O ENSINO DE EQUAÇÕES POLINOMIAIS DO 1º GRAU VIA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Geralda de Fatima Neri Santana
Universidade Estadual de Maringá
pipo_ziga@hotmail.com

Marcelo Carlos de Proença[1]
Universidade Estadual de Maringá
mcproenca@uem.br

Resumo:
Esta pesquisa teve por objetivo investigar se por meio da observação e generalização de padrões é possível compreender a substituição de um padrão matemático por uma letra. Trabalhamos a partir de problemas a construção do significado de como e porque se usa letras em Matemática e buscamos sanar dificuldades trazidas pelos alunos, advindas da aritmética. Participaram 34 alunos do 7º ano do Ensino Fundamental de escola pública da rede estadual de uma cidade do Estado do Paraná. Destacamos a questão: quais contribuições e desafios no ensino de equações polinomiais de primeiro grau podem ser identificados quando em sala de aula, trabalhamos na abordagem da resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem? Selecionamos 20 problemas, desenvolvidos num período de 10 horas-aula. Por meio dessas atividades e discussões os alunos construíram os conceitos necessários sobre a linguagem algébrica, tendo o problema como ponto de partida e o professor como mediador do conhecimento.

Palavras - chave: Resolução de problemas; Equação polinomial de 1º grau; Construção de conceitos.

1. Introdução

O trabalho inicial com álgebra quando apresentado de forma descontextualizada, não traz significado ao aluno, sendo motivo de dificuldades na aprendizagem. Conforme Souza e Diniz (2003) o desafio do professor diante de um conteúdo que ocupa boa parte das aulas de Matemática desde o Ensino Fundamental é desenvolver propostas que possibilitem a aprendizagem, tendo o aluno como participante desse processo.

Dar sentido a álgebra é uma das indicações de pesquisadores como Ramos, Silva e Oliveira (2013) e Oliveira (2011), constatando que em sala de aula e mesmo em livros didáticos o ensino da álgebra apresenta-se desprovido de significados e sem contextualização.

A pesquisa desenvolvida por Baldim (2008) investigando a resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem de equações do primeiro grau, aponta contribuições no sentido de oportunizar ao aluno construir significados, quando esse descreve verbalmente as atividades para depois utilizar a linguagem algébrica, ao passar pela interpretação e discussão dos problemas, analisando as estratégias utilizadas pelos alunos é possível mostrar que a linguagem algébrica é uma forma de facilitar os cálculos nas equações de primeiro grau.

Neste percurso que abrange o estudo inicial da álgebra, especificamente as equações polinomiais de primeiro grau buscamos responder a seguinte questão: quais contribuições e desafios no ensino de equações polinomiais de primeiro grau podem ser identificados quando em sala de aula, trabalhamos na abordagem da resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem?

A proposta é trabalhar o conteúdo equações polinomiais de primeiro grau, na abordagem da resolução de problemas, tendo o problema como ponto de partida. O que buscamos explorar está baseado na ideia de generalização. Utilizaremos problemas para iniciar o estudo da álgebra, tendo a possibilidade de promover mecanismos que levem a pensar nas letras que representam números (SESSA, 2009). A partir das estratégias elaboradas pelos alunos para solucionar os problemas, buscamos a construção do significado de como e porque se usa letras em Matemática e sanar (quando necessário) dificuldades advindas da aritmética.

2. A álgebra na abordagem do ensino

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN - Matemática (BRASIL, 2001), desde as séries iniciais é possível desenvolver uma pré-álgebra, mas uma abordagem específica deve ocorrer nas séries finais do Ensino Fundamental, para tanto é necessário utilizar situações-problemas, permitindo que o aluno reconheça as diferentes funções da álgebra. É primordial apresentar a álgebra não de forma fragmentada, para que se possa compreender seu significado e o de suas funções. Pontuamos que a álgebra,

> [...] é a linguagem da matemática, utilizada para expressar fatos genéricos [...]. Enquanto a aritmética trata de números, operações e de suas propriedades, visando a resolução de problemas ou de situações que exigem uma resposta numérica, a álgebra procura expressar o que é genérico, aquilo que se pode afirmar para vários valores numéricos independentemente de quais sejam eles exatamente (SOUZA; DINIZ,2003,p.4).

Souza e Diniz (2003) apontam que em relação às variáveis podemos especificar quatro funções da álgebra: 1) a álgebra como generalizadora da aritmética; 2) a álgebra como estudo de processos para resolução de problemas; 3) a álgebra como expressão da variação de grandezas; 4) a álgebra como estudo de estruturas matemáticas.

