

## UMA ANÁLISE DOS ITENS QUE ENVOLVEM GRÁFICOS OU TABELAS NAS PROVAS DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS DO EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO (ENEM) DE 2009 A 2014

*Jussuel Correia da Silva*  
*Universidade Federal de Alagoas - UFAL*  
*jussuelcorreia@gmail.com*

*Fernanda Andrea F. Silva*  
*Universidade Federal de Alagoas- UFAL*  
*fernandaandrea@ig.com.br*

### **Resumo:**

Esta pesquisa trata-se de um trabalho de conclusão de curso e tem como objetivo analisar os níveis de apreensão de gráficos e tabelas contidos nos itens da prova de Matemática e suas Tecnologias do Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM. Tem como fundamentação teórica a Teoria dos Registros de Representações Semióticas de Raymond Duval, sendo os níveis de apreensões gráficas consideradas por esse autor. Nos resultados pudemos concluir que nas áreas de Ciências da natureza e suas tecnologias e matemática e suas tecnologias é significativo o número de itens que trazem como suporte, gráficos ou tabelas. Quanto aos tipos de apreensões requeridas pelos gráficos e tabelas analisados, verificamos um percentual importante que requerem o tipo de apreensão global, exigindo não apenas a função cognitiva de identificação dos dados, como também de tratamento, comunicação e objetivação.

**Palavras-chave:** gráficos, tabelas, ENEM, apreensões.

### **1. Introdução**

A presença cada vez mais frequente das representações gráficas nos meios de comunicação, transmitindo informações das mais simples as mais complexas, vem sendo destacada em todas as áreas da educação, inclusive na educação matemática por ser necessário a quantificação das informações veiculadas (FLORES E MORETTI, 2005), e tem chamado a atenção para a necessidade da compreensão dessas formas de representação por parte do cidadão, para que ele possa interpretar, operar, tomar decisões, tanto no campo social, político ou profissional, com precisão e autonomia.

Nesse sentido os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN de matemática do Ensino Fundamental traz o tema “Tratamento da Informação” como um bloco de conteúdos contendo noções de estatística, probabilidade e combinatória; destacando, importância desses em função do uso nas mais diversas atividades humanas da sociedade atual. Esse documento salienta a necessidade de um currículo matemático que contemple esses conteúdos por possibilitar ao aluno aprender a lidar com informações estatísticas, gráficos, tabelas, além de estimular o raciocínio a partir de ideias de probabilidade e combinatória (BRASIL, 1998).

Enquanto que no Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM, dentre as sete competências definidas na matriz de referência do exame que devem ser avaliadas na área de Matemática e suas Tecnologias, encontra-se a de número seis, “Interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas, realizando previsão de tendência, extrapolação, interpolação e interpretação” que está voltada para à área de tratamento da informação e que apresenta três habilidades envolvidas, que são: Utilizar informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferência; resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos e analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos. Nesse sentido, afirma Núñez e Ramalho (2011) que é importante refletir de forma dialética sobre os fundamentos do ENEM e sua relação com o ensino básico.

De acordo com Duval (2002 apud Araújo 2008) as tabelas podem aparentar um modo de organização de dados simples e direto. Entretanto, afirma o autor, a “apreensão” dos dados não é efetivamente simples, pois para isso é necessário que sejam utilizadas todas as funções cognitivas; função de comunicação, de tratamento, objetivação e de identificação, com prevalência da função de identificação.

Para esse autor apenas a distribuição dos dados em linhas e colunas, facilitando a visualização dos mesmos não descreve o funcionamento representacional das tabelas, necessitando distinguir a especificidade desse tipo de representação em relação as outras representações gráficas. A tabela é finita, enquanto não o são os gráficos cartesianos. Esses formam uma figura (uma curva, uma reta) estabelecendo uma continuidade entre os pontos. Prestam-se à interpolação e extrapolação, enquanto que as tabelas submetem-se à operação de permutação entre linhas e colunas, o que caracteriza que não são os mesmos tratamentos que se prestam a esses tipos de representação gráfica (DUVAL, 2002 apud ARAÚJO, 2008).

Além disso, as tabelas não se prestam unicamente a consultas rápidas e pontuais, podendo, de acordo com as características, variar exigindo uma “leitura global”. Isto é, ser vista em sua totalidade, confrontando dados tanto na representação gráfica quanto na linguagem natural. É necessária uma “apreensão global” dos dados que é segundo Duval (IDEM) “a passagem de um passo pontual, para um passo de interpretação global na ‘leitura’

das tabelas e gráficos. Representa um salto do ponto de vista cognitivo”. Sendo assim, os diferentes tipos de tabelas levam a diferentes tipos de apreensões.

