

O CONCEITO DE FUNÇÃO NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

Florisval Santana Filho
Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – UFMS
valsantanaf@outlook.com

Resumo:

Este artigo é parte de uma pesquisa iniciada em 2015 no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul – PPGEdumat - UFMS, que objetiva caracterizar o conceito de função nos livros didáticos de matemática, para o ensino médio. O trabalho vem sendo realizado a partir da análise das obras aprovadas no PNLD 2015. Para isso, utilizaremos como referencial metodológico à Análise de Conteúdo proposta por Bardin (2011) e como referencial teórico nos apoiaremos na ideia de núcleo introduzida por Dormolen (1986). Na análise dos livros didáticos, destacaremos as características conceituais ou metodológicas presentes no texto analisado, o que nos ajudará a entender que tipo de abordagem é proposta para desenvolvimento do conceito de função.

Palavras-chave: Livro didático; Conceito de função; Análise textual; Ensino Médio.

1. Introdução

Este artigo é um recorte de uma dissertação de mestrado que está sendo realizada no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – PPGEdumat na Universidade Federal do Mato Grosso do Sul – UFMS sob orientação do Prof^o Dr. João Bosco Pitombeira de Carvalho. Tal pesquisa tem por objetivo caracterizar o conceito de função nos livros didáticos do ensino médio aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2015, olhando para os diferentes núcleos encontrados.

Vários fatores contribuíram para a elaboração desta pesquisa, o conceito de função foi escolhido pelo fato de ser muito importante dentro da matemática, trata-se de um tema que abrange várias áreas do conhecimento. Este conceito permite calcular, por exemplo, o crescimento e decréscimo da quantidade de bactérias em certo ambiente (função exponencial), a intensidade de tremores de terra (função logarítmica), entre outras situações.

Além disso, percebe-se que esse conceito está presente na vida escolar de qualquer indivíduo, durante toda a sua educação básica. Podemos encontrá-lo, mesmo que de maneira implícita, abordado nos anos finais do ensino fundamental, na medida em que relacionamos grandezas que são dependentes umas das outras.

No ensino médio, o estudo do conceito de funções, permite a compreensão das variações e visualização de informações a partir de gráficos. Esse mesmo conceito também

está presente no ensino superior. Neste nível de ensino, a não aprendizagem deste conceito pode ocasionar um obstáculo na vida do estudante, principalmente daquele ligado à área das ciências exatas, comprometendo a aprendizagem de outros conteúdos que dependem deste conceito.

Com isso, foram surgindo várias indagações: Como o conceito de função é apresentado no livro didático? A partir da organização deste tema no livro, podemos perceber algum tipo de visão da obra sobre a matemática? Para responder a estes questionamentos, metodologicamente, apoiamo-nos na análise de conteúdo proposta por Bardin (2011, p.37), por “não se tratar de um instrumento, mas de um leque de apetrechos; ou, com maior rigor, será um único instrumento, mas marcado por uma grande disparidade de formas e adaptável a um campo muito vasto”.

No que diz respeito a parte teórica, nos embasamos na concepção de núcleo proposta por Dormolen (1986). Para compreender a ideia de núcleo é necessário perceber que ele pode ser um texto, uma frase, um capítulo de um livro, um parágrafo, uma fórmula, etc. Eles possuem várias funções dentro do texto, a partir do seu encadeamento e disposição ajudam-nos perceber a concepção acerca do conteúdo matemático. Apoiando-se nessas bases, tanto teóricas quanto metodológicas, pretende-se caracterizar o conceito de função nos livros didáticos analisados.

2. Um olhar para o livro didático

Como falar em ensino e não falar em livro didático? Ele faz parte da dinâmica da sala de aula, sendo um dos recursos mais utilizado neste ambiente. A maneira como o conteúdo está exposto, diz qual o direcionamento que o professor deve tomar ao ministrar a sua aula. A maioria dos professores apoiam nesse recurso a sua prática em sala de aula. Segundo Santos e Lima (2010, p.14), o livro didático é “portador de escolhas do saber a ser ensinado”.

Para esses autores, o livro didático deve favorecer a aquisição de saberes relevantes por parte do aluno, de maneira a consolidar os conhecimentos adquiridos, ampliando-os sempre que possível, de forma a aprofundar e integralizar tais conhecimentos. Dessa forma, promovendo o desenvolvimento e habilidades dos estudantes, contribuindo assim para que estes adquiram autonomia.

