

UMA PROPOSTA PARA O ESTUDO DA ÁREA DO CÍRCULO

Kelly Mota Matheus Gomes

*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense (IFF), campus Campos Centro
kellymotamg@hotmail.com*

Genaldo Guilherme Teixeira

*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense (IFF), campus Campos Centro
genaldoguilherme@gmail.com*

Igor Leite Soares

*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense (IFF), campus Campos Centro
igor--soares2011@hotmail.com*

Mariana Ferreira Barbosa

*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense (IFF), campus Campos Centro
Marianaferreira_157@hotmail.com*

Resumo:

O presente artigo trata de uma proposta para a dedução da expressão matemática da área do círculo e foi desenvolvido no âmbito da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT), do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense (IFF), campus Campos Centro. Ao utilizar metodologias que incentivem experimentações, elaboração de conjecturas e validação, as aulas de Matemática contribuem para a formação do cidadão. Deste modo, a proposta elaborada tem por objetivo levar o aluno a compreender e deduzir a fórmula da área do círculo, a partir de observações e experimentações utilizando *software* de geometria dinâmica e material manipulável. A metodologia utilizada proporcionou o envolvimento dos alunos, uma vez que foram desenvolvidas três atividades que exigiam a participação intensa destes. Observou-se que a complementação de recursos didáticos influencia a motivação e podem otimizar a aprendizagem.

Palavras-chave: Área do círculo; Experimentação; Complementação de Recursos didáticos.

1. Introdução

A vivência acadêmica de parte dos autores, enquanto alunos do Ensino Médio, possibilita afirmar que há dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da área do círculo. Observa-se que as fórmulas são apresentadas por meio de processo mecânico de substituição de valores e aplicação em exercícios, fazendo com que as aulas não oportunizem ao aluno o desenvolvimento da capacidade de investigação e construção do conhecimento.

Como afirma Carvalho:

O estudo do perímetro e da área de um círculo constitui-se, na vida escolar, no nosso primeiro encontro de verdade com a ideia de infinito. Entretanto, apesar da delicadeza do problema - ou talvez exatamente por causa dela - o

que nos é normalmente apresentado são duas fórmulas, $2\pi R$ e πR^2 , sem maiores comentários (CARVALHO, 2011, p. 3).

Neste trabalho, a questão do infinito se fez presente por meio de questionamentos direcionados aos alunos a respeito da possibilidade de aumentar indefinidamente o número de lados do polígono, em uma das atividades propostas.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais estabelecem que o papel formativo da Matemática é:

[...] a Matemática pode dar sua contribuição à formação do cidadão ao desenvolver metodologias que enfatizem a construção de estratégias, a comprovação e justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios (BRASIL, 1998, p. 27).

Tendo em vista as considerações anteriores, o objetivo da proposta é levar o aluno a compreender e deduzir a fórmula da área do círculo, a partir de observações e experimentações utilizando software de geometria dinâmica e material manipulável. As atividades foram elaboradas a fim de contemplar as ações descritas na citação acima. Na presente proposta, o aluno foi incentivado a medir, comparar e formular conjecturas a respeito da área do círculo, bem como a validar.

A elaboração das atividades ocorreu no âmbito da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem de Matemática (LEAMAT), do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Fluminense (IFF), campus Campos Centro. Tal disciplina é desenvolvida ao longo de três períodos, a partir do segundo, e tem por objetivo levar o aluno da licenciatura a ter contato o mais cedo possível com aspectos da docência em Matemática.

2. Elaboração da proposta

A parte inicial da atividade compreende a revisão sobre área do paralelogramo e do triângulo, por meio da aplicação de uma folha de atividades para que o aluno calculasse a área das figuras apresentadas. Esse conteúdo é um requisito para a dedução da fórmula da área do círculo.

Outro requisito para alcançar o objetivo proposto é o cálculo do comprimento da circunferência. Para isso, propõe-se a dedução da fórmula do comprimento da circunferência por meio de experimentação utilizando tampas de potes com forma circular, barbante e régua.



