

O NÚMERO DE OURO E SUAS APLICAÇÕES NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA

José Romero da Silva Costa
Instituto Federal de Educação, Ciências e tecnologia da Paraíba - IFPB
romerocosta86@hotmail.com

Rômulo Alexandre Silva
Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Paraíba - IFPB
romulo_celia@hotmail.com

Resumo:

Este trabalho tem como objetivo analisar possíveis aplicações da Razão Áurea nas aulas de Matemática. Para isto, foi realizada uma intervenção teórica a respeito da temática em uma turma do 3º ano do ensino médio do Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Paraíba – IFPB, que era composta por, uma sequência de atividades envolvendo conteúdos curricular e um questionário para análise qualitativa do que fora exposto. Esta atividade de intervenção subsidiou o levantamento de dados para realização deste trabalho de pesquisa e durante seu desenvolvimento fez surgir alguns questionamentos: Como, de que forma e por que utilizar a Razão Áurea no processo de ensino-aprendizagem? De modo que a Razão Áurea contribuísse para o desenvolvimento do conhecimento, aquisição de novos, e com uma abordagem diferenciada, favorecer o estímulo à criatividade e à curiosidade, promovendo um caráter investigativo fazendo uma relação entre, teoria e prática, explorando também aspectos históricos.

Palavras-chave: Razão Áurea; Ensino-Aprendizagem; Matemática.

1. Introdução

Ao procurar compreender quais e como os conteúdos matemáticos se relacionam com o estudo da Razão Áurea, realizamos inicialmente um estudo dos elementos históricos associados ao tema, em seguida elaboramos uma sequência de atividades que pudessem ser utilizadas em turmas do ensino médio e depois procuramos apresentar numa turma como exemplo, para que pudessemos analisar os dados obtidos.

Desta forma, estamos apresentando o resultado parcial desta pesquisa, de caráter exploratório e que procurou analisar como tais conteúdos podem vir a ser trabalhados na sala de aula de Matemática, contribuindo para que os alunos possam perceber quais

conceitos

matemáticos se relacionam ou podem se relacionar com padrões de comportamento e forma, através da arquitetura, das obras de artes e até mesmo na natureza.

Partindo do preceito de que a Matemática está presente em praticamente todas as áreas do conhecimento e o conhecimento matemático se faz cada vez mais necessário em um mundo que esta em constante desenvolvimento, ensinar matemática, motivar o aluno, não é tarefa fácil, já que a Matemática, em geral, não é bem vista pela maioria dos alunos.

A Proporção Áurea, que também conhecida como Número de Ouro, Número Áureo, Secção Áurea ou Razão Áurea é um dos muitos caminhos que podem ser explorados para um ensino prazeroso da Matemática. Trata-se de um número irracional presente em quase tudo, exprimindo beleza e harmonia que foi associada a um número, que mais tarde fora chamado de Número de Ouro ou Número Áureo. A história deste número perdeu-se no tempo, sendo encontrado na Matemática de povos antigos como Egípcios, Babilônicos, Maias e Astecas.

Acreditar ou não que o fascínio por este número vem, desde antes dos gregos Pitágoras e Euclides, passando por Fibonacci e Kepler, até os dias atuais, onde ainda é utilizado por vários educadores matemáticos, é difícil para os que não acreditam na beleza da Matemática. Este número considerado místico e enigmático pode ser usado para trazer situações cotidianas do discente contribuindo para desmistificar algumas dificuldades na aprendizagem de Matemática.