Nossa experiência em sala de aula está pautada na álgebra com a função de generalizadora da aritmética, nesse caso, "as variáveis aparecem para generalizar padrões numéricos que foram construídos indutivamente na aritmética" (SOUZA e DINIZ, 2003, p. 7).

No contexto histórico a representação algébrica apresenta três fases: 1) retórica ou verbal; 2) sincopada; 3) simbólica. Ter conhecimento desta implicação histórica auxilia o trabalho do professor em sala de aula. Desta forma, entendemos como álgebra retórica aquela que enunciados e soluções são apresentados em linguagem natural; como álgebra sincopada, a que apresenta símbolos que abreviam a escrita dos cálculos; e como álgebra simbólica, aquela "cuja linguagem é, basicamente, a da álgebra atual" (SESSA, 2009,p.49).

Santana e Nogueira (2009) destacam a importância de um ensino que careça de significados para os alunos iniciantes em álgebra, ou seja, o trabalho com álgebra deve começar com uma interpretação adequada da linguagem natural para a linguagem algébrica, o que favorece a compreensão, o que vamos obter são expressões usando letras, além de números e sinais. Desta forma, as expressões literais ganham significado para os alunos.

3. Resolução de problemas

A resolução de problemas é uma das possibilidades de ensinar Matemática, que propõe a construção do conhecimento a partir do aluno, cabendo ao professor ser o mediador, o fazedor das perguntas, questionamentos que incitam os alunos a refletir sobre suas ideias, corretas ou incorretas.

De acordo com a interpretação de Schroeder e Lester (1989) há três maneiras de interpretar o ensino na perspectiva da resolução de problemas, sendo: *ensinar sobre, ensinar para* e *ensinar via resolução de problemas*. Nossa proposta de ensino condiz com o ensino *via* resolução de problemas, tendo o problema como atividade inicial do conteúdo proposto, e em relação a postura do professor, esse possibilita que o aluno participe efetivamente da construção do conceito.

Os problemas trabalhados em sala de aula devem contribuir para que o aluno desenvolva sua capacidade de pensar.

Diante de problemas que permitam ser resolvidos por mais de uma estratégia, o aluno pode se sentir interessado em buscar soluções para o mesmo problema de diversos modos, sendo capaz de revelar os procedimentos que utilizou. De acordo com Silva e Siqueira-Filho (2011) cabe ao professor fazer escolhas por problemas que possam despertar a curiosidade e o interesse do aluno, optar por aqueles cuja resolução permita estratégias menos elaboradas, com enunciado de fácil compreensão.

Conforme Echeverría e Pozo (1998) problema se identifica com uma situação nova que necessitamos elaborar meios para buscar a solução que não dispomos de imediato. Quando diante de uma tarefa já conhecida e que nada de novo nos é apresentado e essa pode ser resolvida por caminhos habituais, temos a atividade denominada exercício.

As etapas/fases pelas quais se processa o pensamento durante a busca pela solução de um problema, foram tratadas por diversos autores e de acordo com revisão elaborada por Brito (2010) temos: 1) representação: que se refere ao entendimento do problema; 2) planejamento: consiste em elaborar formas de encontrar a solução; 3) execução: está relacionada aos procedimentos estabelecidos no planejamento, como um desenho, cálculos; 4) monitoramento: consiste na validação dos dados obtidos.

ISSN 2178-034X

Ao optarmos trabalhar na abordagem da resolução de problemas, tendo o problema como ponto de partida para a atividade matemática a postura do professor é de mediador do conhecimento, e para tal, estabelecemos ações pedagógicas que estão pautadas conforme pesquisa de Proença (2015).

4. Metodologia

O presente trabalho envolveu 34 alunos, com faixa etária média de 12-13 anos, do 7º ano do Ensino Fundamental de uma Escola Estadual central do município de Maringá, Paraná, Sul do Brasil.

