UTILIZANDO MATERIAIS CONCRETOS NA CONSTRUÇÃO DO CONCEITO E NAS OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

Givaldo da Silva Costa
Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco
givaldocosta59@gmail.com

Miguel Rodrigues Menino
Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco
miguel.menino@hotmail.com

Resumo

O presente trabalho tem como tema um dos conteúdos curriculares mais antigos e estudados pelos pesquisadores matemáticos. Na atualidade, o estudo de frações é visto como um dos conteúdos mais temidos pelos estudantes, principalmente no Ensino Fundamental. Na hipótese de que um dos principais motivos na dificuldade do ensino-aprendizagem atual está na falta de uma prática cotidiana do uso de materiais concretos manipuláveis ao construir o conceito com seu significado de repartição e de medição, como também em procurar justificar os porquês das abstrações contidas nas regras, convenções e propriedades matemáticas, inseridas nos algoritmos que envolvem as quatro operações fundamentais, propomos a confecção e manuseio de kits fracionários, utilizando materiais simples (cartolina e clipes) como instrumento pedagógico na busca da assimilação/compreensão do conteúdo, acreditando que as dificuldades podem ser amenizadas com uma didática que se contraponha à teorização excessiva predominante em nossas salas de aula.

Palavras-chave: Significado; Materiais; Manuseio.

Introdução

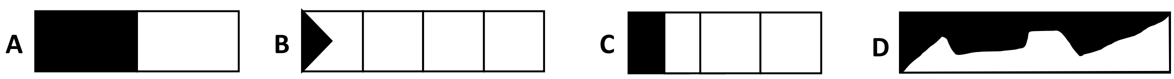
Existem registros bastante antigos (de cerca de 2.500 a.C.), encontrados no papiro de Rhind, comprovando que os egípcios praticavam frações com habilidade, entretanto, em pleno século XXI, uma grande parte dos estudantes brasileiros, nos mais diversos níveis de escolaridade, principalmente no Ensino Fundamental, sentem dificuldades em praticar as operações e resolver situações-problema com números racionais. Concordando plenamente com D'Ambrósio (1991, p.1) quando afirma que *"... há algo errado com a Matemática que estamos ensinando. O conteúdo que tentamos passar adiante através dos sistemas escolares é obsoleto, desinteressante e inútil".* Podemos observar nessa afirmação que ele critica não a aplicação dos conteúdos em si, mas a forma metodológica como os conteúdos são transmitidos mecanicamente em sala de aula, levando-nos a refletir sobre o papel da escola como transmissora de conhecimentos, e de como ela está desempenhando esse papel.

Por outro lado, vale lembrar uma passagem dos Parâmetros Curriculares de Pernambuco, que nos incentiva a ser também um professor-pesquisador, quando diz: *"... apesar da importância do livro didático no currículo escolar é fundamental que o professor não renuncie ao seu papel de sujeito que constrói a prática pedagógica, juntamente com os estudantes"* (2012, p.51). Na hipótese de que uma das principais dificuldades do ensino-aprendizagem atual está na falta da prática cotidiana do uso de materiais concretos em sala de aula, temos como prioridade fazer uso da instrumentalização adequada para justificar os porquês dos procedimentos abstratos tão comuns no conhecimento matemático, contidos nas regras, convenções e propriedades, utilizando recursos materiais simples como cartolina e clipes, na confecção de bandejas brancas que representam o inteiro, e de recortes coloridos que representam as unidades fracionárias, transformando-os em um valioso instrumento pedagógico de baixo custo financeiro.

Alguns questionamentos iniciais

Atualmente professores e estudantes têm várias ferramentas de pesquisas tecnológicas, que estimulam a curiosidade em saber os porquês, entre outras coisas, dos procedimentos operatórios matemáticos. Entretanto, em nossos livros didáticos as abstrações matemáticas são – raramente – comentadas e esclarecidas. Vejamos alguns questionamentos:

1. Como você define ou conceitua Fração? Por qual razão a Fração não é uma Razão?
2. Por que geralmente a fração é apresentada apenas como uma divisão do inteiro em partes iguais?
3. Como você define ou conceitua frações próprias e frações impróprias? Como representar graficamente frações impróprias?
4. Quais das figuras abaixo que representam frações? Em caso positivo, qual o valor de cada uma?