2. A Importância da Temática na Sala de Aula de Matemática

Ao estudarmos um pouco da História da Matemática podemos identificamos que vários autores apresentaram importantes contribuições sobre a temática, tais como: Contador (2007), Crato (2009), Eves (2011) e Boyer (2012). Dentre estas contribuições podemos citar: A primeira definição formal do que seria um segmento dividido em média e extrema razão, feita por Euclides de Alexandria; A aplicação do retângulo Áureo na arquitetura desde a antiguidade; O problema da reprodução dos coelhos, do matemático Leonardo de Pisa, que deu origem a uma sequência conhecida como Sequência de Fibonacci; Pelo fato dos números de Fibonacci e a Razão Áurea estarem relacionados com fenômeno da natureza, acredita-se que a Razão Áurea tenha

proporcionado grandes contribuições para as ciências abrangentes a esta área; A relação da sequência de Fibonacci envolvendo a óptica dos raios de luz, um ramo da Física. Contribuições como estas, dentre outras, para a Matemática e desenvolvimento de outras ciências, torna a incomensurabilidade da Razão Áurea ainda mais evidente.

Observando as contribuições destes autores e de outros, podemos entender que a Razão Áurea é uma possibilidade de exploração diferenciada no ensino de Matemática e que possibilita melhorar a eficácia do processo de aprendizagem. Objetivando o estudo dos conceitos matemáticos voltado para o cotidiano com aplicações na arquitetura, na arte renascentista, em proporções do corpo humano entre outros proporciona o estudo de forma diferenciada desta ciência.

Para SOUSA (2013, p. 07), a partir do contexto apresentado, acredita que o processo de ensino-aprendizagem é vivenciado não somente dentro da escola, mas é uma ação que acontece em todo e qualquer setor da sociedade, que se caracteriza como a sociedade do conhecimento, porque a educação formal e a não formal caminham paralelamente e torna a educação o principal instrumento contra a desigualdade social.

Deste modo evidenciam-se as contribuições da aplicação da Razão Áurea como recurso no ensino de Matemática, não se restringindo apenas ao âmbito escolar, mas envolvendo o meio social dos alunos.

3. Descrição e Análise da Atividade de Intervenção

A atividade de intervenção a respeito da Razão Áurea ou Número de Ouro na sala de aula de Matemática que foi realizada numa turma de 3º ano do Curso Técnico Integrado de Petróleo e Gás no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba – IFPB, Campus Campina Grande.

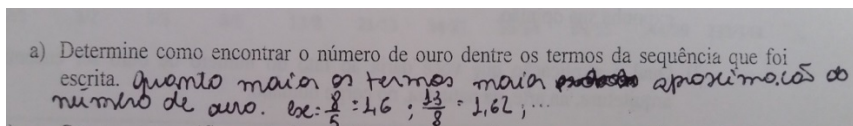
Intervenção foi iniciada com a descrição do que era o Número de Ouro, como ele surge e a exposição da letra grega que o representa, o ϕ (Phi), seguido da apresentação de algumas denominações para o Número de Ouro, como secção áurea, razão de ouro e divina proporção onde foi colocada em destaque à denominação dada por Euclides como Média e Extrema Razão no VI livro de *Os Elementos*. Também foi dito que a divisão de um segmento em média e extrema razão resultaria em um segmento correspondente ao segmento áureo.

Todas estas exposições foram seguidas de imagens ilustrativas e algumas de vídeos. Como por exemplo, a razão do apótema do lado pelo apótema da base na pirâmide de Quéops ou a aplicação do retângulo Áureo no quadro *A Mona Lisa*. No corpo humano foi apresentada a crença dos gregos de que uma pessoa só seria bela aos olhos do homem se seu corpo seguisse determinado padrão, ou seja, se a razão entre partes do corpo converge ao Número de Ouro.

A apresentação de fatos como a descoberta dos números irracionais que foi atribuído aos pitagóricos pelo estudo das propriedades da estrela de cinco pontas, exposição de aplicações para a sequência de Fibonacci, o fato desta sequência está implícita no triângulo de Pascal, e o porquê ele recebe o nome do matemático e filósofo Blaise Pascal, fazem despertar o fascínio pela Matemática.