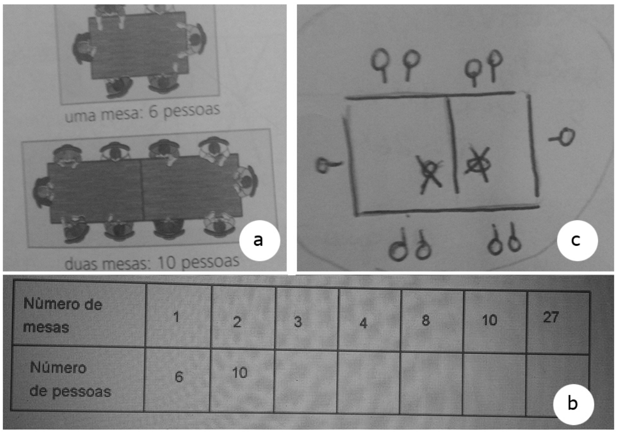
As ações a serem desenvolvidas estão pautadas conforme pesquisa de Proença (2015): a) O problema como ponto de partida. De acordo com Souza e Guimarães (2014), o aluno não sabe sobre equações polinomiais de primeiro grau, e queremos ensinar este conteúdo propondo problemas, nossa intenção é que via a resolução do(s) problema(s) ele virá, a saber; b) permissão aos alunos para expor suas estratégias, ou seja, é dar voz ao aluno, em grupos, para que apresente o percurso utilizado para obtenção do resultado; c) discussão das estratégias dos alunos, o que permite a interação entre os colegas, assim, as estratégias podem ser expostas, discutidas e compartilhadas Itacarembi (2010); d) articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo, esta medida cabe ao professor, que a partir das estratégias elaboradas e apresentadas, procede com a promoção e formalização do conceito.

Selecionamos 20 problemas, que foram desenvolvidos num período de 10 horas-aula, justificamos essa escolha por problemas que levam a observação e generalização de padrões permitindo que o aluno compreendesse que a partir de algum momento, um padrão matemático, em linguagem algébrica seria representado por uma letra.

A aplicação da atividade foi realizada com os estudantes agrupados (3-4 alunos), aos quais eram disponibilizados problemas possíveis de serem resolvidos por diferentes estratégias. Solicitada leitura dos problemas, elaboração de estratégias e exposição destas. Posteriormente, a validação plausível da solução. A professora atuou circulando entre os grupos e atendendo quando questionamentos eram levantados, ou elaborando questões que instigava o aluno a pensar. Quando nos texto utilizamos a expressão uma *quantidade qualquer*, salientamos que é uma linguagem do aluno.

Discutiremos três dos problemas resolvidos pelos alunos.

1)Veja a figura (Figura 1 a e b), complete a tabela e responda as questões.



Número de mesas	1	2	3	4	8	10	27
Número de pessoas	6	10					

Figura 1. a) e b) Problema 1 adaptado de Imenes e Lellis (2012); e, c) Resolução do aluno

a) Escreva uma expressão numérica que dê o número de pessoas que ficarão acomodadas em 27 mesas. R:____
b) Que relação podemos estabelecer entre o número de mesas e o número de pessoas? R:________________________________

A Figura 1 c indica uma das estratégias de resolução apresentada por um dos grupos. Percebemos que o grupo anula com ‘x’ as duas pessoas que ocupam os lugares onde as mesas se unem.

2) Um esquilo encontrou 50 nozes num período de 5 dias. Em cada dia, o esquilo encontrou 3 nozes a mais que no dia anterior. Quantas nozes ele encontrou em cada dia? (adaptado de Tosatto, Perachi e Estephan , 2002).

Nesta atividade observamos que a falta de uma interpretação adequada do problema, fez com que 45% dos alunos efetuassem cálculos que se distanciavam da questão a ser respondida.

ISSN 2178-034X

Conforme Figura 2, percebemos que o aluno 1, fez três tentativas de resolução: distribuiu igualmente as nozes durante os cinco dias, fazendo a divisão de 50 por 5 = 10, nesse caso, desprezando a informação de que *em cada dia o esquilo encontrou 3 nozes a mais que no dia anterior;* iniciou o 1º dia com 10 nozes, utilizando a informação antes ignorada, fazendo a seguinte distribuição: *10,13, 16,19,22*, desprezou esses cálculos; iniciou a distribuição das nozes com 38, fazendo a seguinte organização: *38,41,44,47 e 50*,ou seja, ignorou a informação de que *o esquilo encontrou 50 nozes num período de cinco dias.*Não apresentou a resposta da questão, mesmo com as tentativas de cálculos. O aluno 2, montou uma tabela indicando o dia e, o numero de nozes. Sua resolução foi por tentativa.