No que se refere ao papel do professor, o livro didático deve contribuir para o seu planejamento didático pedagógico e também para aquisição de saberes profissionais pertinentes. Entretanto,

Apesar de toda a sua importância, o livro não deve ser o único suporte do trabalho do professor. É sempre desejável buscar enriquecê-lo com outras fontes a fim de ampliar ou aprimorar o conteúdo que ele traz, e acima de tudo, adequando ao grupo de estudantes que o utilizam” (SANTOS; LIMA, 2010, p.15)

Percebe-se então, segundo os autores, que o livro didático é um importante recurso e contribui para a dinâmica da sala de aula. Contudo, passamos a refletir como esse recurso apresenta os conceitos importantes da matemática.

Nesse aspecto, Dormolen (1986), chama a atenção para alguns tipos de livros. Para ele, existem livros em que é possível encontrar apenas problemas e exercícios, não sendo possível perceber a existência de regras, generalizações, convenções e/ou explicações. Todo tipo de esclarecimentos sobre teoremas, definições e provas deve ser feito pelo aluno, que para isso pode ter ou não a ajuda do professor.

Existem também livros que são divididos em duas partes. A primeira, contém as generalizações, regras, etc. e na outra parte existe apenas problemas e exercícios, não existindo qualquer tipo de ligação entre essas partes. Neste último, a primeira parte pode ser entendida como o corpo de texto, onde são apresentadas as principais ideias referentes ao conceito, ou seja, são as “teorias, definições, etc.” ficando a cargo do professor decidir como ele será utilizado.

Dormolen (1986) ainda cita um terceiro tipo de livro, em que as observações, esclarecimentos, generalizações, regras, etc., estão intercalados com problemas e/ou exercícios. Neste tipo de livro, a busca pelo aprendizado de determinado conteúdo é do aluno, ou seja, pretende-se que o aluno adquira autonomia na busca pelo conhecimento. Parece haver a necessidade de criar um livro ‘à prova de professor’, ou seja, que o aluno seja autodidata.

Com essa distinção feita por Dormolen (1986), é possível perceber que para cada tipo de livro, esperam-se atitudes diferentes do professor, seja dando ao aluno maior autonomia na busca do conhecimento, ou sendo ele (o professor), o ator principal nesse processo. Desta forma, esta pesquisa, possui como foco analisar como o conceito de função é apresentado no livro didático. Sendo mais claro, teremos por objetivo caracterizar o conceito de função nos

livros didáticos do ensino médio aprovados no PNLD (2015) olhando para os diferentes núcleos encontrados.

3. Os caminhos metodológicos

São vários os caminhos que nos levam à obtenção de respostas para uma dada pergunta e quando temos em mente uma indagação, algo que nos inquieta, nosso objetivo é tentar respondê-la. Para alcançar êxito nessa resposta, cabe ao pesquisador escolher o caminho mais adequado a seguir na busca pelas respostas indagadas na investigação. Em nosso caso, encontramos na pesquisa qualitativa uma abordagem que pode nos auxiliar, justamente por se apresentar como algo que não pode ser mensurado, sendo indissociável a relação entre sujeito e realidade, que leva em consideração os traços de subjetividade e particularidade que está presente no pesquisador.

O método qualitativo permite também a interpretação e discussão dos fenômenos, sejam eles didáticos ou não. Sua importância está na compreensão do fenômeno e na obtenção da resposta indagada na pesquisa. Nesse intuito recorreremos à análise de conteúdo, visto que ela se constitui como

um conjunto de técnicas de análises das comunicações visando obter, por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo da mensagem, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos as condições de produção/recepção (variáveis inferidas) desta mensagem. (BARDIN, 2011, p. 48)

Convém ressaltar que essa metodologia é utilizada desde os anos 70, sendo bastante utilizada nos mais diversos tipos de pesquisa e adaptável a vários métodos de coleta, tratamento e interpretação de dados. Também podemos notar que a esse método pertence a

um conjunto de técnicas parciais mais complementares, consistam na explicitação e sistematização do conteúdo das mensagens, com o contributo de índices passíveis ou não de quantificação, a partir de um conjunto de técnicas, que embora parciais, são complementares. Esta abordagem, tem por finalidade efetuar deduções lógicas e justificadas, referentes à origem da mensagem tomada em consideração (o emissor e seu contexto, ou eventualmente, o efeito dessas mensagens) (BARDIN, 2011, p. 48).