Para início de discussão, vale enfatizar que a palavra fração vem do latim "*fractione*" que quer dizer "*dividir, quebrar, rasgar*". No nosso dicionário da língua portuguesa, temos: "*porção, parte de um todo*". Notamos que nas definições apresentadas, não há alusão em mostrar fração como parte da divisão em fatias iguais. Logo, nada impede que apresentemos situações que levem ao conceito de fração simplesmente como "*parte do inteiro*". Imaginemos a situação: se alguém derruba um vaso de louça, ao se quebrar ele ficará em vários pedaços (cacos), provavelmente de tamanhos diferentes, e nem por isso, cada um desses cacos, deixará de ser uma parte fracionária do vaso. Alguns especialistas educacionais apontam que a postura dos livros didáticos em apresentar a fração apenas como o inteiro dividido em partes iguais deve-se ao fato de que para realizar as suas operações fundamentais, esse fator é imprescindível, levando-nos a averiguar que o motivo é simplesmente de caráter operacional, e não conceitual; portanto podem ser apresentadas ambas as situações.

Quando solicitamos aos estudantes que representem numericamente alguma fração que está expressa na forma de gráfico, há ainda aqueles que confundem a *relação parte-parte* com a *relação parte-todo*. Sabemos que na primeira relação estamos trabalhando com razão, e na segunda relação estamos trabalhando com fração. Exemplo, se apresentarmos a representação gráfica fracionária de 1/4, por falta de compreensão, erroneamente, muitos a representam numericamente como 1/3, pois das quatro partes em que o inteiro foi dividido, uma parte está "pintada" ou "tomada" e as outras três partes não estão.

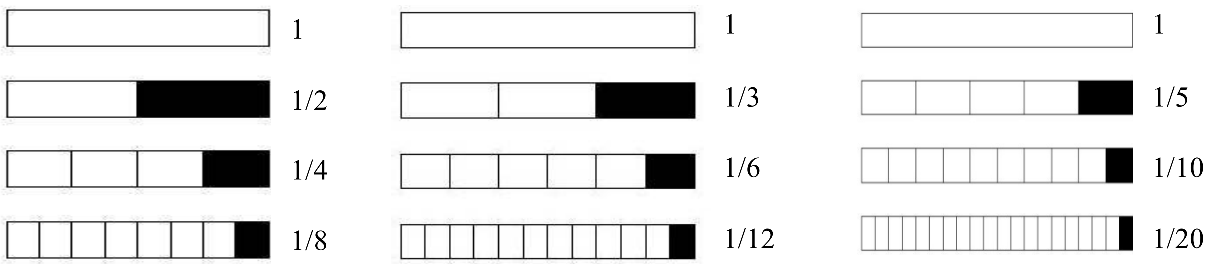
Por outro lado é comum a dificuldade quanto à representação gráfica de frações impróprias, uma vez que, geralmente, apenas as frações próprias são destacadas. Uma oportunidade ímpar acontece quando associamos as frações impróprias com o procedimento operatório da *extração do inteiro*, encontrando as frações mistas. Vejamos, se pedirmos para representar graficamente a fração 9/4, os estudantes não tem como aplicar o mesmo procedimento das frações próprias. Porém, ao transformar 9/4 em 2 ¼ a representação gráfica fica compreensível a todos.

9/4 = 2 ¼

Entretanto, a leitura utilizada aos termos de uma fração (numerador e denominador) influencia na compreensão conceitual; infelizmente, ainda é predominante a linguagem de que *"fração própria é aquela em que o numerador é menor do que o denominador"* (que leva apenas à memorização da localização dos termos fracionários), ao invés de *"fração própria é* *aquela que representa uma quantidade menor que um inteiro"* (que leva à compreensão pela comparação de uma parte com o todo*)*. Situação similar ocorre com as frações impróprias.

