

ANÁLISE DE RESOLUÇÕES ENVOLVENDO O CONCEITO DE MÉDIA ARITMÉTICA A LUZ DA TEORIA DE REGISTRO DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Nathalia Felippi
Faculdade de Ciências - UNESP
nathalia-fm@hotmail.com

Marisa da Silva Dias
Faculdade de Ciências - UNESP
marisadias@fc.unesp.br

Resumo:

Este artigo é uma análise preliminar dos registros de representação semiótica envolvendo o conceito de média aritmética, em avaliações de uma disciplina de um curso de Licenciatura, cujo conteúdo é estatística. Os procedimentos metodológicos são orientados pela Análise do Conteúdo. Do total 27 avaliações, 16 apresentam procedimentos de resolução corretos diante da questão selecionada para análise. Das 11 restantes, 4 não apresentam registro. A análise dos registros de representação envolvendo o conceito e o cálculo de média aritmética foi realizada em 7 documentos que apresentam procedimentos errôneos na resolução da questão. Inferimos que a tabela de frequência absoluta, na qual os dados estão agrupados, gera dificuldades de interpretação quando se articula o conceito de média aritmética e, tais dificuldades permeiam a compreensão do próprio registro de representação semiótica dos dados na forma tabular.

Palavras-chave: média aritmética; estatística; registro de representação semiótica; Raymond Duval.

1. Introdução

Este artigo é uma análise preliminar sobre os registros de representação semiótica envolvendo o conceito de média aritmética, em avaliações de uma disciplina cujo conteúdo é estatística, de 27 discentes de um curso de Licenciatura. A teoria de Registro de Representação Semiótica, desenvolvida por Raymond Duval, e a metodologia da Análise de Conteúdo (BARDIN, 2009) permitiram um modo de compreender as resoluções escritas referente a uma questão matemática envolvendo o conceito de média aritmética.

Destacamos brevemente as três fases da análise: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados. Na pré-análise, escolhemos para este texto uma questão da avaliação que envolve o conceito de média aritmética e selecionamos os documentos a serem analisados. Computamos os que assinalaram corretamente e separamos, para análise mais

detalhada,

aqueles que apresentaram procedimentos errôneos na resolução da questão, buscando compreender os conhecimentos que levam ao erro. Na fase de exploração do material, observamos e categorizamos os procedimentos apresentados pelos discentes, para que enfim ocorresse o tratamento de dados.

2. Registros de Representação Semiótica

A fundamentação teórica que norteia essa pesquisa é a teoria de Registro de Representação Semiótica de Raymond Duval. Essa teoria auxilia o sujeito na distinção entre o objeto matemático e sua representação. De acordo com Duval (2013), para que se tenha originalidade e compreensão da atividade matemática, ele supõe a coordenação de pelo menos dois registros de representação semiótica e afirma:

A compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro. Isso porque não se deve jamais confundir um objeto e sua representação. [...] O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas. (DUVAL, 2013, p.21).

Assim, Duval (2009) aponta três fenômenos que servem para a análise do desenvolvimento dos conhecimentos, na aquisição de tratamentos lógicos e matemáticos, e que se confrontam:

- diversificação dos registros de representação semiótica, entre eles tem-se a linguagem natural, as figuras, os gráficos, as tabelas, os registros algébricos, etc;
- diferenciação entre representante e representado;
- coordenação entre os diferentes tipos de registros que envolvem um conceito: este permite ao sujeito acesso a conversão, que é a mudança de um registro para outro, diferente. Há também o tratamento, que é a transformação que ocorre dentro do mesmo registro.

O desenvolvimento do conhecimento e a apropriação de conceitos matemáticos, pelos estudantes, a partir das contribuições dessa teoria, ocorre no aprendizado, principalmente, vinculado a interpretação e as conversões entre os registros de representação semiótica nos quais os conceitos se expressam.

Consideramos que o professor pode auxiliar na aprendizagem dos alunos na medida em que ensina a relação entre objeto e suas representações e a variedade de registros de

representação de

um mesmo objeto. Para que, assim, os alunos possam coordenar com autonomia os registros, fazendo tratamentos e conversões adequados nas atividades didáticas.