Tal método consiste, como já mencionado, de todo um processo que deve ser seguido a fim de alcançar os objetivos desejados. Faz parte desse processo a organização da análise, que se organiza sobre três eixos.

A *pré-análise* que tem por objetivo operacionalizar e sistematizar as ideias iniciais. Nesta fase é feita a escolha dos documentos a serem submetidos à análise. Neste trabalho, os documentos analisados serão as seis coleções aprovadas pelo PNLD (2015), mais especificamente, como o conceito de função é apresentado nelas.

Em seguida, temos a formulação das hipóteses e/ou objetivos. Em nosso caso, temos como objetivo caracterizar a apresentação do conceito de função nos livros didáticos do ensino médio aprovado no PNLD (2015) olhando para os diferentes núcleos encontrados.

Por fim, temos “a elaboração de indicadores que fundamentem a interpretação final” (BARDIN, 2011, p. 123). Entendo que essa fundamentação se dará a partir das ideias de núcleos proposto por Dormolen (1986).

Apesar de não existir uma ordem cronológica para esses eixos, é perceptível uma estreita relação existente entre eles, pois os objetivos que se pretende alcançar dependem dos documentos a serem analisados e vice-versa. Dessa forma, para se atingir o objetivo proposto, será necessário classificar os núcleos encontrados nos livros didáticos, usando para isso os tipos sugeridos por Dormolen (1986), obedecendo a regras que permitirão atingir “uma representação do conteúdo ou de sua expressão; suscetível de esclarecer o analista acerca das características do texto” (BARDIN, 2011, p.133).

Para essa classificação, faremos uso de uma análise temática, que “consiste em descobrir “núcleos” que compõem a comunicação e cuja presença, ou frequência de aparição, podem significar alguma coisa para o objetivo analítico escolhido” (BARDIN, 2011, p.135). Entendo que os núcleos são elementos constituintes da parte matemática do texto. Este estrutura-se a partir dos núcleos.

Os núcleos teóricos (T) são enunciados que juntos formam a estrutura matemática ou parte dela. Podemos dizer que eles constituem essencialmente a matemática abordada em certo nível de ensino. O próprio Dormolen (1986) cita os seguintes exemplos para este tipo de núcleo.

Ex₁: Para converter graus Fahrenheit em Centígrado, primeiro você subtrai 32, depois multiplica por 10 e por fim divide por 18. O resultado obtido em Celsius é o equivalente a temperatura dada em Fahrenheit.

Ex₂: Para subtrair um número negativo, podemos adicionar o seu oposto com isso vamos obter o mesmo resultado.

Ex₃: Se a função f é diferenciável no intervalo fechado $[a, b]$ então existe pelo menos um $w \in [a, b]$ tal que $\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f'(w)$. (DORMOLEN, 1986, p. 146, tradução nossa).

Dormolen (1986) enfatiza que, nos dois primeiros exemplos, podemos encontrar além de aspectos metodológicos, também aspectos algorítmicos, cujas características, daremos a seguir. O terceiro exemplo é essencialmente teórico.

Os núcleos algorítmicos (A) são enunciados que incluem regras ou passos que devem ser seguidos. Esses núcleos permitem que o aluno após um número finito de etapas (passos), consiga encontrar a solução procurada.

Os núcleos lógicos (L) são aqueles que trazem certos limites à teoria e aos procedimentos que podem ser usados pelos alunos. Exemplos desse tipo de núcleo podem ocorrer nas seguintes situações: quando ensinamos as operações com os números naturais, jamais poderemos atribuir ao resultado de uma subtração um valor negativo, $(3 - 4 = -1)$ já que o subtraendo nunca poderá ser maior que o minuendo, nesse caso, o aluno ainda não compreenderá o porquê desse valor se para ele existe apenas a ocorrência de números positivos.

O mesmo ocorre no ensino da resolução de equação do 2º grau, quando o valor do discriminante (delta) for menor que zero. Neste nível, como o aluno não conhece e nem entende a maneira como o conjunto dos números complexos funciona, ele não conseguirá compreender que, neste caso, o valor das raízes possui uma parte real e outra imaginária. Por esse motivo, chamamos à atenção para a maturidade que o aluno apresenta, ou seja, deve-se levar em consideração o nível cognitivo do aluno.

