

RÉGUA DE CÁLCULO CIRCULAR: UMA BREVE DESCRIÇÃO HISTÓRICA E MATEMÁTICA NA FORMAÇÃO DO PROFESSOR¹

Verusca Batista Alves
Universidade Estadual do Ceará
verusca.alves@alunno.uece.br

Hosana de Fátima Melo da Silva
Universidade Estadual do Ceará
hosana.melo@aluno.uece.br

Ana Carolina Costa Pereira
Universidade Estadual do Ceará
carolina.pereira@uece.br

Resumo:

Em busca de recursos que proporcionem uma melhor compreensão e construção de conceitos, a inserção de artefatos históricos nas aulas tem sido adotada por professores, dentre esses, a Régua de Cálculo Circular. Objetivamos apresentar a régua de William Oughtred, ressaltando o conteúdo matemático presente nesse instrumento e seu desenvolvimento histórico. Para atingir tais objetivos realizamos o estudo em História da Matemática e o estudo de instrumentos onde, confeccionamos a régua a fim de conhecer sua construção e graduação para compreendê-la como um recurso diferenciado. Espera-se mostrar que a régua é um recurso didático válido a ser adotado nas aulas de logaritmos. Dessa forma, contribuiremos para a formação de professores de matemática da educação básica apresentando uma opção de recurso a ser utilizada no ensino, em que possam continuar a ensinar, mas agora conhecedores de novas formas de mediação e das contribuições e implicações da matemática do passado no cotidiano.

Palavras-chave: Régua de Cálculo Circular; Logaritmos; Formação de professores; História da Matemática.

1. Introdução

A Régua de Cálculo Circular, criada em 1622 por William Oughtred (1574 – 1660) é um artefato simples, que no século XVII, foi de grande utilidade para matemáticos e astrônomos nos extensos cálculos realizados na época, e que hoje pode ser utilizada no estudo das propriedades dos logaritmos. Para ser utilizada na educação básica como recurso didático, é necessário que os professores tenham conhecimento sobre a régua e sua aplicabilidade na sala de aula.

¹ Pesquisa de Iniciação Científica orientada pela Prof. Dra. Ana Carolina Costa Pereira, docente da Universidade Estadual do Ceará – UECE.

Para conhecer o instrumento, o professor precisa atentar-se ao uso da história como um recurso na sala de aula. Saito e Dias (2011) afirmam que os instrumentos matemáticos possuem em sua essência informações relevantes para o saber e o fazer matemático, trazendo dados dos conhecimentos da época em que foram criados.

Por isso, entendemos que é vantajoso o uso de um recurso diferenciado nas aulas que tratam dos logaritmos, pois por ser um conteúdo abstrato, é comum que alunos tenham dificuldade na compreensão do conceito. Queremos dar o enfoque na formação dos professores de matemática para a educação básica, pois é necessário, que o professor saiba o processo histórico envolvido na disciplina que leciona e assim deixará de ser apenas um mero reprodutor de conhecimentos específicos que, segundo Fiorentini e Oliveira (2013) através do embasamento histórico e cultural o professor poderá justificar a matemática que ensina a seus alunos.

Com base nessa ideia, a história da matemática é um recurso válido para a compreensão dos conceitos matemáticos apresentados nas aulas de matemática. Em específico, o estudo dos artefatos matemáticos possibilita a compreensão dos motivos de sua criação e as dificuldades presentes naquele período. Visto que os mesmos carregam conhecimentos matemáticos, a análise desses artefatos é de grande auxílio no ensino da matemática devido o aproveitamento dessas informações. Os instrumentos matemáticos são facilitadores do ensino assim como a Régua de Cálculo Circular que foi criada com o intuito de facilitar cálculos matemáticos da época. “A Régua de Cálculo pode ser um elemento mediador tanto no ensino quanto na aprendizagem da Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. Ela possibilita a aplicação de conteúdos matemáticos que envolvam a Aritmética e o estudo do Logaritmo” (PEREIRA, 2015, p. 57).