Após a apresentação descrita no tópico anterior, foi entregue uma atividade contendo sete questões que abordavam diversos assuntos, como: Números Irracionais, Equação do 2º grau, Geometria, Triângulo de Pascal, Razão e Proporção. Que era composta por itens que pedia para determinar a Razão Áurea de um segmento qualquer, onde foi lembrado como é realizada a divisão de um segmento em Média e Extrema Razão por Euclides, chegando às raízes $x' = \frac{a+a\sqrt{5}}{2}$ e $x'' = \frac{a-a\sqrt{5}}{2}$, e conseqüentemente à $\frac{x}{a} = 1,6180 \dots$ que corresponde ao número de ouro. Para determinar os 15 primeiros termos da sequência de Fibonacci e encontrar o Número de Ouro dentre a sequência de Fibonacci, dispoño os dados em um plano cartesiano em anexo a atividade. Vejamos agora algumas justificativas dadas pelos alunos:

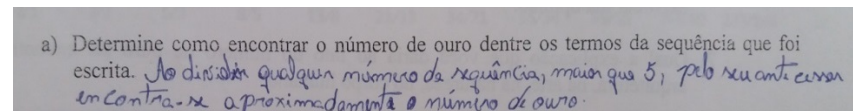
Figura 01: Resposta do aluno 06 à respeito do item *a*, da segunda questão na atividade de intervenção.



a) Determine como encontrar o número de ouro dentre os termos da sequência que foi escrita. Quanto maior os termos maior ~~é~~ aproximação do número de ouro. ex: $\frac{8}{5} = 1,6$; $\frac{13}{8} = 1,62$; ...

Fonte: O próprio autor.

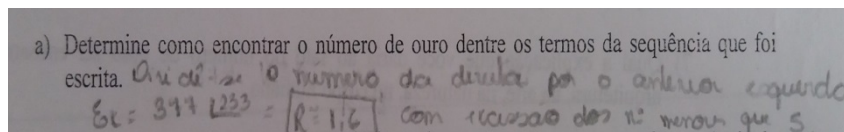
Figura 02: Resposta do aluno 12 à respeito do item *a*, da segunda questão na atividade de intervenção.



a) Determine como encontrar o número de ouro dentre os termos da sequência que foi escrita. Ao dividir qualquer número da sequência, maior que 5, pelo seu antecessor encontra-se aproximadamente o número de ouro.

Fonte: O próprio autor.

Figura 03: Resposta do aluno 14 à respeito do item *a*, da segunda questão na atividade de intervenção.



Fonte: O próprio autor.

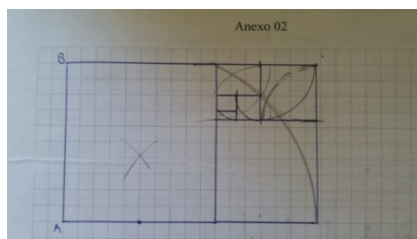
Figura 04: Alunos resolvendo atividade de intervenção.



Fonte: O próprio autor.

Uma destas questões os alunos deveriam construir um retângulo áureo em um papel milimetrado contido no anexo 02 da atividade de intervenção.

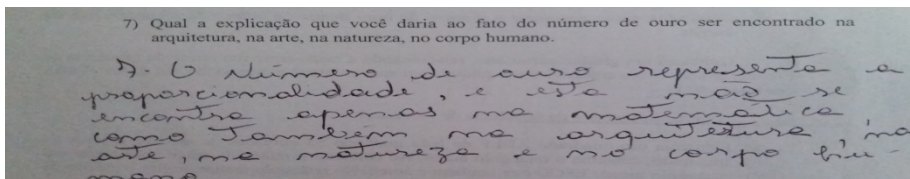
Figura 05: Resolução da questão 04 realizada pelo aluno A_4



Fonte: O próprio autor.