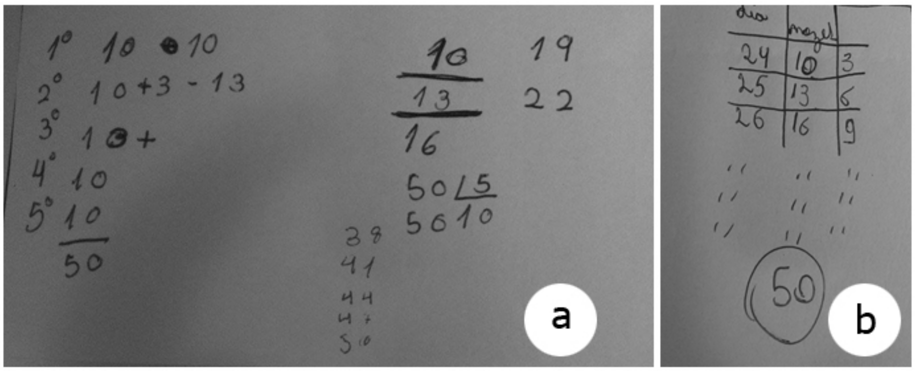


Figura 2. Estratégias de resolução – A) Aluno 1; B) Aluno 2[1]

Diante destes cálculos e de outros apresentados pela classe, percebemos a dificuldade na interpretação do problema, o que nos levou a questionar sobre o entendimento da questão. Em conversa, identificamos que o termo *dia anterior* foi uma das razões elencadas pelos alunos. Após alguns questionamentos, perceberam que há várias formas de representar o dia anterior. Por exemplo, usando os dias da semana, ou a data, estabelecido qual seria o primeiro dia, a partir deste, indicariam o dia anterior. Esclarecida esta dúvida, o encaminhamento seguinte foi a leitura do problema, parte por parte, os alunos puderam encontrar a solução e fazer a validação da resposta. Corroborando com este aspecto, Brito (2010,p.36) enfatiza que “ [...] A compreensão do enunciado e a representação do problema constituem fatores importantes na escolha dos procedimentos de solução”. Os alunos resolveram a questão, organizando os cinco dias pelos dias da semana, ou pela data, e a quantidade de nozes do primeiro dia foi encontrada por tentativas.

[1] Todas as imagens utilizadas no escopo do trabalho provêm de arquivos pessoais da autora

Ainda para o problema do esquilo, na resolução do aluno 4 (figura 3) esse colocava um valor para o primeiro dia (no caso 7, 5, 3 e 4) e ia acrescentando a esse 3 nozes, até o quinto dia. Efetuava a soma, caso ultrapassasse 50 nozes, aumentava ou diminuía a quantidade estabelecida no primeiro dia. Primeiramente atribuiu 7 nozes no primeiro dia, somando a cada dia 3 nozes,que resulta 65, ultrapassando 50 nozes conforme o enunciado. Em seguida fez o mesmo procedimento, iniciando com 5 nozes, com 3 nozes e finalmente com 4 nozes, chegando a solução e realiza a validação da resposta.

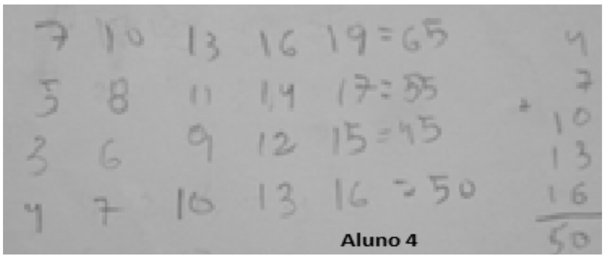


Figura 3. Estratégia de resolução: por tentativas

3) Observe a sequência das figuras e responda as questões:

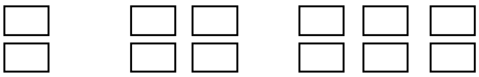


Figura 04. Posição das figuras

a) Qual a próxima figura da sequência?E a figura seguinte? Desenhe-a.
b) Escreva a regra de formação desta sequência.
c) Quantos elementos tem a 6ª figura? ___ 7ª? __ 8ª? ___ e a 15ª?___
d) Quantos elementos tem uma figura numa posição qualquer?