De acordo com Damm (2015), é por meio da coordenação dos diferentes registros de representação que se estabelece a apropriação do conceito. E ainda:

A complementaridade entre registros é fundamental, no sentido da sua parcialidade em relação ao objeto que pretendemos representar, sendo que a possibilidade de conversão entre os registros possibilita ao sujeito perceber outros aspectos da situação representada. (DAMM, 2015, p.184).

Consideramos neste trabalho justamente as conversões e tratamentos que possibilitam a resolução de uma questão envolvendo o conceito de média aritmética.

3. Análise da questão envolvendo o cálculo de média aritmética

Com base na teoria de Registros de Representação Semiótica, foi realizada uma análise das resoluções dos discentes no terceiro item de uma questão que fornecia a distribuição do número de matrículas realizadas durante 40 dias de uma escola KYRAL (fictícia). A questão solicitava que fossem assinaladas as sentenças incorretas e que as mesmas fossem reescritas de forma a torná-las corretas. A tabela apresentada era:

Matrículas da Escola KYRAL

Número de matrículas	Número de dias
3	2
4	5
5	12
6	10
7	8
8	3
Total	40

O item analisado neste texto é: *c) A média (aritmética) da distribuição é, aproximadamente, de 6,7 matrículas por dia, isso é devido a divisão dos 40 dias por 6, número de linhas da tabela.*

Os outros dois itens da questão tratavam de outras medidas de tendência central, por isso não foram apresentados aqui. A pesquisa prevê a análise de todos os conceitos estatísticos envolvidos na avaliação.

A

resposta correta seria: assinalar a sentença como sendo incorreta e depois calcular a média aritmética, ou seja, calcular a média da quantidade de matrículas realizada durante 40 dias numa certa escola, para que, enfim, reescrevessem a sentença a fim de torná-la correta.

Na tabela pode-se observar que os dados estão agrupados em número de matrículas e a frequência absoluta corresponde ao número de dias. Assim entende-se que em dois dias foram realizadas três matrículas, ou a quantidade exata de três matrículas ocorre em dois dias. Ou referente à segunda linha da tabela, em cinco dias foram realizadas a quantidade exata de quatro matrículas, e assim sucessivamente, referente às demais linhas.

Segue abaixo a maneira convencional de resolução desse tipo de questão com os dados agrupados:

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \cdot f_i \quad (1)$$

x_i é o representante do dado que se repete. Na tabela, x_1 representa o dado da primeira linha, e assim por diante. Salientamos que quando os dados estão agrupados em classes, há uma variação na expressão do cálculo da média. f_i é a frequência em que o dado x_i aparece. Com os dados agrupados, na tabela f_i representa a frequência absoluta que está representada na primeira linha.

O cálculo da média aritmética a partir dos dados da tabela apresentada é:

$$\bar{X} = \frac{3.2 + 4.5 + 5.12 + 6.10 + 7.8 + 8.3}{40} \quad (2)$$

$$\bar{X} = \frac{6 + 20 + 60 + 60 + 56 + 24}{40}$$

$$\bar{X} = \frac{226}{40} \quad (3)$$

$$\bar{X} = 5,65$$

A questão apresenta os dados no registro de representação tabular. Para calcular a média aritmética, há que se interpretar o registro tabela, a fim de extrair os dados para compor a expressão aritmética que evidencia tal cálculo (2). Esta, por sua vez, passa pelo

conhecimento

genérico do cálculo da média aritmética, expressa pela fórmula (1), no registro algébrico. Outra possibilidade é regredir da tabela para lista dos dados não agrupados (3 3 4 4 4 4 4 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 6 6 6 6 6 6 6 6 66 7 7 7 7 7 7 7 7 8 8 8). É claro que esse procedimento, embora válido para quaisquer situações, não é eficiente para quaisquer quantidades de dados.