Apresentaremos neste trabalho a Régua de Cálculo Circular e os aspectos matemáticos envolvidos no instrumento, traçando as relações humanas durante o trajeto histórico da sua criação e salientando a importância do conhecimento da mesma na formação dos professores de matemática.

2. Aspecto Histórico

Um dos trabalhos mais importantes de William Oughtred é o livro *Circles of Proportion*, que, muito embora tenha sido publicado algum tempo depois de ser escrito, confere a Oughtred importantes citações quando se trata de régua de cálculo e logaritmos.

A edição de 1632 traz em seu título um complemento: *Circles of Proportion and the Horizontal Instrument*. Sabe-se que é dado a William Oughtred crédito por suas notações trigonométricas e a relevante descrição das propriedades dos logaritmos que hoje conhecemos. A simbologia *log* para se referir aos logaritmos também é creditada a William Oughtred.

Em busca de facilitar os cálculos indispensáveis na navegação, no século XVII Edmund Gunter (1581- 1626) criou o instrumento que ficou conhecido como a Escala de Gunter. Que consiste em uma escala logarítmica, em que Edmund Gunter baseado nos estudos de John Napier (1550- 1617) elaborou sua “Régua”. A *Escala de Gunter* foi muito confundida com a Régua Linear de Oughtred, mas, a régua de William Oughtred se distingue por conter uma peça deslizante.

É provável que William Oughtred tenha se baseado na criação de Napier para construir suas Réguas, pois, Napier elaborou um sistema que chamou de *Rabdologiae* que realizava cálculos de multiplicações e divisões utilizando varetas. Essa criação ficou conhecida como Barras de Napier ou Ossos de Napier.

William Oughtred desenvolveu anteriormente a sua Régua de Cálculo Linear, a Régua de Cálculo Circular, descrita e publicada em *Circles of Proportion and the Horizontal Instrument* (1632). A invenção da régua foi uma década antes, mas, por conta do tempo percorrido entre essas, Richard Delamain (1600-1644) foi nomeado por um tempo inventor da Régua de Cálculo Circular, que desenvolveu sua própria régua de cálculo de forma independente, publicada em 1630. Neste trabalho trataremos da Régua de Cálculo Circular de William Oughtred.

3. Régua de Cálculo Circular

As réguas de cálculo foram recursos muito utilizados na realização de cálculos antes da criação das calculadoras. A Régua de Cálculo Circular é um instrumento matemático que compila círculo e escala, utilizando as escalas logarítmicas para efetuar cálculos de números extensos. É possível através desse instrumento, utilizando as propriedades logarítmicas, efetuar cálculos que envolvam multiplicações, baseando-se na propriedade que conhecemos hoje como logaritmo do produto, $\log_a(uv) = \log_a u + \log_a v$, mas também outros cálculos simples de operações aritmética, como a divisão, bem como mais complexos, como resolver equações.

Salientamos que é possível desenvolver uma Régua de Cálculo Circular para quaisquer fins, ou seja, a escala descrita nas régua pode variar de acordo com a necessidade, nem sempre tendo que ser uma escala logarítmica, como uma Régua de Cálculo para calcular as vantagens do uso do álcool e da gasolina.

No que se refere a Régua Circular (figura 1) esta trata-se de um disco com um ou dois cursores que se movimentam para efetuar os cálculos desejados. A Régua de Cálculo Circular oferece vantagem sobre a Régua de Cálculo Linear, por sua organização das escalas estarem em um círculo ao invés de uma linha reta, aumentando a precisão dos cálculos.

Figura 1- Régua de Cálculo Circular, 1660-1680.



Fonte: Disponível em: <<http://www.sciencemuseum.org.uk/images/I067/10328277.aspx>>. Acesso em: 17 dez. 2015.