Figura 1- Material utilizado na dedução da fórmula do comprimento da circunferência

 Fonte: Elaboração própria.

Tal experimentação compreende a medição e registro do comprimento e do diâmetro de duas tampas de recipientes de tamanhos diferentes, utilizando barbante e régua. Logo após, efetua-se a divisão do comprimento encontrado pelo diâmetro, que resultará num valor próximo à pi (π), devido à elasticidade do barbante e a falta precisão na medição, por se tratar de uma experimentação manual. Para comprovar que essa divisão resulta em π , utiliza-se o *applet* Comprimento da Circunferência¹ (Figura 2), construído pelos autores no *software* GeoGebra 5.0, o qual é possível alterar as medidas do comprimento e do diâmetro de uma circunferência, e atualizar o cálculo da expressão $\frac{C}{2R}$, sendo C o comprimento da circunferência e R, a medida do raio, verificando que o resultado é sempre o número π .

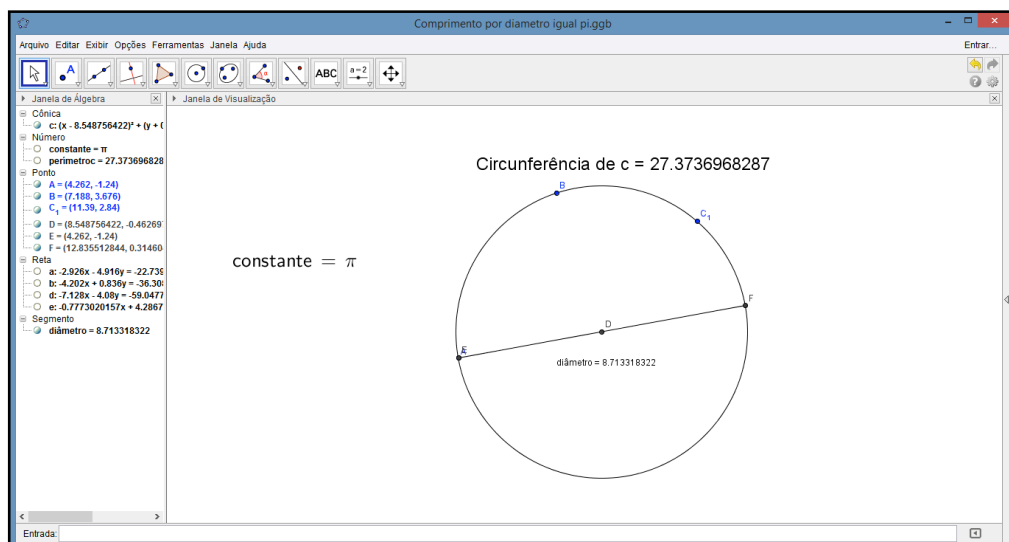


Figura 2 - Captura da tela do software Geogebra exibindo a *applet* Comprimento da Circunferência

 Fonte: Elaboração própria.

¹ disponível em <<http://tube.geogebra.org/material/show/id/1224457>>

Sendo assim, conclui-se que o comprimento (C) da circunferência é igual ao produto do diâmetro (d) por π , como mostrado abaixo:

$$C = \pi d \quad (1)$$

Como d é duas vezes o raio (r), temos que:

$$C = 2.r.\pi \quad (2)$$

Para concluir a primeira parte do trabalho, é proposto um exercício referente ao comprimento da circunferência.

A segunda parte trata das atividades que têm como objetivo possibilitar ao aluno a dedução da fórmula da área de um círculo. Para essa dedução, são utilizados dois círculos de mesma área confeccionados com cartolina, em que um permanecerá inteiro e com o outro serão feitas dobraduras e recortes dividindo-o em vários setores circulares iguais. A ideia é que o aluno observe que, a cada dobradura feita, o setor vai se tornando cada vez mais parecido com um triângulo retilíneo e, ao uni-los, a figura montada se aproxima cada vez mais de um paralelogramo. Para verificar essa constatação, será utilizado um *applet* Área do Círculo² (Figura 3) disponível no GeoGebraTube.