A partir da lista é possível calcular a média somando todos os números, mentalmente ou na calculadora, e dividir pela quantidade de dados, usando o registro fracionário do campo aritmético, como em (3). Todas as formas levam ao resultado de que a sentença da alternativa da questão, de que a média de matrículas é de, aproximadamente, 6,7, é incorreta. Uma forma correta da sentença seria: “A média (aritmética) da distribuição é de 5,65 matrículas por dia, isso é devido à divisão da somatória do produto de número de matrículas por dia com o número de dias, dividido pelo total de dias”. Ou seja, em média se realiza 5,65 matrículas por dia.

A metodologia utilizada para organização da análise parte dos pressupostos da Análise de Conteúdo (BARDIN, 2009), que é dividida em pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados. Durante a fase de pré-análise, foi realizada a captação de todas as avaliações finais realizadas pelos discentes de um curso de Licenciatura e a escolha da questão a ser submetida à análise. Foram selecionadas 27 avaliações, que correspondem ao total de alunos que as realizaram. Com as avaliações em mãos, delimitamos a análise de uma única questão que abordasse o conceito a ser analisado, de média aritmética, como uma fase inicial da pesquisa, uma fase experimental, para depois analisarmos todos os conceitos e questões que a avaliação contém.

Na exploração do material, observamos os diversos procedimentos adotados pelos discentes para a resolução da questão. Com isso, separamos os documentos em dois grupos: primeiro aqueles que apresentaram a questão resolvida corretamente, num total de 16. Nesses, os registros do campo aritmético para cálculo da média foram explicitados, apresentando o resultado correto. Dos 16 documentos, 11 deles apresentavam a sentença assinalada como incorreta e 5 não. Mas como todos os 16 explicitaram a resolução corretamente, a hipótese é que os 5 discentes tiveram dificuldades quanto ao próprio conceito de média aritmética, embora, funcionalmente, sabem fazer os cálculos. Ou seja, não perceberam que a expressão *a divisão dos 40 dias por 6, número de linhas da tabela* não é equivalente ao processo que realizou.

Inferi

mos que ocorreu uma interpretação correta do registro tabular por parte dos 16 discentes, porém, conceitualmente, 5 demonstraram não compreendê-lo na situação apresentada. No outro grupo estão 11 documentos que serão nosso objeto de estudo mais detalhado a seguir.

4. Análise dos documentos que apresentam resoluções errôneas

Na fase de exploração do material, o método de análise de conteúdo de Bardin (2009) nos orienta para uma organização, codificação e categorização. Novamente fizemos uma divisão do material. O grupo que contém os outros 11 documentos foi dividido em dois subgrupos: o primeiro grupo com 4 documentos que não apresentam nenhum procedimento e, o segundo, com 7 documentos que apresentam procedimentos errôneos. Estes 7 documentos servem de estudo para uma categorização, onde guiamo-nos pelas respostas apresentadas para realizar a próxima etapa do método, a fim de tornar o tratamento dos resultados significativo.

Os 4 documentos que não apresentam nenhum procedimento foram descartados dessa fase, já que não temos registros necessários para análise. Porém podemos inferir que os discentes não compreenderam o assunto na situação apresentada e por isso não apresentaram nenhuma solução. Os 7 documentos com procedimentos errôneos, receberam o nome de documento 1, documento 2, e assim sucessivamente até documento 7, e foram categorizados como apresentado no quadro a seguir:

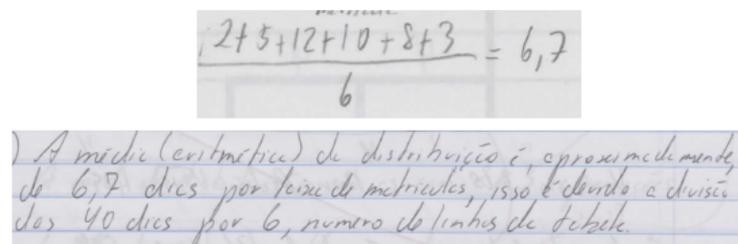
Nº do documento	Considerou a sentença como sendo incorreta?	Resultado obtido
1	Sim	$\frac{40}{33} = 1,8$
2	Sim	$\frac{33}{6} = 5,5$
3	Sim	$\frac{40}{33} = 1,2$
4	Não	$\frac{40}{6} = 6,7$
5	Sim	$\frac{33}{40} = 0,83$
6	Não	$\frac{73}{12} = 6,08$
7	Não	$\frac{40}{6} = 6,7$

5. Tratament

o dos resultados

Primeiramente, analisaremos os três documentos que não contém a sentença assinalada como incorreta, ou seja, há indicação que a consideraram correta. Lembramos a sentença é falsa, como apresentamos a resolução anteriormente, e seria necessário uma justificativa e a escrita de uma nova sentença que fosse correta.