Vejamos algumas (interpretações dos alunos para responder a questão d):

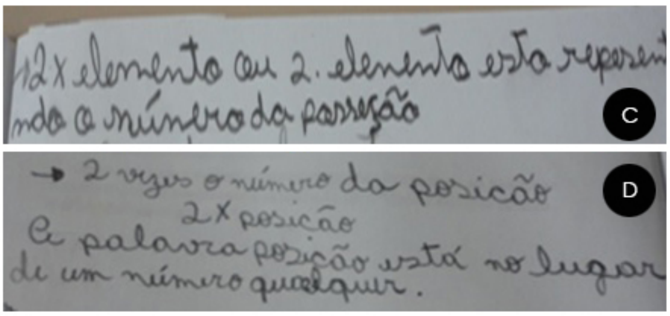


Figura 5. (Estratégias de resolução) – C) Aluno 5; D) Aluno 6

ISSN 2178-034X

De acordo com a escrita do aluno 5 percebemos que abrevia parte da linguagem verbal, por números e sinais que indicam cálculos, ou seja, utiliza a linguagem sincopada, que inclui números e sinais, mas ainda ficam palavras que não são substituídas, nesse caso, *posição,* melhor dizendo a posição que a figura ocupa na sequência, o mesmo ocorre com o aluno 6, sendo que esse utiliza o termo *elemento,* se referindo a posição que a figura ocupa nessa sequência.

5. Discussão dos dados e resultados

Os problemas elaborados tinham o propósito de conduzir o aluno a representar um padrão numérico por uma letra. A dificuldade ficava em substituir de alguma forma essa situação. Os alunos questionavam: *uma quantidade qualquer pode ser qualquer valor, mas qual valor?* Nesse sentido: como resolver quando o cálculo era referente a *uma quantidade qualquer, ou seja, generalizar?* Esta questão permaneceu em aberto em todas as atividades até que os alunos depois de muita conversa, discussões, erros e acertos perceberam que a Matemática utiliza de recursos que não são os números nem os sinais.

Ao reescrevermos a questão: *Quantos elementos têm uma figura numa posição qualquer?* Relacionada ao problema de número 3, Figura 5,que remete a quantidade de elementos em relação a posição da figura na sequência, ocorreu o seguinte diálogo:

> *Aluno: Professora vamos abreviar posição da figura por pf* ?
> *Professora: Mas pf, quer dizer por favor*?
> *Aluno: Não, pf quer dizer uma quantidade qualquer de elementos.*
> *Professora: Ah! Então pf representa uma quantidade, mas como representar uma quantidade em Matemática?*
> *Aluno: Em Matemática, uma quantidade é representada por um número*
> *Professora: Neste caso, não estamos identificando quanto é a quantidade.*
> *Aluno: Então professora, quantidade qualquer, poderia ser: número de mesas, número de nozes, número de palitos, número de espaços, número de retas, número de faixas, número de cubos?(referindo-se a estes e outros problemas). E no lugar desta quantidade tem letras?*
> *Professora: Sim, a representação desta quantidade* (padrão matemático*) em Matemática, é representada por uma letra. Mas qual letra, se no alfabeto temos 26 letras?*
> *Aluno: Vi num jogo de cartas, que uma carta tinha um poder x, daí perguntei ao meu amigo, quanto era o poder x, e ele disse que o tanto do poder x, poderia ser qualquer tanto.*

Desta forma, os alunos, com a mediação da professora concluíram que *as letras* podem ser usadas em Matemática para representar um padrão numérico, (que conforme a linguagem do aluno se referiam dizendo que era *uma quantidade qualquer)* e que por convenção utilizamos a letra *x*. A partir deste ponto, foi possível seguir para as expressões literais. A diferença deste encaminhamento é que a questão resolvida é entendida em seu processo e não diretamente no resultado final.

Ressaltamos que todos os problemas apresentados e discutidos foram significativos e contribuíram com aprendizagem do conteúdo proposto. Os procedimentos de resolução favoreciam a interpretação das fases do processo histórico da álgebra, primeiro a escrita em linguagem verbal, seguida da sincopada e finalmente a linguagem algébrica, possíveis pela observação e generalização de padrões.

De acordo com as quatro ações estabelecidas por Proença (2015), ao iniciarmos um conteúdo utilizando o problema como ponto de partida contribuímos no sentido de trazer significado ao conteúdo. Permitir ao aluno expor as formas de resolução possibilitou a interação entre os colegas, uma vez que falaram e ouviram as estratégias utilizadas, o que estabeleceu uma discussão que possibilitou a articulação com o conteúdo proposto. Desta forma consideramos que a construção do significado de equações polinomiais do primeiro grau, foi possível via a resolução de problemas, os desafios advindos da aritmética, como o algoritmo das operações fundamentais, múltiplos de um número, entre outros, e as dificuldades relacionadas a interpretação dos problemas, a transição da linguagem natural para linguagem algébrica, conforme apontam Sessa (2009); Santana e Nogueira (2009) foram estratégias discutidas e socializadas.

