

QUADRO TRIGONOMÉTRICO: O USO DO SOFTWARE *R.E.C* NO ESTUDO DAS RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO CICLO TRIGONOMÉTRICO

André Luiz Mognol Drabach
Universidade Federal do Paraná - UFPR
Andre.drabach@gmail.com

Resumo:

Este trabalho objetiva descrever percursos e resultados de uma prática pedagógica, motivada por uma disciplina de Especialização em Educação Matemática e desenvolvida numa escola da região metropolitana de Curitiba, que pretendeu promover um cenário para a construção de conceitos das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente no ciclo trigonométrico. Como primeira etapa, buscou-se, à luz da teoria estudada na disciplina de Informática Educativa II, desenvolver um Objeto de Aprendizagem que pudesse esclarecer questões relevantes, como a ocorrência de erros no estudo das razões trigonométricas mencionadas. Desta forma, utilizando o software *Régua e Compasso*, foi desenvolvido o *Quadro Trigonométrico*. E, de posse desse recurso digital foi possível, então, realizar a segunda etapa da pesquisa: acompanhar sua utilização no laboratório de informática, por estudantes de uma turma de 2º ano do Ensino Médio. Ao final, pode-se perceber que as dificuldades em refletir sobre os conceitos propostos foram, na sua maioria, superadas.

Palavras-chave: Trigonometria; TICs; Educação Matemática.

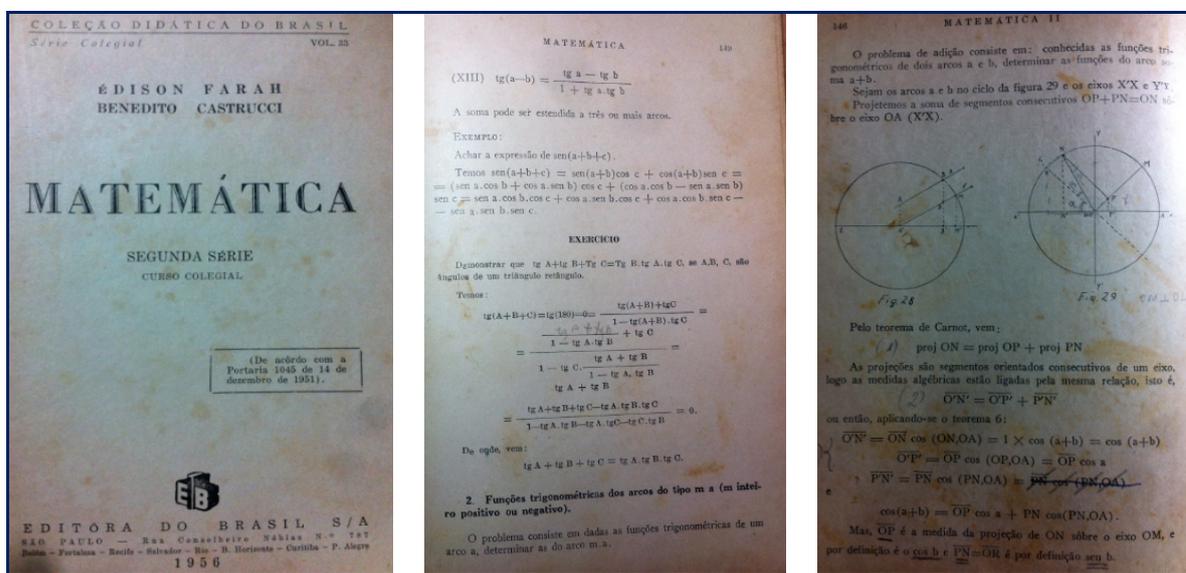
1. Introdução

É quase consenso que a utilização de práticas pedagógicas diferenciadas em sala de aula, como, por exemplo, o desenvolvimento e uso de materiais concretos e o emprego de recursos tecnológicos despertam o interesse dos estudantes pelo conteúdo a ser estudado. Em muitas situações, a rotina da sala de aula, quando guiada por repetitivas metodologias escolhidas pelo professor, torna as aulas menos atraentes aos olhares de estudantes de uma geração considerada nativa digital.