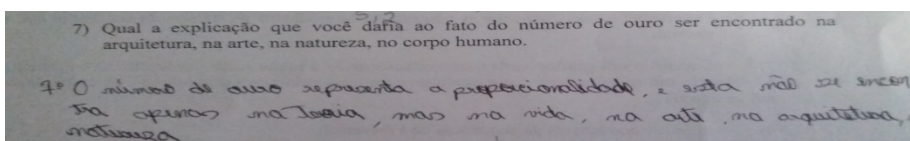
No Triângulo de Pascal, referente a uma das questões, os alunos poderiam encontrar a sequência de Fibonacci pela soma de alguns termos no triângulo. Também foi solicitado que o aluno realizasse a razão da base pela altura de cartão com dimensões semelhante a um cartão de crédito e que fosse exposta sua opinião a respeito do resultado relacionando com o Número de Ouro. E para finalizar a atividade, o aluno deveria expor sua opinião, sobre o fato do Número de Ouro está presente na arquitetura, na arte, na natureza e no corpo humano. Vejamos algumas respostas dadas pelos alunos:

Figura 06: Resposta dada pelo aluno A_2 para questão 07 da atividade de intervenção.



Fonte: O próprio autor

Figura 07: Resposta dada pelo aluno A_7 para questão 07 da atividade de intervenção.



Fonte: O próprio autor.

4. Questionário Referente a Intervenção Teórica

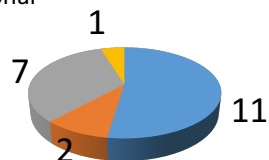
Objetivando uma análise qualitativa do exposto nesta intervenção teórica e uma análise geral do ensino de Matemática, aplicamos um questionário.

A primeira questão tem como objetivo expor a opinião dos alunos a respeito da Matemática trabalhada na sala de aula:

“1) O ensino de Matemática no país apresenta vários problemas, que vão desde a baixa remuneração dos professores, o número insuficiente de professores formados todos os anos não atendem a atual demanda ou problemas relacionados à formação adequada para atuar na educação básica, quer seja como professor de Matemática ou de Pedagogia. Diante do exposto e na sua experiência como aluno, qual a sua opinião à respeito da Matemática trabalhada em sala de aula?”

Gráfico 01: Referente às respostas da questão 01.

- As aulas de Matemática, sempre que possível, deveria ser diferenciada, de modo que fossem mais práticas e estimulassem a curiosidade.
- A elaboração da grade curricular deveria levar em conta a escolha profissional dos alunos, para que o ensino fosse direcionado.
- A problemática no ensino de Matemática que vem desde as séries iniciais interfere no aprendizado posterior.
- Não responderam.



Fonte: O próprio autor.

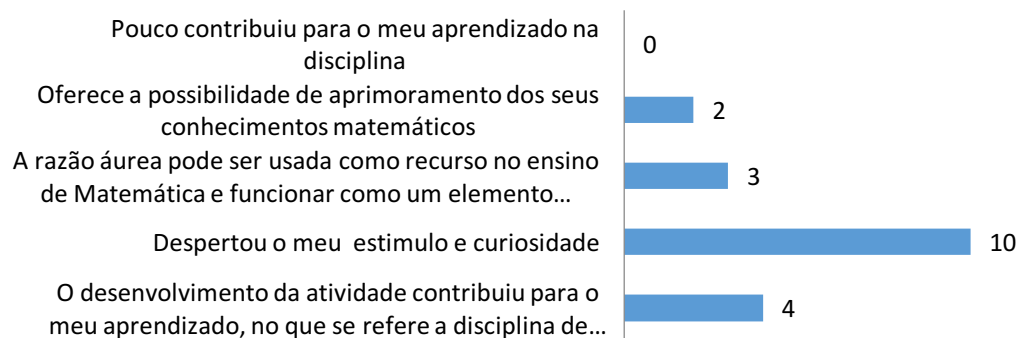
Pode-se notar com base nas respostas que apesar dos problemas no ensino de Matemática que tem origem desde as séries iniciais, os alunos sentem falta de um

estímulo para o estudo de Matemática. Embora saibamos que é muito difícil para o professor, não só de Matemática, lidar com os problemas no que se refere à escola e alunos.