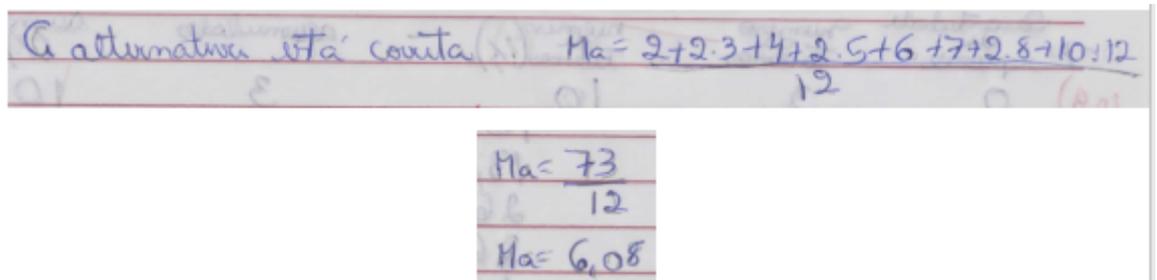
Os documentos 4, 6 e 7, apresentam procedimentos que provam a veracidade da sentença, cujo resultado é de 6,7 para a média aritmética, como mostra abaixo os recortes dos documentos:



Handwritten calculation:
$$\frac{2+5+12+10+8+3}{6} = 6,7$$

Handwritten text: "A média (aritmética) de distribuição é, aproximadamente, de 6,7 dias por linha de matrículas, isso é devido a divisão dos 40 dias por 6, número de linhas de debate."

Figura 1: recorte do documento 4

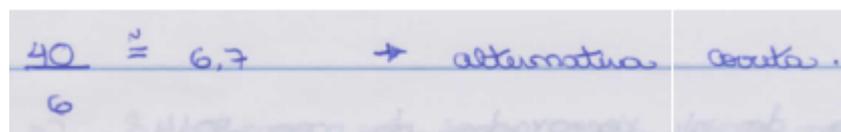


Handwritten calculation:
$$M_a = \frac{2+2 \cdot 3+4+2 \cdot 5+6+7+2 \cdot 8+10+12}{12}$$

Handwritten calculation:
$$M_a = \frac{73}{12}$$

Handwritten calculation:
$$M_a = 6,08$$

Figura 2: recorte do documento 6



Handwritten calculation:
$$\frac{40}{6} \approx 6,7 \rightarrow \text{alternativa correta.}$$

Figura 3: recorte do documento 7

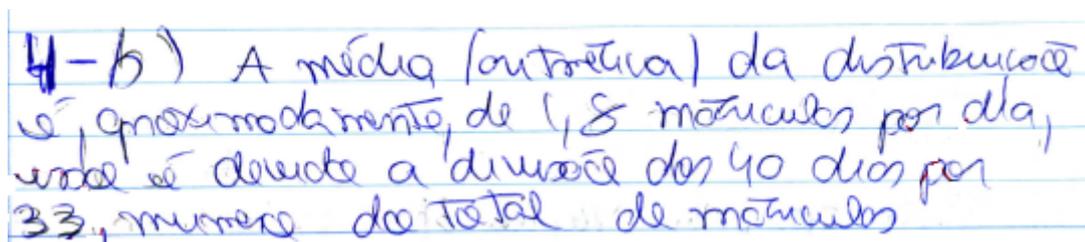
Os documentos 4 e 7 indicam a divisão do total de dias pela quantidade de linhas, chegando assim no valor de 6,7 para a média aritmética. Não reconhecem o significado de dados agrupados no registro tabular para uma interpretação da média com dados agrupados.