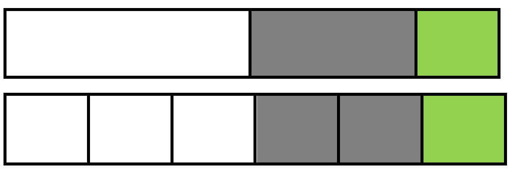
Construindo o Kit Fracionário

É necessário que o *inteiro* tenha uma referência gráfica representada por determinada figura. Caso não haja esse referencial, haverá um campo de imaginação muito amplo e diversificado, que pode ter o inteiro interpretado/imaginado de acordo com a leitura de cada um. Representaremos o inteiro através de uma figura geométrica de formato retangular (geralmente a mais utilizada) com figuras unitárias de 1/2, 1/3 e 1/5.



Formação do inteiro

A utilização das unidades fracionárias na manipulação de materiais concretos torna-se uma atividade básica essencial, e ao mesmo tempo prazerosa, que nos permite visualizar quais delas formam exatamente o inteiro, quando justapostas entre si. Tomemos como exemplo as seguintes unidades fracionárias: l/2, l/3 e 1/6.



$1/3 + 1/2 + 1/6 = 1$

$3/6 + 2/6 + 1/6 = 1$

Podemos ampliar o campo conceitual do estudo de frações ao abordar o raciocínio combinatório. Exemplo: Utilizando as unidades fracionárias apresentadas acima, de quantas formas diferentes, sem repetição, podemos formar o inteiro? Utilizando outros grupos de unidades fracionárias, encontre suas possíveis formações do inteiro, com suas combinações.

Operacionalizando com materiais concretos

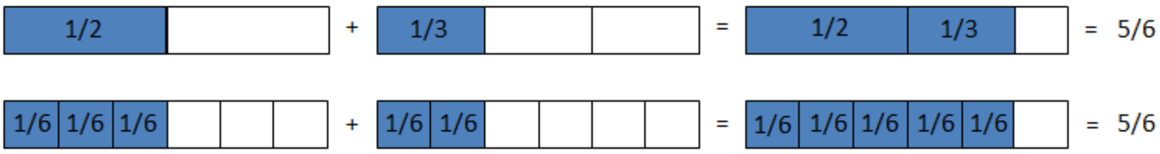
Passemos, então, a alguns questionamentos básicos operacionais:

1. Por que, ao adicionar ou subtrair frações com denominadores diferentes, extraímos o MMC para dividir pelo denominador e o resultado multiplicar pelo numerador?

2. Por que, na multiplicação de frações, multiplicamos numerador por numerador e denominador por denominador?

3. Por que, na divisão de frações, repetimos o primeiro termo e multiplicamos pelo inverso do segundo termo?

Para início de operacionalização, tomemos como exemplo: 1/2 + 1/3 e suas equivalências. As primeiras frações equivalentes com denominadores comuns encontradas são 3/6 e 2/6, logo vem: 1/2 + 1/3 = 3/6 + 2/6 = 5/6. Chamamos a atenção que, quando determinamos o MMC dos denominadores de frações diferentes, dividindo-o pelo denominador, e o resultado multiplicando pelo numerador, estamos apenas encontrando as *frações equivalentes das frações iniciais*:



Procedimento semelhante ocorre com a subtração. Ex: 1/2 – 1/3 = 3/6 – 2/6 = 1/6

Na multiplicação, tomando como exemplo: 1/3 x 1/2 = 1/6 ∴ 1/2 x 1/3 = 1/6, substituindo o sinal da multiplicação (x) pela preposição "de", então temos que queremos encontrar "a terça parte de um meio", ou ainda, "a metade de um terço".