No caso específico do estudo das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente no ciclo trigonométrico, de acordo com Costa (1997), o grau de complexidade desse conteúdo pode ser considerado elevado e exige a utilização de materiais manipuláveis no seu ensino. Entretanto, de modo geral, os próprios livros didáticos - considerados manuais - não propõem uma abordagem metodológica que contemple tanto o uso de recursos tecnológicos quanto de

materiais concretos. Ainda, a quantidade de trabalhos científicos que exploram os diferentes recursos metodológicos que podem ser associados à trigonometria, é mínima.

Esse grau de complexidade elevado, destacado por Costa (1997), também foi verificado por Brito e Morey (2004). Elas afirmam que as dificuldades em trigonometria também são sentidas, de forma significativa, por professores de matemática e que as principais dificuldades encontradas pelos professores estão ligadas à formação escolar das décadas de 70 e 80, caracterizadas pelo descaso com a trigonometria, pela formalização precoce de conceitos e pela memorização de procedimentos sem sua respectiva compreensão. A imagem abaixo é um recorte de páginas de um livro didático utilizado nessa época. Nelas, podem ser verificados a formalização precoce de conceitos e o excessivo rigor matemático.



Fotos do autor: Composição de fotos de livro didático utilizado nas décadas de 70 e 80.

Mendes (2001), por sua vez, propõe uma abordagem metodológica que coloca o contexto histórico da Matemática como principal ferramenta nos processos de ensino e aprendizagem. Entretanto, novamente, os livros didáticos, de modo geral, omitem tais informações em detrimento de uma abordagem mais tradicional. Em análise realizada nos livros didáticos aprovados no Programa Nacional do Livro Didático, o PNLD 2015 – Ensino Médio, constatou-se¹ que apenas uma coleção aprovada apresentava um breve contexto histórico ao tratar da trigonometria. Nesse sentido, Nacarato (2003) também analisa as diferentes abordagens em relação às razões trigonométricas seno, cosseno e tangente,

¹ O autor deste artigo é editor de livros didáticos destinados ao Programa Nacional do Livro Didático e, portanto, tal afirmação apoia-se em sua experiência profissional.

encontradas em livros didáticos do século XX, e faz críticas quanto à metodologia empregada nesses manuais.

A discussão sobre o uso das TICs² tem sido cogitada como elementos didáticos importantes nos processos de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos. Diferentes autores, por exemplo, Borba e Penteadó (2001), Frota e Borges (2004), fazem referência ao uso das TICs integradas ao movimento de construção do conhecimento dos estudantes, propondo novas formas de pensar matemática, com as tecnologias digitais. Para Valente (1993), a função do computador como meio educacional se dá juntamente com o papel da escola e do professor; dessa forma, o professor deixa de ter o perfil tradicional e passa a criar situações que facilitem o processo intelectual de cada estudante, criando assim condições favoráveis de aprendizagem com o uso do computador.

Nessa perspectiva, ou seja, frente à dificuldade inerente ao próprio conteúdo matemático – trigonometria – e na busca por novas metodologias para ensiná-lo, com base nas dificuldades dos estudantes e professores, que foi desenvolvido o *Quadro Trigonométrico*³, e verificada sua utilização, por estudantes e professor de matemática, em sala de aula.

2. O desenvolvimento de um Objeto de Aprendizagem...

Durante o curso de Pós-Graduação Lato Sensu, Novas Tecnologias no Ensino da Matemática – NTEM –, oferecido pela Universidade Federal Fluminense – UFF, foi proposto, como tarefa da disciplina Informática no Ensino de Matemática II, o desenvolvimento de um Objeto de Aprendizagem – O.A. Junto a ele, havia que se preparar um guia ao professor em versão pdf e, além disso, um tutorial em vídeo, sobre como utilizar o recurso digital desenvolvido. A ferramenta digital que deveria ser utilizada para o desenvolvimento do O.A. era o software *Régua e Compasso* – R.E.C⁴ e o Jing, para gravar o vídeo.