A segunda questão busca saber a opinião do aluno referente à atividade desenvolvida a respeito da Razão Áurea.

“2) Com base na atividade desenvolvida sobre a Razão Áurea, assinale a alternativa que melhor expressa sua opinião:”

Gráfico 02: Referente à opinião dos alunos na questão 02



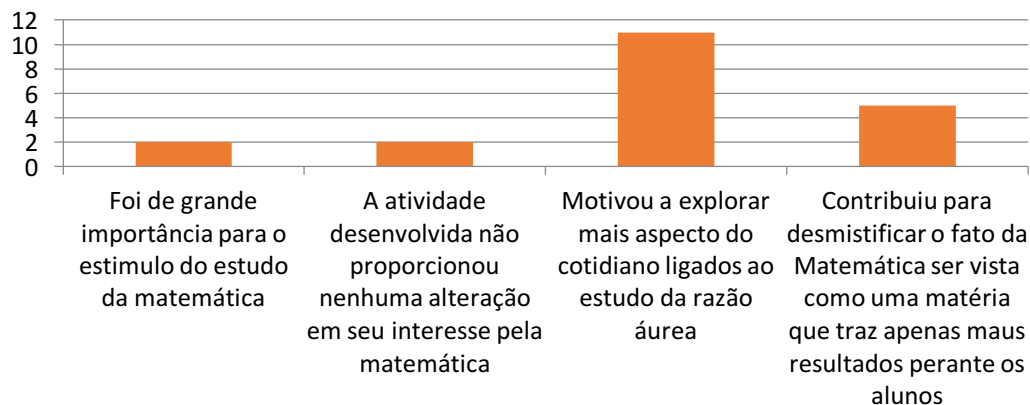
Fonte: O próprio autor.

Observando as respostas, podemos concluir que a utilização da Razão Áurea pode funcionar como um recurso que motive o aluno e estimule a criatividade despertando o interesse pela disciplina sem que haja prejuízo ao processo de ensino-aprendizagem.

A questão 03 tem como objetivo saber se a atividade proposta teve alguma influência no modo como a Matemática é vista.

“3) A atividade proposta a respeito da razão áurea contribuiu para modificar o modo como você vê a Matemática?”

Gráfico 03: Refere-se ao modo como os alunos passaram a ver a Matemática após a atividade.



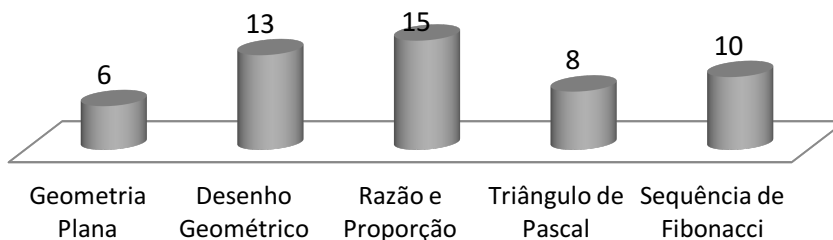
Fonte: O próprio autor.

Mesmo apresentando alguns resultados negativos, a utilização de metodologias que fugam a rotina mostra-se eficaz, motivando o aspecto investigativo levando o aluno a se deparar com outras curiosidades que possam contribuir com o seu interesse pela Matemática.

Na quarta questão procuramos saber, na opinião do aluno, em qual conteúdo no ensino de Matemática a Razão Áurea seria melhor apresentada, no sentido de contribuir no processo de ensino-aprendizagem.

“4) Em sua opinião, quais dos conteúdos relacionados, a razão áurea seria melhor utilizada, no sentido de contribuir para o ensino da Matemática?”