Na divisão, o exemplo: 1/2 : 1/3 = 1/2 x 3 = 3/2 = 1 ½ , queremos saber "quantas vezes um terço, cabe em um meio". Sobrepondo a figura de 1 inteiro na figura de um terço, sabemos que ela cabe três vezes (observe o porquê invertemos a segunda fração), e sobrepondo a figura de 1/2 sobre a figura de 1/3, então ela cabe 1 ½ (uma vez e meia, ou seja, cabe um terço e mais metade de um terço).

Procedimentos

- Na *adição* e *subtração*, quando os denominadores forem iguais, a operação é realizada diretamente com os numeradores das frações. Quando os denominadores forem diferentes, a operação é realizada com as frações equivalentes das frações iniciais.

- Na *multiplicação*, durante a leitura operacional substituir o sinal da multiplicação (x) pela preposição "de", indicando que iremos procurar uma parte de algo. Caso a primeira fração seja maior do que a segunda, podemos inverter a ordem dos termos.

- Na *divisão*, quantas vezes o divisor cabe no dividendo? Sobrepondo a figura de 1 inteiro na figura do divisor, ela cabe "x vezes". Sobrepondo a figura do dividendo na figura do divisor, ela cabe "y vezes".

Ficha de atividades

3/5 + 1/2	- Encontrando as frações equivalentes das frações iniciais, vem: 3/5 + 1/2 = 6/10 + 5/10 = 11/10 = 1 1/10
3/4 – 1/5	- Encontrando as frações equivalentes das frações iniciais, vem: 3/4 – 1/5 = 15/20 - 4/20 = 11/20
1/3 + 3/4 – 1/2	- Encontrando as frações equivalentes das frações iniciais, vem: 1/3 + 3/4 – 1/2 = 4/12 + 9/12 – 6/12 = 7/12
2/5 X 1/8	2/5 de 1/8 ou 1/8 de 2/5 = 2/40 = 1/20 - Qual a peça que colocada "oito vezes" vai cobrir 2/5? Resp: 1/20
1/4 X 2/3 X 1/2	(1/4 de 2/3) de 1/2 = 2/12 de l/2 = 1/6 de 1/2 - Qual a peça que colocada "quatro vezes" vai cobrir 2/3? Resp: 1/6 - Qual a peça que colocada "seis vezes" vai cobrir 1/2? Resp: 1/12
3/5 : 2	3/5 : 2 = 3/5 X 1/2 = 1/2 de 3/5 = 3/10 - Pergunta-chave: Quantas vezes 2 inteiros cabe em 3/5? - Sobrepondo a figura de 1 inteiro na de 2 inteiros, ela cabe 1/2 vez. - Sobrepondo a figura de 3/5 na de 1 inteiro, ela cabe 3/5 de vez e sobrepondo a figura de 3/5 na de 2 inteiros, ela cabe 3/10 de vez..
3/4 : 3/8	3/4 : 3/8 = 3/4 X 8/3 = 24/12 = 2 . Pergunta-chave: Quantas vezes 3/8 cabe em 3/4? - Sobrepondo a figura de 1 inteiro na de 3/8, ela cabe 8/3 de vezes. - Sobrepondo a figura de 3/4 na de 3/8, ela cabe 2 vezes.

Considerações finais

Voltando ao ponto inicial do trabalho é importante destacar que um dos motivos em não termos um ensino-aprendizagem eficaz no estudo de frações, passa pela prática pedagógica que priorizou a *repartição* como significado conceitual nas séries iniciais e finais do Ensino Fundamental, relegando ao segundo plano, o significado de *medição*. Entretanto, propomos direcionar o pensamento não à "*quantidade de partes iguais em que o inteiro foi dividido*", mas sim à "*da parte tomada, quantas vezes ela cabe no inteiro*". Com relação à construção do kit fracionário, diante de tantas opções de materiais manipuláveis para sua confecção, tais como: Barras, discos, cordas etc., resolvemos utilizar cartolinas e clipes, devido ao seu baixo custo financeiro.