O R.E.C é um software de geometria dinâmica desenvolvido na Universidade Católica de Berlim, na Alemanha, pelo professor René Grothmann. É gratuito e, portanto, pode ser utilizado e distribuído aos estudantes. Ele, assim como outros softwares de geometria dinâmica, permite investigar, descobrir, formular conjecturas, confirmar resultados, realizar

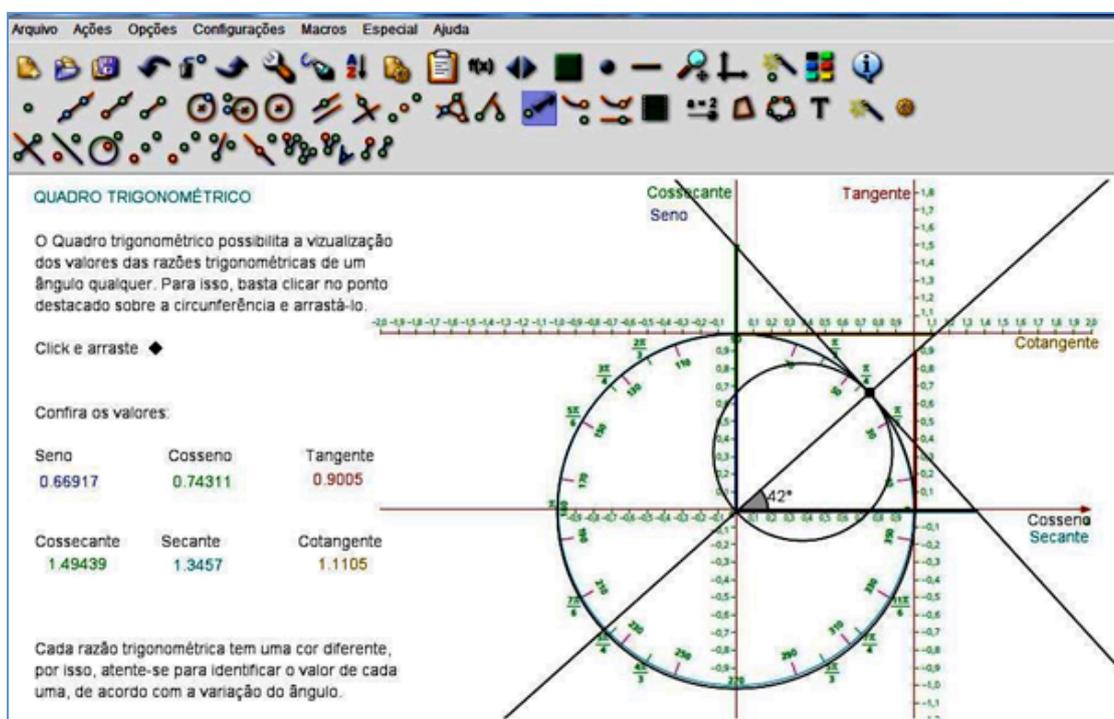
² Tecnologias de Informação e Comunicação.

³ O *Quadro Trigonométrico* é uma versão digital do trabalho desenvolvido com material manipulável, cujo relato está disponível em: <http://sbem.esquiro.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/272_44_ID.pdf>. Acesso em: 26 mar. 2016.

⁴ Em inglês, denominado *Compass and Ruler* – C.a.R. Acesse a homepage <<http://car.rene-grothmann.de/>>. Acesso em: 10 mar. 2016.

simulações etc.. O Jing, por sua vez, é um aplicativo que permite capturar imagens e vídeos do que é feito na tela do computador e compartilhá-los na internet e, portanto, é um recurso que pode ser utilizado para desenvolver o vídeo tutorial.

Diante do exposto, inicialmente foi realizado um estudo para entender o funcionamento do software e aplicativo. Para isso, foram consultados tutoriais disponibilizados pelo Laboratório de Novas Tecnologias de Ensino – LANTE, na internet⁵. Apesar de simples, o processo completo de desenvolvimento do Objeto de Aprendizagem levou cerca de 20 dias e contou com o desenvolvimento do Guia do Professor, o roteiro de gravação do tutorial e, por fim, o vídeo tutorial. A figura a seguir é um recorte da interface do Objeto de Aprendizagem desenvolvido e denominado *Quadro Trigonométrico*.



Recorte da interface do Objeto de Aprendizagem - *Quadro Trigonométrico*

O *Quadro Trigonométrico*, como pode ser observado, é um exemplo de como o emprego da simulação computacional pode ser um meio de promover o aprendizado de forma significativa, possibilitando uma prática pedagógica diferenciada, que desperta o interesse dos estudantes pelo conteúdo a ser estudado.

⁵ Os tutoriais de uso do R.E.C estão disponíveis em: <https://www.youtube.com/channel/UCWOQWZV52ASndVF4nfTY5uA>. Acesso em: 10 mar. 2016.

