo que é o de investigar o raciocínio funcional de 21 estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública do sul da Bahia, em duas questões relacionadas a sequência pictórica e numérica.

Temos ciência que esse estudo foi com um público muito restrito, uma turma de 5º ano com 21 estudantes, e não temos a pretensão de generalizar esse resultado, contudo, de acordo com a análise feita, é fato que esses já trazem consigo conhecimentos intuitivos relativos à Álgebra.

Nesse sentido, fazemos nossas palavras aquela proferidas por Thompson (1995) que estudantes muito jovens são capazes de aprender álgebra se forem ensinadas por meio de sequências. Além disso, o ensino da Matemática solicita estratégias diferentes, qual seja, o de levar o estudante a refletir, sendo assim, acreditamos que o trabalho com atividades compostas

ISSN 2178-034X

por situações que explorem sequências ainda nos anos iniciais pode ser um terreno fértil para a introdução do ensino da Álgebra.

6. Referências

BLANTON, M. *et al*. Early Algebra. In: VICTOR, J. K. (Ed.) **Algebra**: Gateway to a Technological Future, Columbia/USA, The Mathematical Association of America, 2007, p. 7 – 14.

CARRAHER, D. W; SCHLIEMANN, A. D. **Powerful Ideas in Elementary School Mathematics**. No prelo.

HOUSE, P. A. Reformular a álgebra da escola média: por que e como?. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As idéias da álgebra.** (Hygino H. Domingues, trad.). São Paulo: Atual, 1995. p. 1 – 8.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. **Microdicionário de Matemática.** São Paulo: Scipione, 1998. 351 p.

KAPUT, J. J. (1999). Teaching and Learning a New Algebra With Understanding. Disponível em <http://www.cimm.ucr.ac.cr/eudoxus/Algebra%20Teaching/pdf/Kaput,%20J.,%20Running%20head,%20teaching%20and%20learning%20a%20new%20algebra.%20Teaching%20and%20learning%20a%20new%20algebra%20with%20understanding..pdf>. Consultado em 23 de julho de 2015.

LIMA, Elon Lajes. **Álgebra Linear**. Rio de Janeiro: Ed. IMPA, 2006.

POST, T. R.; BEHR, M. J.; LESH, R. A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As idéias da álgebra.** (Hygino H. Domingues, trad.). São Paulo: Atual, 1995. p. 89 – 103.

RUDIO, F. V. **Introdução ao projeto de pesquisa científica**. 29 ed. Petrópolis: Vozes. 2001.

THOMPSON, F. M. O ensino de álgebra para a criança mais nova. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As idéias da álgebra.** (Hygino H. Domingues, trad.). São Paulo: Atual, 1995. p. 79 – 103.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). **As idéias da álgebra.** (Hygino H. Domingues, trad.). São Paulo: Atual, 1995. p. 9 – 22.

YAMANAKA, O.; MAGINA, S. Um estudo da "Early Algebra" sob a luz da Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud. In: ENCONTRO PAULISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9. 2008, Bauru. **Anais...** São Paulo: SBEM/SBEM-SP, 2008.

ISSN 2178-034X