Considerações finais

Traçamos por objetivo investigar se por meio da observação e generalização é possível compreender a substituição de um padrão matemático por uma letra. Buscamos trabalhar a partir de problemas a construção do significado de como e porque se usa letras em Matemática e sanar dificuldades trazidas pelos alunos, advindas da aritmética. Neste percurso, destacamos que os problemas abordados possibilitavam

ISSN 2178-034X

utilizar diferentes estratégias de resolução como: tentativas, cálculo mental, elaboração de tabela, resolução por estimativas e outras formas. Este modo possibilitou a articulação das estratégias apresentadas pelos alunos, valorizando a participação dos mesmos no desenvolvimento dos conceitos, bem como, propiciou a observação e generalização de sequências com formas geométricas e números, permitindo escrever expressões algébricas para representar regularidades e situações em geral. Assim, a observação de padrões, nos problemas que utilizamos desenhos, cubos, sequência numérica, palitos entre outras representações, favoreceu o desenvolvimento do pensamento algébrico, bem como, a construção de diferentes expressões. Foi oportuno evidenciar atividades que provocavam erros nos cálculos, sendo necessário retomar alguns conteúdos de aritmética, considerados como pré-requisitos.

Constatamos que a elaboração de problemas, a participação ativa do aluno no processo de construção do conhecimento e a mediação do professor, requer uma postura diferenciada de ambos, e esta condição satisfaz nossa questão inicial e, constatamos que há contribuições (o aluno participa na construção do conceito) e desafios (dificuldades em resolver operações) no ensino de equações polinomiais de primeiro grau, identificados em sala de aula na abordagem da resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem.

5. Referências

BALDIM, M.A. Resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem de equação 1º grau. **Cadernos PDE: O Professor PDE e os desafios da escola pública paranaense**, v.2, 2008

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática/Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. 3.ed. Brasília: A Secretaria, 142 p.2001.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (org.). **Solução de problemas e a matemática escolar.** 2. ed. Campinas, Alínea, p. 15-53,2010.

ECHEVERRÍA, M.D.P; POZO, J. I. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas:aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: ArtMed, p. 13-42, 1998.

IMENES, L.M. **Matemática**. São Paulo: Moderna,2012.

ITACARAMBI, R.R. **Resolução de problemas:** construção de uma metodologia: (Ensino Fundamental I).São Paulo: Livraria da Física, 2010.

OLIVEIRA, J. R**. Problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita:** um estudo exploratório nos livros didáticos de matemática do 7º ano do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco, Recife. 2011.

PROENÇA, M.C. O ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia. **Bolema**, Rio Claro, v. 29, n. 52, 2015.

RAMOS, C. S.; SILVA, A. B.; OLIVEIRA, R, C. Os problemas e as concepções de álgebra em uma aula de matemática do sétimo ano. **Anais XI Encontro Nacional de Educação Matemática**, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Curitiba, p. 1-10, 2013

SANTANA, G.F.N; NOGUEIRA, C.M.I. O ensino da álgebra para alunos surdos e ouvintes: as possibilidades pedagógicas da História da Matemática. **Cadernos PDE: O Professor PDE e os desafios da escola pública paranaense,** 2009

SESSA, C. **Iniciação ao estudo didático da álgebra:** origens e perspectivas. São Paulo: Edições SM,2009.

SILVA,C.M.S.; SIQUEIRA-FILHO,M.G. **Matemática:** resolução de problemas.Brasília: Líber Livro, 2011.

SCHROEDER, T.L.; LESTER. F.K., JR. Developing in mathematics via problem solving. In: TRAFTON, P.R.; SHULTE, A.P. (Eds). **New directions for elementar school mathematics**. Reston: NCTM, p. 31-42, 1989.

SOUZA, E.R; DINIZ,M. I. S. V.**Álgebra:** das variáveis às equações e funções.4 ed. São Paulo: IME – USP - Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática(CAEM), 2003.

SOUZA, M. A. V. F.; GUIMARÃES, H. M. A resolução de problemas na educação em matemática: uma conversa sobre ensino, formação de professores e Currículo desde Pólya. **Revista IFES Ciência**, Vitória, v. 1, n. 1, p. 109-136, 2015.

TOSATTO, C. M.; PERACHI, E.P.F.; ESTEPHAN, V.M. **Ideias e relações, 6ª série:** livro do professor. Curitiba: Nova Didática, 2002.

ISSN 2178-034X