² Disponível em <<http://tube.geogebra.org/material/show/id/128058>>

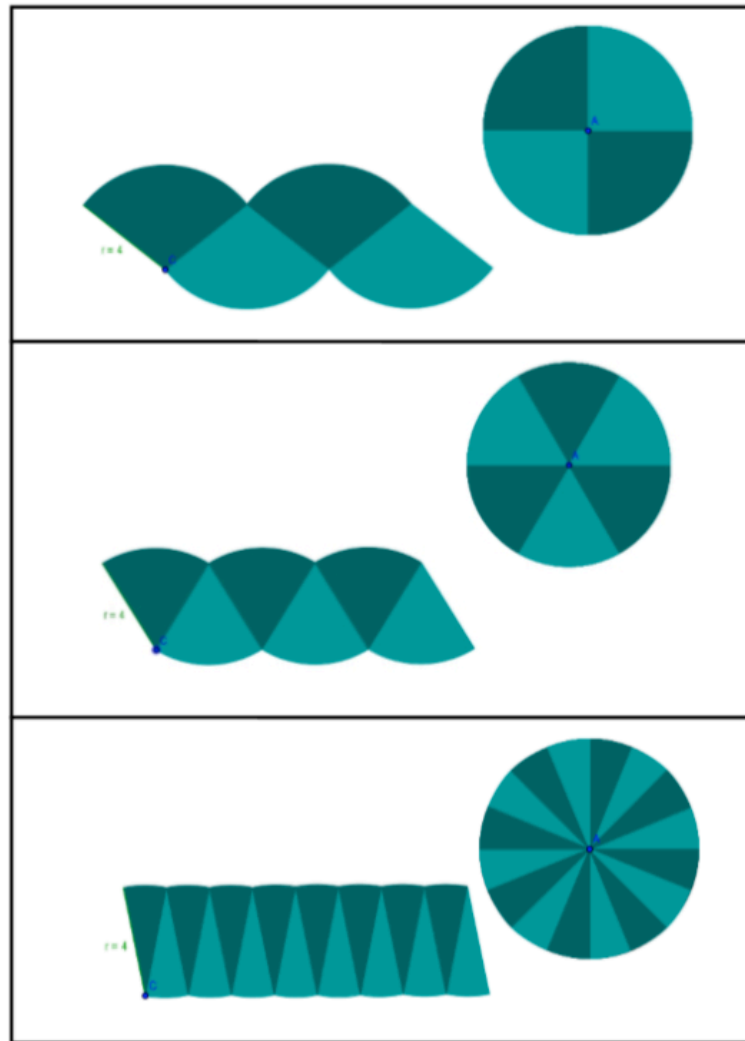


Figura 3 - Capturas da tela do software Geogebra exibindo a *applet* Área do círculo
Fonte: <<http://tube.geogebra.org/material/show/id/128058>>

Feita a construção da figura que se assemelha ao paralelogramo, será perguntado à turma se a área da figura formada é igual à área do círculo recebido, percebendo que não houve perda de material, chega-se à conclusão de que as áreas são iguais. Em seguida, pede-se que calculem a área da figura montada (paralelogramo) em função do raio do círculo, como mostrado abaixo:

$$A = b * h \quad (1)$$

$$A = \frac{c}{2} * r \quad (2)$$

$$A = \frac{2\pi r}{2} * r \quad (3)$$

$$A = \pi r * r \quad (4)$$

$$A = \pi r^2 \quad (5)$$

Onde b é a medida do comprimento da base do paralelogramo e h , a medida da altura relativa a esta base.

Durante a dedução da área do círculo, propor-se-á uma discussão sobre qual é a medida da base e da altura do paralelogramo. Após a discussão e dedução da fórmula, serão propostos dois exercícios de aplicação de área do círculo.

3. Experimentação

Neste item será relatada a experimentação que teve a duração de dois tempos de aula. Esta ocorreu numa turma da 1ª série do Ensino Médio, do Instituto Federal Fluminense campus Campos – Centro, situado no município de Campos dos Goytacazes, em 19 janeiro de 2015. Estavam presentes 35 alunos.