Gráfico 04: Refere-se ao conteúdo que mais beneficiado seria com o uso da Razão Áurea como recurso.



Fonte: O próprio autor.

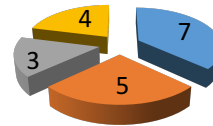
Podemos notar, segundo o gráfico, que para os alunos o ensino de Desenho Geométrico e o de Razão e Proporção seria as que possivelmente fossem melhor aproveitadas a utilização da Razão Áurea como recurso. Talvez pelo fato do Número de Ouro surgir em forma de razão ou a Razão Áurea ser encontrada em diversas formas geométricas, na arquitetura ou na natureza.

O quinto item do questionário propõe uma análise das contribuições favorecidas pela utilização de aspectos curiosos com aplicabilidade cotidiana, ligados a Matemática em forma de atividade.

“5) No ensino de Matemática, em sua opinião, quais seriam as contribuições dadas pela utilização de conteúdos que explorem aspectos curiosos ou que explorem sua aplicabilidade, como a atividade desenvolvida? Justifique sua resposta.

Gráfico 05: Trata do modo como os alunos vê a utilização de diferentes aspectos no ensino de Matemática.

- Promove o estímulo, a motivação, o interesse, desperta a curiosidade e torna o ensino dinâmico saindo do convencional.
- Favorece o despertar do conhecimento incentivando investigações matemáticas tornando o aprendizado interativo sem que haja a necessidade de decorar e talvez nos permita entender e explicar o cotidiano.
- Permite desenvolver uma didática que proporcione a visualização do que está sendo estudado, aproximando a Matemática dos alunos e desmistificando a visão ruim que os alunos têm a respeito da Matemática.
- Não responderam



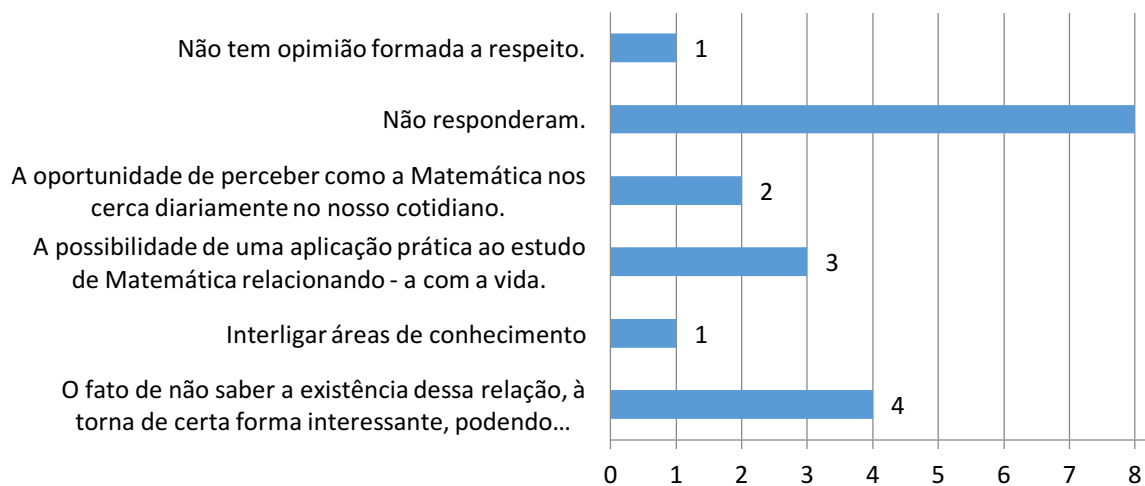
Fonte: O próprio autor.

Ao analisar os dados podemos propor que a utilização de metodologias que tratem a Matemática de modo diferenciado, sem prejudicar o rigor matemático, traz benefícios como o surgimento do interesse e a motivação para o estudo dessa ciência.