Dentro dessa perspectiva do tratamento da informação, nossa pesquisa tem como objetivos, identificar os itens de todas as provas dos ENEM de 2009 a 2014 que tem como suporte, gráficos e tabelas; e analisar os itens da prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM de 2014 que tem como suporte esses tipos de representações gráficas, quanto ao tipo de apreensão necessária para a resolução do item, à luz dos tipos de apreensões gráficas de Duval (1988 apud Araújo 2008; 2002 apud Flores e Moretti, 2005).

## 2. Leitura e interpretação de gráficos e tabelas

A leitura e interpretação de gráficos cartesianos, segundo Duval (2011b) requer três níveis de compreensão, sendo elas: ponto a ponto, extensão de traçado e interpretação global. A compreensão ponto a ponto introduz e define as representações gráficas. A identificação de um ponto ocorre por um par de números que correspondem a cada um dos eixos dos gráficos. Essa compreensão favorece a identificação da coordenada de um ponto particular.

A compreensão de extensão do traçado efetuado ocorre em uma noção de conjuntos infinitos de pontos, e leva em consideração os dados do traçado, mas também, como no tipo de compreensão anterior, leva em consideração valores particulares do gráfico. A compreensão de interpretação global de propriedades figurais está ligada ao contexto geral da representação, portanto requer uma análise completa dos registros de apresentação do objeto ou de uma informação. Esse tipo de compreensão difere da identificação ponto a ponto e da extensão de traçado que buscam informação de valores particulares, enquanto que na interpretação global a compreensão requerida é geral, de todos os componentes envolvidos.

Em nossa pesquisa consideramos a definição de tabela proposta por Scherer (2004 apud Araújo 2008), “Tabela é um quadro que resume um conjunto de informações e observações”. Os níveis de compreensão das tabelas, de acordo com Raymond Duval (2002 apud Flores e Moretti, 2005) podem ser classificados em, apreensão pontual e global. A apreensão pontual corresponde ao tipo de leitura que exige apenas a função cognitiva de identificação dos dados, ou seja, apenas que os mesmos sejam visualizados pontualmente na tabela. Enquanto que a apreensão global é o tipo de leitura que exige além da função cognitiva

de identificação, também a de tratamento. Nesse nível de apreensão os dados devem ser manipulados para que a solução seja encontrada, utilizando-se de conceitos, relações e operações entre os mesmos.

### 3. Caminho Percorrido e discussão dos dados

Buscando atingir os nossos objetivos, a pesquisa foi dividida em duas etapas: 1) Análise de todas as provas dos ENEM de 2009 a 2014 para identificar os itens que traziam como suporte as representações gráficas, gráficos e tabelas. 2) Análise dos itens da prova de Matemática e suas Tecnologias de 2014 que trazem como suporte representações gráficas, quanto aos tipos de apreensões de representações gráficas que podem ser requisitadas durante a resolução do item.

#### 3.1 Levantamento do número de itens envolvendo gráficos ou tabelas nos exames nacional do ensino médio (ENEM) de 2009 a 2014 em todas as áreas de conhecimento.

No Gráfico 1, encontra-se a quantidade de questões da prova do ENEM nos anos de 2009 a 2014, seis edições do exame, dividida pelas áreas de conhecimentos. Cada prova contém um total de 45 questões por área, totalizando 180 questões.

*Número de itens que envolvem gráficos ou tabelas por área de conhecimento do ENEM de 2009 a 2014*