Antes das calculadoras e computadores, as régua eram muito utilizadas por cientistas e engenheiros em seus projetos, contudo, com a criação das calculadoras, a régua entrou em desuso, porém a base dos seus procedimentos é utilizada atualmente na computação.

4. Aspecto Matemático

O logaritmo desenvolvido por John Napier em 1614 tinha o objetivo de facilitar cálculos realizados por astrônomos e matemáticos, visto que era de difícil efetuar multiplicações e divisões de números extensos. O logaritmo permite facilitar o cálculo de operações aritméticas reduzindo-as a operações de um grau de dificuldade inferior, como multiplicação em adição, divisão em subtração, potenciação em multiplicação e radiciação em divisão.

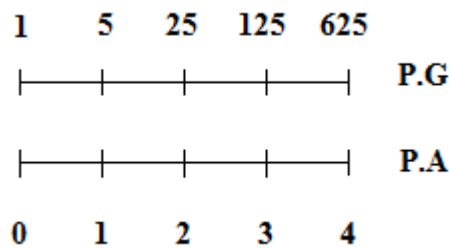
De acordo com o estudo de Michael Stifel (1487-1567) associando os termos de uma progressão geométrica (P.G.) com os de uma progressão aritmética (P.A.) em que o produto ou quociente de dois termos da P.G. associa-se à soma ou diferença dos termos da P.A.,

constatou-se a redução de uma multiplicação a uma adição, utilizando a propriedade fundamental das potências conhecida atualmente, $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n inteiros positivos). Mas, vale salientar que a notação exponencial surgiu posteriormente aos logaritmos.

Para efetuar a multiplicação de dois termos da P.G. soma os seus correspondentes na P.A. e verifica a qual termo da P.G. corresponde à soma.

Por exemplo, para realizar o produto de 5 por 25 soma os seus correspondentes na P.A., 1 e 2 respectivamente (conforme figura 2), o resultado da soma é 3 e seu correspondente na P.G. é o produto de 5 por 25, no caso 125.

Figura 2- Associação entre P.A e P.G



Fonte: Elaborado pelos autores

De forma semelhante realiza-se a multiplicação de dois números usando os logaritmos. Para multiplicar dois números, soma o logaritmo dos mesmos. A soma corresponde ao logaritmo do produto, verifica-se na tábua ou tabela de logaritmos qual número tem esse logaritmo, o número encontrado é o produto. Nesse caso, tomamos a base igual a 5.

Para realizar a divisão de dois números subtrai os logaritmos, para a potenciação multiplica-se o logaritmo do número pelo expoente e para radiciação divide o logaritmo do número pelo índice da raiz.

Iezzi, Dolce e Murakami (1977), definem logaritmo da seguinte forma:

Sendo a e b números reais e positivos, com $a \neq 1$, chama-se logaritmo de b na base a , o expoente que se deve dar à base a de modo que a potência obtida seja igual a b .

Em símbolo: Se $a, b \in \mathbb{R}, 0 < a \neq 1$ e $b > 0$, então

$$\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Decorrendo imediatamente a propriedade fundamental dos logaritmos:

$$\log_a(uv) = \log_a u + \log_a v.$$

Prova:

$$\log_a u = x \Leftrightarrow a^x = u$$

$$\log_a v = y \Leftrightarrow a^y = v$$

$$a^x \cdot a^y = uv$$

Pela propriedade fundamental das potências:

$$a^{x+y} = uv \Leftrightarrow x + y = \log_a(uv)$$

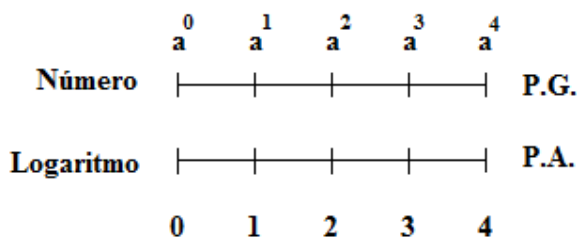
Isto é:

$$\log_a(uv) = \log_a u + \log_a v$$

É formado um sistema de logaritmos, quando os números da progressão geométrica associam-se aos seus respectivos logaritmos na progressão aritmética, em que $\forall u < v$, o logaritmo de u será menor do que o logaritmo de v . E que admita a propriedade fundamental dos logaritmos. Por consequência, o termo que corresponde ao valor zero da progressão aritmética associa-se ao termo que corresponde ao valor um da progressão geométrica, ou seja, $\log_a 1 = 0$. Existe uma infinidade de sistema de logaritmos que é determinado pelo conjunto de logaritmos de mesma base ($0 < a \neq 1$, onde a é base). Mas, todos os sistemas de logaritmos resultam da multiplicação de um sistema de logaritmos L por uma constante $c > 0$, isto é, $M(x) = c \cdot L(x), \forall x > 0$.

A razão da progressão geométrica é dada pela multiplicação do termo anterior por um número fixo. Na figura 3 a razão corresponde a base do logaritmo a , assim podemos determinar a base de quaisquer sistemas de logaritmos.

Figura 3- Relação entre as progressões e logaritmo



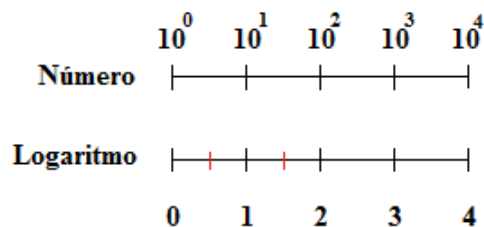
Fonte: Elaborado pelos autores

O logaritmo é composto de duas partes, a característica que representa a parte inteira e a mantissa que representa a parte decimal. Como os números no sistema associam-se termo a termo aos logaritmos, o posicionamento do número determina a característica do logaritmo do mesmo, onde somente as potências com expoentes inteiros possuem logaritmos inteiros. Ou

seja, números que não podem ser representadas por potências com expoentes inteiros possuem a mantissa do logaritmo diferente de zero. Resultando que a característica do logaritmo de um número será a quantidade de algarismos inteiros do número menos um.

Os logaritmos de dois números que diferem entre si somente pela característica são posicionados na escala de forma equidistante as potências de expoentes inteiras da base. O logaritmo de 3,16 na base 10 é 0,499687 e o logaritmo de 31,6 na base 10 é 1,499687. Os logaritmos desses números são posicionados na escala de forma que o 0,499687 e 1,499687 estão a mesma distância do 0 e 1 respectivamente (conforme figura 4).

Figura 4 - Esboço da característica e da mantissa



Fonte: Elaborado pelos autores

Observa-se que dois números distintos que se diferenciam somente pela posição da vírgula possuem a mesma mantissa. A partir dessas informações concluímos que é possível determinar a característica de quaisquer números, que a mantissa existe para qualquer base do logaritmo e que é possível determiná-la a partir do conhecimento da mantissa do logaritmo de um número que diferenciase pelo posicionamento da vírgula no número.

Tais conclusões derivadas da invenção dos logaritmos por John Napier e da descrição das propriedades fundamentais dos logaritmos por William Oughtred foram fundamentais no século XVII para o desenvolvimento científico daquela época, facilitando cálculos necessários dos matemáticos, astrônomos e nas navegações marítimas, sendo a Régua de Cálculo Circular primordial para a solução rápida de cálculos técnicos repetitivos e com maior precisão.

5. O começo de uma pesquisa com a Régua de Cálculo Circular

Partindo do propósito de apresentar a Régua de Cálculo Circular de Oughtred, dando ênfase ao conteúdo matemático logaritmo, dividimos a pesquisa em dois momentos iniciais.