O núcleo Heurístico (H), da mesma forma que o núcleo algorítmico, inclui regras e passos de como o aluno deve proceder, mas para que o aluno entenda determinado passo, ele deve estar atento às especificidades da ação que está realizando. Neste núcleo exige-se um momento de reflexão (exige-se que ele pense). A situação apresentada a seguir pode ser classificada contendo aspectos metodológicos.

Ex: Os métodos mais importantes para provar que os ângulos são iguais podem ser por meio dos seguintes passos:
(a) Com o auxílio de triângulos congruentes.
(b) Utilizando o teorema: se dois triângulos têm dois ângulos iguais, então ele tem o terceiro ângulo igual.

- (c) Usando a similaridade, ou seja, quando é semelhante ou equivalente.
- (d) Por meio do uso de arcos, mesmo que não haja nenhum círculo na figura, mas seja possível imaginá-lo. (DORMOLEN, 1986, p. 146, tradução nossa)

Os passos para a resolução de problemas sugeridos por Polya (1995) podem também ser caracterizados por possuir aspectos heurísticos, tais passos consistem na compreensão de um problema, construir uma estratégia para a sua resolução, na execução dessa estratégia e por último em revisar a solução encontrada.

Por fim, temos os núcleos comunicativos ou informativos (C/I), estes enfatizam as convenções sobre a linguagem, notações, de como escrever uma prova matemática, etc. aspectos relacionados a esses núcleos podem ser percebidos nos seguintes enunciados.

- EX₁: Na geometria sempre indicamos pontos utilizando letras maiúsculas.
- EX₂: Nós chamamos de funções de duas variáveis. (DORMOLEN, 1986, p. 146, tradução nossa)

A partir dos núcleos citados acima e do levantamento dos tipos mais presentes no livro didático, será possível caracterizar o livro de acordo com as frequências dos diversos tipos de núcleo nele presentes.

Em seguida, temos a *exploração do material*, que consiste basicamente em operações de codificação, decomposição ou enumeração, em função de regras previamente estabelecidas. Por fim temos *o tratamento dos resultados obtidos e interpretação*, fase em que se pode estabelecer os quadros de resultados, para serem posteriormente validados e a partir daí inferir ou interpretar os dados de acordo com os objetivos propostos (BARDIN, 2011).

4. Alguns resultados

Para este artigo, apresentaremos uma análise preliminar de alguns enunciados que encontramos em apenas um livro didático que chamaremos de livro A. Os enunciados foram classificados de acordo com os tipos de núcleos descritos por Dormolen (1986). Este autor salienta que não há critério que defina que um determinado enunciado matemático seja um núcleo, ou seja, esse critério é definido pelo pesquisador, pelo autor da pesquisa. Com isso, autores diferentes podem atribuir classificações diferentes para um mesmo núcleo.

A ordem utilizada na apresentação dos núcleos segue a mesma ordem encontrada no livro didático, os resultados aqui apresentados são provisórios, pois se trata de uma análise inicial.

No livro A, encontramos o seguinte enunciado matemático mostrado da figura abaixo.

Figura 1: Núcleo heurístico e algorítmico

Os babilônios, por volta do ano 2000 a.C., já utilizavam a ideia de função quando faziam tabelas colocando alguns números na primeira coluna e o produto desses números por um valor constante na segunda coluna. Assim, se o multiplicador fosse o 7, x o número da primeira coluna e y o número da segunda coluna, a cada x corresponderia um y , de acordo com a função: $y = 7x$.

x	y
1	7
2	14
3	21
4	28
5	35
⋮	⋮

Fonte: Livro A, p. 40.

Perceber-se nessa atividade que existe dois tipos de núcleo: o heurístico e o algorítmico. Quando o autor menciona o fato que os babilônios separavam os valores em colunas diferentes, ou seja, na primeira coluna é colocado um determinado valor e na segunda coluna também é colocado o mesmo valor, desta vez multiplicado por uma constante (número 7), neste caso, fica entendido que na primeira encontra-se o valor da variável e na segunda o produto dessa variável por uma constante, deixando claro que a partir da observação deste método é possível encontrar a lei de formação procurada.