Para a questão 06, foi pedido aos alunos que expusessem sua opinião a respeito da Razão Áurea ser alvo de estudo de diversas ciências e o fato de ser encontrada em padrões matemáticos na natureza e no corpo humano.

“6) A razão áurea é alvo de estudos por matemáticos, astrônomos, físicos, biólogos e artistas desde o princípio, e a cada descoberta o interesse por essa constante irracional aumentava provocando fascínio por sua relação e influência sobre a arte, a arquitetura, a música, a geometria e a natureza. Qual a sua opinião a respeito da relação de padrões matemáticos na natureza e no corpo humano?”

Gráfico 06: Refere-se à opinião dos alunos em relação à existência de padrões matemáticos na natureza e no corpo humano



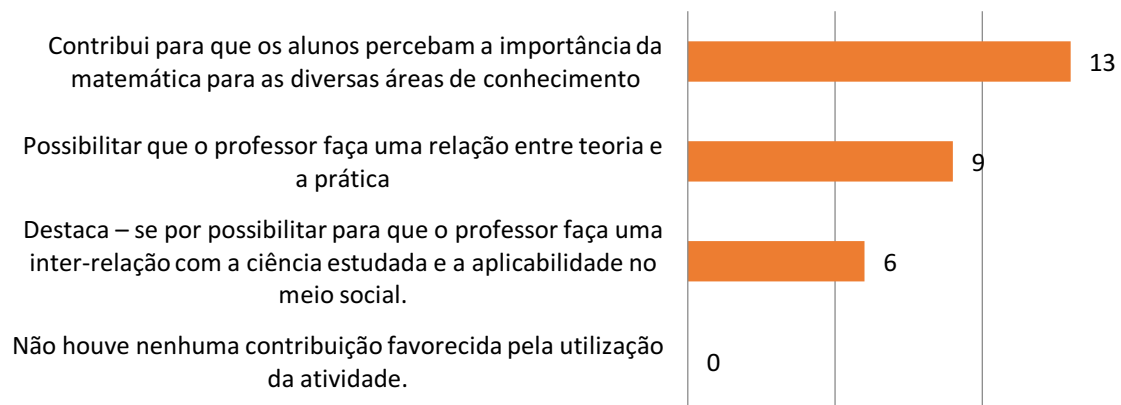
Fonte: O próprio autor.

Desse modo, podemos supor que o interesse pela Razão Áurea nas diversas áreas de conhecimento está ligada ao fato desta razão surgir em diversos padrões e configurações ligadas à vida. Daí, então, seria a origem desse fascínio por essa constante irracional, chamada de Número de ouro? Não podemos afirmar. Mas o fato é que a cada descoberta sobre esta razão, ligada ao cotidiano ou a história, faz com que aumente o interesse por ela.

O sétimo e último item desse questionário tem como objetivo saber qual a opinião dos alunos, quanto à contribuição que o Número de Ouro pode fornecer para a aprendizagem de um modo geral.

“7) Em seu modo de ver o estudo de Matemática, *qual/quais é/são a/as principais contribuições que o número de ouro pode oferecer?*”

Gráfico 07: Se trata da opinião dos alunos em relação às contribuições que o Número de Ouro pode oferecer ao estudo de Matemática.



Fonte: O próprio autor.

Esta última questão busca evidenciar as contribuições que, não só o Número de Ouro pode fornecer para o ensino de Matemática, mas qualquer outro assunto que possibilite estimular em caráter investigativo a aprendizagem não apenas de uma ciência, mas de várias outras que possibilitem uma interação entre a teoria e a prática, que é o nosso objetivo no processo de ensino-aprendizagem.