Primeiramente para o desenvolvimento deste trabalho, foi realizada uma pesquisa baseando-se na metodologia qualitativa com um aporte bibliográfico fazendo leituras de materiais já elaborados, no qual pesquisamos sobre a história da Régua de Cálculo Circular e a matemática envolvida nesse instrumento. Pesquisamos sobre o logaritmo criado por Napier e a notação de logaritmos atual para compreendermos o processo histórico desde a criação dos logaritmos até sua aplicação nas régua de cálculo. Além do conteúdo matemático e histórico do instrumento, também realizamos um estudo fazendo leituras de autores que tratam sobre formação de professores, para termos de uma base teórica na elaboração do nosso trabalho.

No segundo momento, fizemos um estudo de caso aprofundando as leituras sobre a régua, com o intuito de compreender os motivos de sua criação e sua importância no século XVII. Estudamos as razões e relações humanas pelo qual esse instrumento foi criado e os benefícios que trouxe na época para os matemáticos e astrônomos e todos os outros cientistas que necessitaram de um instrumento facilitador de cálculos. Durante os estudos, constatamos que a régua foi a precursora das calculadoras, e foi muito utilizada por cientistas e engenheiros e que, com o advento das calculadoras, a régua entrou em desuso, mas que hoje ainda são utilizadas na marinha e na aeronáutica.

Esse trabalho é um recorte de uma pesquisa científica pelo qual desenvolvemos o estudo da fundamentação teórica de como realiza-se pesquisa em História da Matemática e o estudo de instrumentos de medição, dando ênfase a Régua de Cálculo Circular. Aprofundamos o estudo sobre o instrumento para então construí-lo e analisá-lo como material didático. Elaboramos um curso de extensão e ofertamos para alunos da Universidade Estadual do Ceará- UECE cujo foco é a formação de professores, no qual apresentamos a régua como recurso para o ensino de logaritmos e questionamos a respeito das vantagens e desvantagens do uso da História da Matemática para o estudo de conceitos matemáticos, porém não é nosso objetivo apresentar o curso neste trabalho.

6. Considerações Finais

O estudo dos logaritmos através de um elemento mediador como a Régua de Cálculo Circular, torna o processo de aprendizagem do conteúdo mais fácil e prazeroso, devido a manipulação do instrumento.

Com a escolha de manipular a régua de cálculo o professor proporciona aos alunos aplicar as propriedades de logaritmos e exprimir o desenvolvimento histórico dos logaritmos, o contexto cultural e socioeconômico a qual os logaritmos foram criados, respondendo os *porquês* tão frequentes na sala de aula. Por muitas vezes a matemática pode ser abstrata e complexa, desse modo, quando é possível atrelar o ensino do conteúdo a uma aplicação prática, o professor estará auxiliando seus alunos no entendimento do assunto.

Conhecendo a forma de calcular do passado possibilita extinguir a negligência no uso da calculadora sem habilidade de cálculo e domínio da fundamentação teórica. Com o advento das calculadoras a régua de cálculo entrou em desuso e rapidamente em esquecimento, sendo desconhecida por muitos estudantes do ensino básico como por docentes e discentes de matemática. Com esse trabalho pretendemos valorizar o desenvolvimento histórico do instrumento matemático régua de cálculo e apresentar aos professores de matemática um recurso didático que possam usar em sala de aula.

7. Referências

FIorentini, Dario; OLIVEIRA, Ana Teresa de Carvalho Correa de. **O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática:** que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema**, Rio Claro, v. 27, n. 47, p.917-938, dez. 2013.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar:** Logaritmos. 3. ed. São Paulo: Atual Editora, 1977.

PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Aspectos históricos da régua de cálculo para a construção de conceitos matemáticos.** São Paulo: Livraria da Física, 2015. (História da Matemática para o Ensino).

SAITO, F.; DIAS, M. S. **Articulações de entes matemáticos na construção e utilização de instrumento de medida do século XVI.** Natal: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2011.