No aspecto algorítmico, salientamos o fato de ser utilizado no enunciado o seguinte algoritmo “se o multiplicador for 7, x o número da primeira coluna e y o número da segunda coluna, a cada x corresponderia um y , de acordo com a função $y = 7x$ ”. Isto nos remete à ideia dos passos a serem feitos a fim que se possa encontrar a solução procurada.

Um outro núcleo encontrado é mostrado na figura a seguir.

Figura 2: Núcleo comunicativo ou informativo.

A representação de uma função pela notação $f(x)$ (lê-se: f de x) foi atribuída ao matemático suíço Euler, no século XVII.

Fonte: Livro A, p.41.

Na figura 2, principalmente no início do enunciado, a proposta do autor é informar ao leitor/aluno a notação adequada que será utilizada quando este se referir a função. Um pouco mais adiante na mesma página encontramos um enunciado que apresenta dois núcleos distintos, o teórico e o comunicativo ou informativo. Na figura 3, o autor além de definir matematicamente o conceito de função, também deixa claro qual letra deve-se colocar quando se referir a variável dependente e a variável independente.

Figura 3: Núcleo teórico e comunicativo ou informativo.

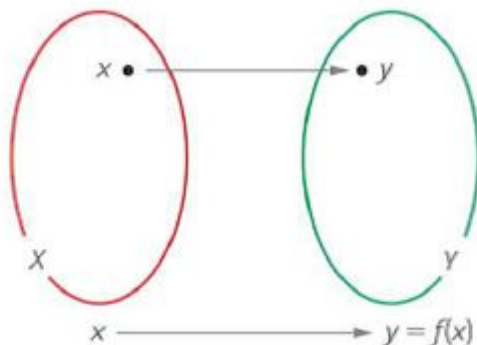
“Uma variável y se diz função de uma variável x se, para todo valor atribuído a x , corresponde, por alguma lei ou regra, um único valor de y . Nesse caso, x denomina-se variável **independente** e y , variável **dependente**.”

Fonte: Livro A, p.41.

Os mesmos núcleos são encontrados na figura 4, neste caso, o conceito de função é definido a partir da ideia de conjunto. Notemos que em nenhum momento o autor aborda a noção de Domínio e Imagem de uma função, apenas define o conjunto X como sendo o conjunto das variáveis independentes e o conjunto Y das variáveis dependentes.

Figura 4: Núcleos lógicos, teóricos e comunicativos ou informativos.

“Dados os conjuntos X e Y , uma função $f: X \rightarrow Y$ (lê-se: uma função de X em Y) é uma regra que determina como associar a cada elemento $x \in X$ um único $y = f(x) \in Y$.”



Fonte: Livro A, p.41

O aspecto lógico atribuído a esse enunciado é percebido na medida em que o autor considera que o leitor/aluno ainda não possui conhecimento suficiente para entender o que é o conjunto domínio e conjunto imagem de uma função, esta definição é feita um pouco mais adiante pelo autor.

A partir do que foi apresentado, acreditamos ser possível caracterizar o conceito de função nos livros didáticos do ensino médio aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2015 olhando para os diferentes núcleos encontrados, ou seja, perceber qual a concepção que o autor utiliza ao introduzir este conceito.

5. Agradecimentos

À CAPES que financia esta pesquisa.

6. Referências bibliográficas

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Trad. Luis Antero Neto, Augusto Pinheiro. 2º reimp. da 1º Ed. São Paulo: Edições 70, 2011. 280p.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Guia de livros didáticos**: PNLD 2015: Matemática: ensino médio. Brasília: MEC/SEMTEC, 2015.

DANTE, L.R. **Matemática**: Contexto e Aplicações. 2º Ed. São Paulo: Ática, 2013. 296p.

DORMOLEN, J.V. Textual Analysis. In: CHRISTIANSEN, B. HOWSON, A. G; OTTE, M (eds). **Perspectives on Mathematics Education**, 141-171. Dordrecht, Holanda: Reidel Publishing Company, 1986.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Trad. e adapt. Heitor Lisboa de Araújo. 2º reimp. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. 196p.

SANTOS, M.C; LIMA, P.F. **Considerações sobre a matemática no ensino fundamental**. In: SEMINÁRIO NACIONAL CURRÍCULO EM MOVIMENTO – Perspectivas atuais, 1, 2010, Belo Horizonte, 2010.