5. Considerações Finais

O conteúdo deste trabalho é alvo de numerosas pesquisas, autores como Contador (2007), Boyer (2012), Rox (2010), Crato (2009), entre outros, exploram algumas

aplicações ou a ocorrência da Razão Áurea em conteúdos matemáticos ou em outras ciências, o que nos leva a defender a importância de abordagens diferenciadas na sala de aula de Matemática, de modo que, a Razão Áurea, neste trabalho, nos possibilitou apresentar algumas possibilidades de exploração da temática no âmbito da sala de aula de Matemática, visando contribuir para o estímulo do estudo de Matemática e estimular o interesse pela disciplina contribuindo para a aprendizagem da mesma.

Durante o desenvolvimento desta atividade de intervenção foi notório o interesse dos alunos pelos aspectos históricos e cotidianos que envolvem a Razão Áurea, já que pôde ser realizada uma associação de seu cotidiano, da história da Matemática e da Matemática ensinada na sala de aula. Em seguida a aplicação de atividades em que a Razão Áurea explorasse conteúdos matemáticos do currículo escolar e funcionasse como recurso para o aprendizado despertou o interesse pela temática. O que nos leva a acreditar que tal metodologia para o ensino é de fundamental importância para a aprendizagem e que, sempre que possível, desviar-se do método denominado por tradicional, nos leva a contribuir para desmistificação de algumas dificuldades preestabelecidas pelo “medo” da disciplina de Matemática que foi se estabelecendo no decorrer do tempo causando bloqueios no processo de aprendizagem.

Nesta pesquisa, que teve como foco a aplicação da Razão Áurea como recurso no ensino de Matemática, pôde-se verificar uma maior motivação pelo aprendizado contribuindo no processo de ensino-aprendizagem através de questionamentos, confronto de ideias, motivação à criatividade e o estímulo a pesquisa na construção do seu próprio conhecimento.

Diante do exposto, acredita-se que a necessidade de buscar novos recursos que motive e promova uma aprendizagem significativa é essencial na construção da identidade docente e para o bom desenvolvimento da aprendizagem, de modo que haja, não apenas a formação de indivíduos que conseguiram sua aprovação na disciplina por decorarem fórmulas, mas que aconteça a formação de cidadãos críticos que participaram ativamente na construção do seu conhecimento.

6. Agradecimentos

Ao Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Paraíba - IFPB por todo apoio, com o qual, tornou possível a realização deste trabalho.

7. Referências

BOYER, Carl B.; **História da Matemática** / Carl B. Boyer, Uta C. Merzbach; (tradução de Helena de Castro); São Paulo: Blucher, 2012.

BRASIL; **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/ SEF, 1998. 152p.

_____. (2002). **Resolução CNE/CP 2 de 19 de fevereiro de 2002** – Institui Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica, em nível superior, cursos de Licenciatura, de graduação plena.

CÂMARA, M. Antônio; RODRIGUES, M. Silva; **Revista Científica Eletrônica da Faculdade de Matemática – FAMAT, O Número ϕ** , Universidade Federal de Uberlândia – UFU – MG, Número 11, 2008. Disponível em:
http://www.portal.famat.ufu.br/sites/famat.ufu.br/files/Anexos/Bookpage/Famat_Revista_11. Acesso em: 20 de Fevereiro de 2016.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins; **A Matemática na Arte e na Vida**, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007.

CRATO, Nuno; **A Matemática das coisas: do papel A4 aos cordões de sapatos, do GPS às Rodas Dentadas**, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

EVES, Howard; **Introdução à História da Matemática**, Campinas – SP: Editora da Unicamp, 5 ed., 2011.

FERRER, Joseane Vieira; **O Número de Ouro na Arte, Arquitetura e Natureza: Beleza e Harmonia**, Disponível em:
http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/mídias_digitais_II/modulo_IV/numero_de_ouro. Acesso em: 20 de Fevereiro de 2016.

SOUSA, P. R. Neto; **A aplicação do Número de Ouro como Recurso Metodológico no Processo de Ensino-aprendizagem**; 2013, 95 f; Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática – PROFMAT, Universidade Federal do Piauí Centro de Ciências da Natureza – UFPI, Piauí, 2013.