Na prática, o objeto permite encontrar os valores das razões trigonométricas seno, cosseno, tangente no ciclo trigonométrico, bem como suas inversas, respectivamente, cossecante, secante e cotangente para qualquer ângulo entre 0 e 360 graus. Esses valores são representados no ciclo trigonométrico por meio das projeções de um ponto dado e, suas medidas podem ser observadas numa tabela ao lado. Ao deslocar o ponto destacado sobre a circunferência, o ângulo central é alterado, implicando na variação dos valores das razões trigonométricas.

De posse deste Objeto de Aprendizagem, acredita-se que, se utilizado corretamente, o desenvolvimento de determinadas habilidades é favorecido, já que seu uso possibilita maior construção de exemplos, resolução de maior quantidade de exercícios e, ainda, o aperfeiçoamento do raciocínio lógico-matemático, pois pode ser considerado de forma similar a jogo. Desta forma, a verificação da eficiência do O.A., em sala de aula, por estudantes e professor, era parte fundamental do processo. Com isso, desenvolveu-se a segunda etapa da pesquisa, no laboratório de informática da escola.

3. *Quadro Trigonométrico: em sala de aula...*

No contexto escolar atual, é impensável deixar de lado o uso de ferramentas tecnológicas. Pilhas de cadernos, agendas e planilhas de papel estão sendo substituídas, mesmo que lentamente, por arquivos no computador, que facilitam o fechamento de notas, o controle de presenças, a emissão do histórico dos estudantes etc.. Provas podem ser elaboradas com o uso de softwares, internet e editores de texto. Inclusive, o registro de frequência, que sempre foi manual e realizada pelo professor, já não faz mais parte da realidade de muitos professores. Chega um momento, porém, em que a presença de alguns recursos tecnológicos ocupa seu lugar na sala de aula, onde poderá ser utilizada para melhorar a qualidade das aulas.

Diante do exposto, toma-se a decisão de levar o Objeto de Aprendizagem para a sala de aula. A sala de aula escolhida foi a turma de 2º ano do Ensino Médio do Colégio Graciosa, localizado na região metropolitana de Curitiba. A escolha desta escola deve-se ao fato de eu já ter pertencido ao corpo de professores desta escola por cerca de dez anos e, portanto, conhecer a dinâmica da escola e poder utilizar a rede de contatos construída.

Na sala de aula, a atividade foi dividida em etapas e o professor orientado de acordo com as informações dispostas no Guia do Professor, dispostas a seguir:

- *Etapa 1:* Inicialmente, retome conceitos relacionados às razões trigonométricas no triângulo retângulo e as formas de obtenção de valores para seno, cosseno e tangente no ciclo trigonométrico.
- *Etapa 2:* Apresente aos estudantes o Objeto de Aprendizagem – *Quadro Trigonométrico*. Para isso, é possível que seja utilizado o *Vídeo Tutorial*, que é destinado ao professor, mas isso não impede que seja exposto aos estudantes.
- *Etapa 3:* Para estimular o trabalho em grupo, divida os estudantes em duplas ou trios, pois assim eles terão a oportunidade de criar, debater e planejar a melhor solução para possíveis exercícios que serão propostos. É necessário que seja reforçado o trabalho cooperativo, com ética e respeito às características individuais, pois o trabalho em grupo favorece esse tipo de aprendizado.

De posse dessas orientações, o trabalho foi desenvolvido, no laboratório de informática do colégio. Os estudantes foram convidados à irem ao laboratório, se organizarem em duplas e, de posse do *Quadro Trigonométrico*, tiveram o primeiro contato, após apresentação realizada pelo professor. Como eles já tinham estudado as razões trigonométricas no ciclo trigonométrico, a primeira tarefa foi verificar a autenticidade desse Objeto de Aprendizagem, ou seja, verificar se os valores das razões trigonométricas já conhecidas coincidem com os valores encontrados com o auxílio do O.A.

Em seguida, os estudantes foram convidados a verificarem o crescimento e decrescimento da função trigonométrica seno. Nesse caso, foi construído um quadro na lousa, conforme modelo a seguir, e os estudantes orientados que poderiam utilizá-lo para anotarem as medidas dos ângulos e os respectivos valores da função $y = \sin x$, mas que o uso era opcional.

Quadro a ser preenchido com os valores da função trigonométrica $y = \sin x$.