Inicialmente foi pedido que os alunos se agrupassem em duplas. Em seguida, entregou-se a primeira atividade que foi feita sem a intervenção dos autores. Nesta parte, não houve dificuldades para resolver as questões, apenas duas alunas não se lembraram da fórmula da área do paralelogramo.

Após, foi entregue a segunda atividade juntamente com as tampas para que os alunos pudessem fazer as medições.



Figuras 4 e 5 – alunos realizando as medições propostas
Fonte: autoria própria.

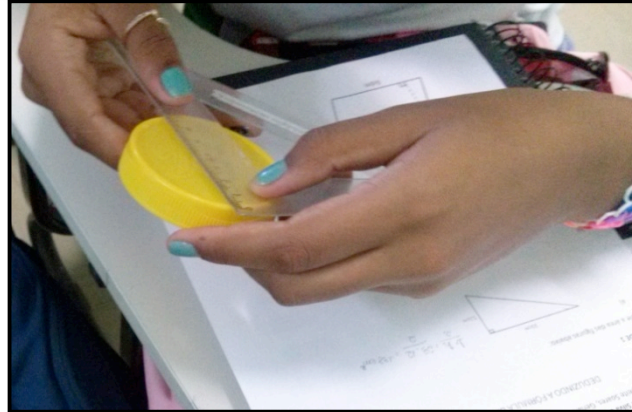


Figura 6 - aluna realizando as medições propostas
fonte: autoria própria.

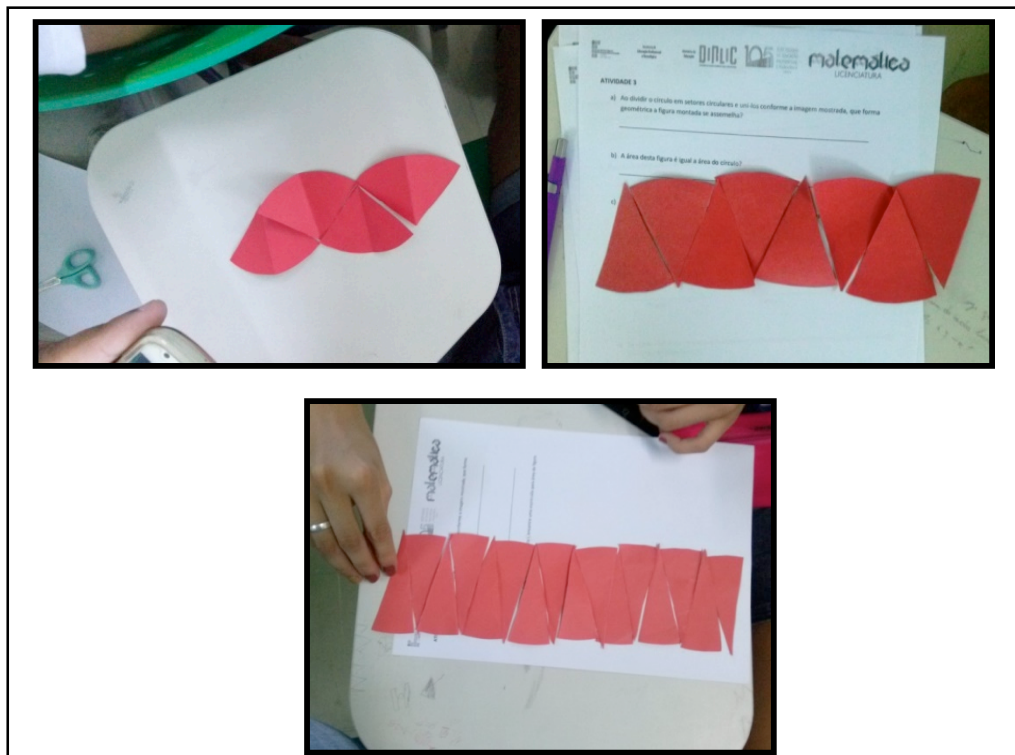
Os alunos entenderam as instruções corretamente e não apresentaram dificuldades. No item *e* da atividade, a maioria não usou a linguagem algébrica para concluir esta atividade. Este fato dificultou que concluíssem que $C = 2\pi.r$. Entretanto, com a mediação dos autores, os alunos chegaram a fórmula do comprimento da circunferência, podendo assim responder o item *f* com tranquilidade.