Ou seja,

possivelmente interpreta que a segunda coluna da tabela contém os dados a serem usados para o cálculo da média: 2, 5, 12, 10, 8, 3, totalizando 6 e não a frequência absoluta.

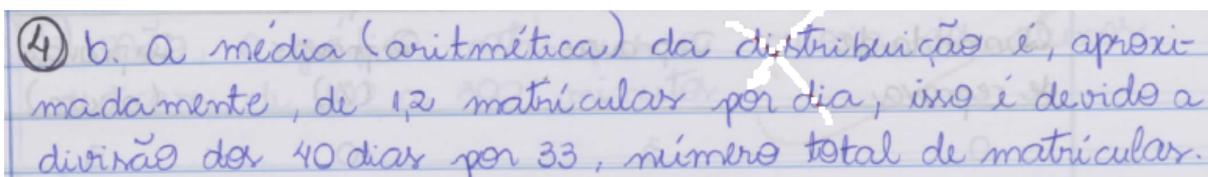
O documento 6 também apresenta cálculos que indicam a interpretação da tabela como um quadro de dados não agrupados. Uma vez que apresenta 2×3 , indicando o número de vezes que o número 3 aparece nas duas colunas. Esse procedimento é repetido para 2×5 , 2×8 . Os outros números são somados a esses, para então, o resultado, ser dividido pelo total de dados considerados, 12. Logo esses três documentos indicam uma dificuldade de compreensão pelos sujeitos referente a interpretação do registro de tabela quando este representa, na estatística, os dados agrupados de uma coleta.

Há 4 documentos que apresentam a sentença assinalada como sendo incorreta, porém os registros indicam uma interpretação não coerente com a resposta correta. Os documentos 1 e 3 apresentam divisão de 40 dias por 33 matrículas, mas o primeiro com o resultado 1,8 e o segundo 1,2. As respostas dadas foram as seguintes:



4-b) A média (aritmética) da distribuição é, aproximadamente, de 1,8 matrículas por dia, isso é devido a divisão dos 40 dias por 33, número do total de matrículas.

Figura 4: recorte do documento 1



④ b. a média (aritmética) da distribuição é, aproximadamente, de 1,2 matrículas por dia, isso é devido a divisão dos 40 dias por 33, número total de matrículas.

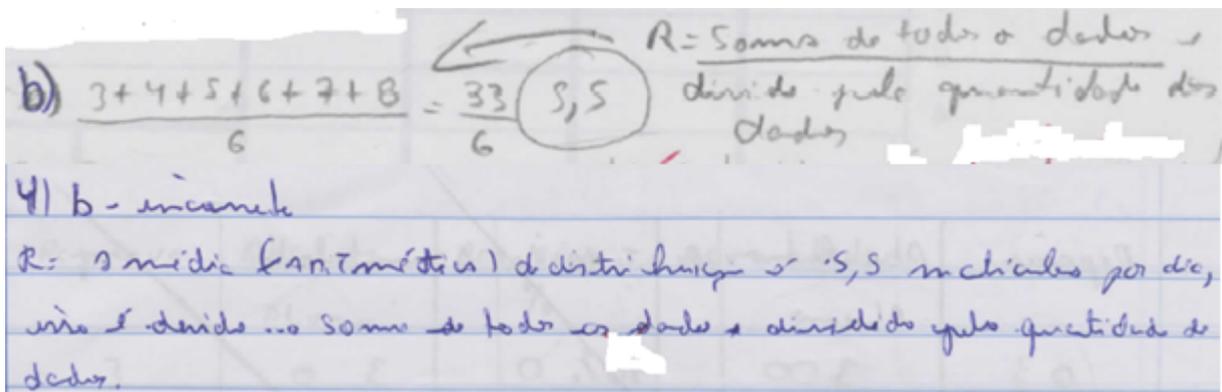
Figura 5: recorte do documento 3

As respostas também indicam uma dificuldade de interpretação da razão 40 dias / 33 matrículas, uma vez que a resposta em língua natural consta como matrículas por dia.

Os documentos 2 e 5 apresentam a divisão de 33 matrículas, ou seja, a soma dos números da primeira coluna, por 6, total de linhas e 40 dias, respectivamente, como mostram as figuras 6 e 7.