Com relação à enquete das quatro figuras (A, B, C e D) apresentadas no início do trabalho para averiguar quais representariam frações, ela foi aplicada com 100 alunos, do 6º ao 9º Ano do Ensino Fundamental de escolas da rede pública e particular de ensino da região litoral sul de Pernambuco, ao longo do ano de 2013, mostrando que 90% dos entrevistados afirmaram que apenas a figura A é "com certeza" uma fração. Na figura B, a "certeza" já não era tão firme, pois apesar da figura estar dividida em partes iguais, a parte tomada (pintada) fugiu das representações comuns. E com relação às figuras C e D, afirmaram categoricamente que não representavam frações, pois o inteiro não estava dividido em partes iguais. Os 10% restantes, com visão mais ampla do conceito de frações, afirmaram que "todas as figuras eram frações", porém desses, apenas 5% souberam determinar o valor da unidade fracionária das figuras B e C, como sendo 1/16 e 1/6, respectivamente; Em relação à figura D, não souberam determinar o seu valor fracionário, pois para isso precisariam fazer uso de recursos como o de malhas quadriculadas para determinar a medida mais aproximada possível do real.

Entre os pontos que se espera que haja repercussão e discussão durante a realização do minicurso é que o uso de materiais concretos naturalmente impõe a aplicação de situações reais e significativas, principalmente nos exemplos iniciais. No decorrer da transposição didática, com a aplicação de valores maiores, os materiais concretos, aos poucos, vão saindo de cena, dando lugar apenas aos registros numéricos, porém ao chegar nessa fase da aprendizagem, já há compreensão das abstrações inseridas nos algoritmos. Outro ponto a ser discutido é a clareza de que apenas o uso desses materiais em sala de aula não significa que o ensino-aprendizagem acontecerá em "um estalar de dedos", como salientado por Nacarato, (2005, p.5): *"Nenhum material didático – manipulável ou de outra natureza – constitui a* *salvação para a melhoria do ensino de matemática. Sua eficácia ou não dependerá da forma como o mesmo for utilizado."* Reforçamos que a transposição didática bem planejada é, entre outros, um fator que influi decisivamente nos objetivos/metas que se quer alcançar. Finalizamos destacando que a falta de abordagem de conceitos diversificados e significativos, acrescidas à prioridade do professor à aplicação apenas de regras, convenções e propriedades, apresentam-se como obstáculos à compreensão básica ao estudo de frações, acreditando que essas dificuldades podem ser amenizadas com atividades que contemplem a prática constante do uso de materiais concretos manipuláveis, em detrimento da teorização excessiva predominante nas salas de aulas, a partir do Ensino Fundamental I (clientela principal a qual se destina este trabalho), melhorando o desempenho dos alunos em todo o seu trajeto escolar.

Roteiro de atividades

- Aplicação de alguns questionamentos iniciais que enfatizam a dualidade razão x fração, o significado da palavra fração e suas representações gráficas, bem como as abstrações envolvidas nos algoritmos das operações básicas com frações.
- Leitura de texto explicativo abordando os questionamentos acima, fortalecido com instruções de como construir o kit fracionário e destacando a formação do inteiro.
- Manipulação de materiais concretos em papel cartolina e clipes com o objetivo de justificar os porquês dos procedimentos operacionais com números fracionários.
- Explanação das considerações finais com ênfase a uma maior abordagem do conceito de fração como significado de medição e também chamando a atenção de que a eficácia do uso de materiais concretos depende da forma como eles serão utilizados.

Bibliografia

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Matemática, ensino e educação: uma proposta global*. *Temas & Debates*. São Paulo, v.4, n. 3, 1991, p. 1 – 15

EDUCAÇÃO, Secretaria de. *Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco* – Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. 1ª Edição, CAEd, 2012.

NACARATO, Adair Mendes. *Eu Trabalho Primeiro no Concreto*. Revista de Educação Matemática, São Paulo, v.9, n.9-10, p.1-6, 2005. SBEM-SP.