	1º Quadrante				2º Quadrante				3º Quadrante				4º Quadrante			
Ângulo x (em graus)	0°	20°														
Valor de: $y = \sin x$																

Fonte: Autor

Ao final desta segunda tarefa, pode-se verificar um dos resultados já esperados, que praticamente a totalidade dos estudantes não utilizou o quadro proposto. Eles conseguiram desenvolver a segunda tarefa somente de posse do Objeto de Aprendizagem: *Quadro Trigonométrico*. Ou seja, dentre outras evidências, pode-se constatar a eficiência do O.A..

4. Considerações Finais

A descrição de percursos e resultados obtidos da prática pedagógica apresentada era o objetivo deste trabalho. Isso pode motivar o professor, tanto a utilizar, quanto criar Objetos Virtuais de Aprendizagem. Em específico, no caso do *Quadro Trigonométrico*, as atividades práticas tanto de elaboração quanto de utilização podem contribuir na reconstrução e fixação de conceitos e definições relacionados às razões trigonometria. As experiências vividas e relatadas parcialmente neste trabalho apontam para a importância do professor pesquisador⁶, apesar das discussões e simplificações inadequadas do termo.

No desenvolver das atividades, pode-se perceber que a possibilidade de utilização de recursos digitais colocou os educandos em processo de desequilíbrio, em que eles puderam questionar-se a si mesmos e, com base nas suas devoluções e interação com o O.A., reorganizar seu pensamento, ajudando na reconstrução de conceitos relacionados às razões trigonométricas.

Uma das duplas, durante o desenvolvimento da primeira atividade, manifestou-se indicando que tinham encontrado um ‘problema’ com o O.A., e, de fato, encontraram: o ponto em destaque não era o único que poderia ser deslocado no quadro trigonométrico. Se, eventualmente, clicassem sobre o centro da circunferência e o arrastasse, o O.A. ficaria desconfigurado. Esse ‘problema’ foi imediatamente solucionado, durante a aula, com a orientação de não realizar tal comando, mas depois, resolvido definitivamente com a ancoragem da imagem de fundo ao objeto construído.

Ao final da atividade acompanhada, podem-se perceber expressões de alegria e satisfação na face dos estudantes. A professora, por sua vez, afirmou que faria uso novamente do Objeto de Aprendizagem. Então, foi orientada a explorar especificidades do O.A. e ampliar

⁶ O professor pesquisador centra-se na consideração da prática, que passa a ser meio, fundamento e destinação dos saberes que suscita, desde que esses possam ser orientados e apropriados pela ação reflexiva do professor.” (Miranda 2006, p. 135)

horizontes acerca do uso de tecnologias, desafiada a desenvolver um recurso digital que pudesse ser utilizado em suas aulas de matemática.

5. Agradecimentos

Agradeço aos gestores, estudantes e professor de matemática do *Colégio Graciosa*. Aos gestores e professor, pela gentileza em permitir o desenvolvimento da segunda etapa da pesquisa em suas dependências. Aos estudantes, pelo carinho com que me receberam enquanto ex-professor e pesquisador, mas principalmente pela participação e seriedade com que encararam esta tarefa.

6. Referências

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2001. 98 p.

BRITO, A. de J.; MOREY, B. B. **Geometria e trigonometria: dificuldades dos professores de matemática do ensino fundamental**. In: John A. Fossa (org). *Presenças Matemáticas*. Natal: Edufrn, 2004.

COSTA, Nielce Meneguelo Lobo da. **Funções Seno e Cosseno: Uma sequência de ensino a partir dos contextos do “mundo experimental” e do computador**. 1997. 250f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática)- Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. Disponível em:
http://www.sapientia.pucsp.br//tde_busca/arquivo.php?codArquivo=4550. Acesso em: 10 jan. 2016.

FROTA, M. C. e BORGES, O. **Perfis de entendimento sobre o uso de tecnologias na educação matemática**. In: 27a. Reunião Anual da ANPEd, 2004, Caxambu, MG. Sociedade, Democracia e Educação: Qual Universidade?. Rio de Janeiro, RJ : ANPEd, 2004. p. 1-17.

MENDES, I. A. **O uso da história no ensino da matemática: reflexões teóricas e experiências**. Belém: EDUEPA, 2001.

NACARATO, A. M. **A definição de seno apresentada nos livros didáticos de matemática no século XX**. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 5., 2003, Rio Claro. Anais Rio Claro: SBHMat, 2003.

VALENTE, J. A. (Org.). **Computadores e conhecimento: repensando a educação**. Campinas: Unicamp, 1993.