e) De acordo com o que foi observado, determine a relação entre o Comprimento (C) da circunferência em função do Diâmetro (d) :

Ce divide o comprimento pelo diâmetro dá aproximadamente o valor de π . $\frac{C}{d} = \pi$ ou $C = d \pi$

Figura 7 – Resposta de um dos alunos
fonte: autoria própria.

Na atividade três, foram entregues círculos de tamanhos diferentes e pediu-se que os alunos dobrassem o círculo em várias partes. Os alunos tiveram bastante facilidade na manipulação dos materiais, entretanto ao unir os setores formados após o corte, como nas figuras abaixo, alguns alunos disseram que a figura montada se assemelhava a um retângulo.



Figuras 8, 9 e 10 – divisão do círculo em setores, feito pelos alunos
fonte: autoria própria.

Após a montagem da figura mostrada, os alunos responderam as perguntas referentes à atividade 3, ao perceberem a semelhança da figura com um quadrilátero conhecido (paralelogramo), os alunos calcularam a área da figura montada utilizando os elementos do círculo. Observando que a base da figura é a metade da medida do comprimento da circunferência e a altura é a medida do raio do círculo, os alunos chegaram à conclusão de que a área da figura montada é igual a $\frac{2\pi \cdot r \cdot r}{2}$, ou seja, πr^2 .

A quarta atividade, que era formada pelos exercícios de aplicação, foi resolvida sem dificuldades pelos alunos.

4. Considerações Finais

Observou-se que a complementaridade de recursos utilizada na proposta, quais sejam: os materiais manipuláveis e os *applets* do *software* Geogebra, possibilitaram a verificação da conjectura levantada pelos alunos. As dúvidas que surgiram no momento do trabalho com os materiais manipuláveis, foram elucidadas com as experimentações no *software*.

Pode-se afirmar que o trabalho realizado com os materiais manipuláveis e os *applets* representam, nesta ordem, fases subsequentes do processo de demonstração de conjecturas, sendo a primeira classificada por Balacheff (1987, apud DIAS, 2009) como empirismo ingênuo, na qual a validade de uma conjectura apoia-se apenas na observação de um número reduzidos de casos. A segunda fase trata da experiência crucial (BALACHEFF, 1987, apud DIAS, 2009), nesta o aluno busca a generalização, embora realize experimentações como na fase anterior. O uso de um instrumento – os *applets* – que possibilita a testagem de muitos casos de modo rápido e com maior precisão, contribui muito para o refinamento da conjectura.

Os objetivos propostos foram alcançados, pois os alunos conseguiram deduzir a fórmula da área do círculo e puderam comprovar, com o auxílio do *software* de geometria dinâmica e utilizando os materiais manipulativos, que a fórmula é legítima para qualquer círculo, não importando o tamanho de seu diâmetro.

A reflexão sobre a experimentação possibilita inferir que a linguagem algébrica tem sido pouco trabalhada nas salas de aula, no sentido de desenvolver a habilidade de expressão de resultados.

4. Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática* / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

CARVALHO, Sônia Pinto de. *A área e o perímetro de um círculo*. 2 ed. São João del Rey: I Colóquio de Matemática da Região Sudeste, 2011. Disponível em: <<http://www.sbm.org.br/docs/coloquios/SE-1.02.pdf>> Acesso em 28 fev. 2014

DIAS, Mônica Souto da Silva. *Um estudo da demonstração no contexto da licenciatura em Matemática: uma articulação entre os tipos de prova e os níveis de raciocínio geométrico*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.