Há uma

possível semelhança de interpretação no que se refere ao procedimento utilizado no documento 2 e no 4. Enquanto no documento 2, foram somados os números da segunda coluna (referente aos dias), no 4, a soma se refere aos da primeira coluna (número de matrículas). O documento 2 evidencia a equivalência dos números da primeira coluna com a lista de dados a serem considerados na média, quando anota, na língua natural (figura 6), a expressão que denota o cálculo a ser feito para obtenção da média aritmética.



b) $\frac{3+4+5+6+7+8}{6} = \frac{33}{6} = 5,5$

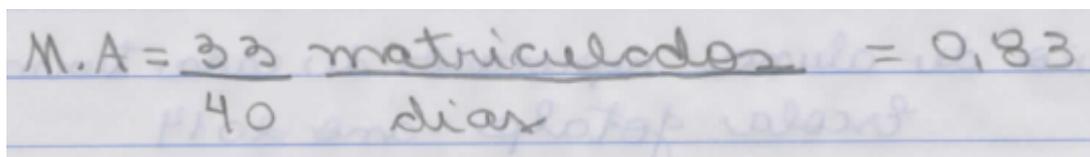
R = $\frac{\text{Soma de todos os dados}}{\text{dividido pela quantidade de dados}}$

4) b - incaneta

R = a média (aritmética) de distribuição = 5,5 matriculados por dia, um dia de dados... soma de todos os dados e dividido pela quantidade de dados.

Figura 6: recorte do documento 2

O documento 5 (figura 7) apresenta, como os documentos 1 e 3, as somas de 33 matrículas e 40 dias, como sendo os números necessários para cálculo da média. Porém, com a diferença de posicionamento na razão, indicando o conhecimento de que se a resposta deve ser em matriculados por dia a razão deve ser 33/40.



M.A = $\frac{33 \text{ matriculados}}{40 \text{ dias}} = 0,83$

Figura 7: recorte do documento 5

O resultado 0,83 não pareceu causar estranheza ao respondente. O que indica que não houve validação da resposta obtida, ou ainda, não houve compreensão do conceito de média aritmética.

6. Considerações finais

Este

texto tem como objetivo apresentar uma análise preliminar dos procedimentos adotados para resolução de uma questão que envolve o conceito de média aritmética, por meio dos registros de representação semiótica.

Os registros de representação semiótica inerentes à situação são: língua natural, tabular e fracionário. A articulação entre eles envolve o conceito estatístico de média aritmética. A partir da análise dos erros apresentada, consideramos como dificuldade de compreensão na relação do conceito com o registro: a leitura dos dados de uma coleta quando estes estão agrupados em tabela – pelo fato do uso dos dados da tabela para o cálculo da média como não agrupados; a interpretação de média aritmética no contexto apresentado – devido a incoerência das grandezas apresentadas na razão que expressa a média com sua interpretação, apresentada na língua natural, e a não verificação ou validação da resposta em relação a situação.

Estudos posteriores podem indicar que o cálculo da média aritmética com os dados não agrupados sejam, de algum modo, um obstáculo para a compreensão da organização dos dados em tabelas para os sujeitos. Ou ainda, o fato de um trabalho didático que somente explore a elaboração de tabelas de frequências, mecanicamente, sem explorar sua interpretação, pode gerar dificuldades em situações como a apresentada neste texto. Além disso, nas análises apresentadas, há indícios que o saber fazer se sobrepõe ao apreender, ou seja, à compreensão do conceito.

7. Referências

BARDIN, L. *Análise de Conteúdo*. Lisboa: Edições 70, 2009.

DAMM, Regina F. Registros de Representação. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. *Educação Matemática: uma (nova) introdução*. São Paulo: EDUC, 205, p.167-188.

DAMM, Regina F. Representação, compreensão e resolução de problemas aditivos. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). *Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, 2013, p.35-47.

DUVAL, Raymond. Registros de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). *Aprendizagem em matemática: Registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, 2013, p.11-33.

DUVAL, Raymond. *Semiósis e Pensamento Humano*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009, p.29-53.