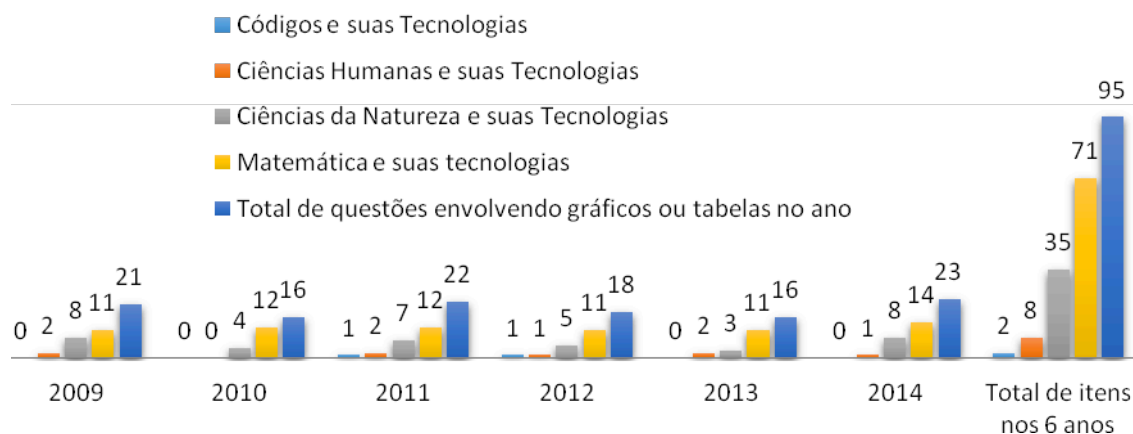


Gráfico 1 – Número de itens que envolvem gráficos ou tabelas por área de conhecimento do ENEM de 2009 a 2014.

Pudemos notar que em todos os anos há um número relativo de itens que envolve a área de tratamento da informação, trazendo como suporte para a resolução do item, gráficos

ou tabelas. Na área de Matemática e suas tecnologias a quantidade de itens que envolve gráficos ou tabelas é relevante, tendo uma média de 11,8 questões por ano, ou seja, um percentual de 26,29% questões por ano. Levando-se em conta as últimas 6(seis) edições do ENEM, desde de sua modificação, passando a ser dividido por área de conhecimento, foram um total de 71 item, dos 270 itens envolvendo tratamento da informação, tendo como suporte, gráficos ou tabelas. No último ano, 2014, foram 14 itens, o equivalente a 31,11%, valor acima da média de itens por ano, de acordo com o estudo.

Outra área que tem um número significativo de itens envolvendo gráficos ou tabelas, é a de Ciências da Natureza e suas Tecnologias, tendo em todas as edições do ENEM que foram analisadas itens contendo esses tipos de suporte. A média de itens por ano foi de 5,85, dos 45 itens da prova. Em 2014, foram 8 itens, um percentual de 17,8% da prova, sendo outra área de conhecimento em que houve um aumento no número de itens no ano de 2014 que apresentam gráficos e tabelas como suporte.

O total de itens do ENEM no período compreendido entre 2009 e 2014 foram de 900. Desses, 119, envolveram gráficos ou tabelas, correspondendo a um percentual de 13,32% de itens de todas as provas do ENEM. Esses tipos de itens que trazem como suporte, gráficos ou tabelas estão presentes no ENEM, em todas as áreas do conhecimento, com um peso relativo, não se restringindo apenas à Matemática e suas Tecnologias.

### 3.2 Análise dos itens quanto a apreensão de gráficos e tabelas, do ENEM 2014, na área de matemática e suas tecnologias.

Como exemplo da análise desenvolvida nos itens da prova de matemática e suas tecnologias do ENEM 2014 que apresentaram como suporte gráficos ou tabelas, quanto ao tipo de apreensão que esses requerem, apresentamos a figura 1 que corresponde ao item 153 do caderno 7 do referido exame.

**QUESTÃO 163**

Uma empresa de alimentos oferece três valores diferentes de remuneração a seus funcionários, de acordo com o grau de instrução necessário para cada cargo. No ano de 2013, a empresa teve uma receita de 10 milhões de reais por mês e um gasto mensal com a folha salarial de R\$ 400 000,00, distribuídos de acordo com o Gráfico 1. No ano seguinte, a empresa ampliará o número de funcionários, mantendo o mesmo valor salarial para cada categoria. Os demais custos da empresa permanecerão constantes de 2013 para 2014. O número de funcionários em 2013 e 2014, por grau de instrução, está no Gráfico 2.

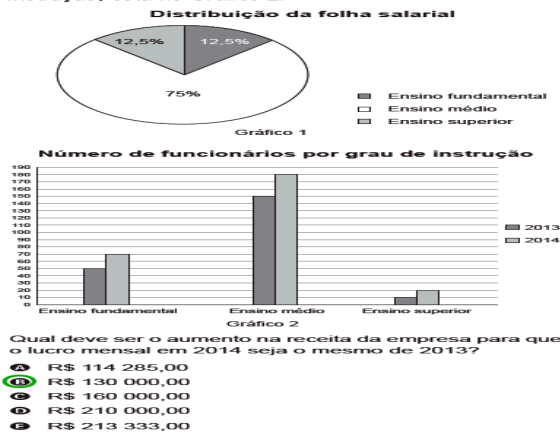


Figura 1. Item 153 da prova de matemática e suas tecnologias do ENEM 2014

Fonte: BRASIL (2014), p. 24.

O item apresenta dois tipos de gráficos como suporte. Um gráfico de setor contendo os percentuais da folha salarial mensal de uma empresa por grau de instrução dos empregados; e um gráfico de colunas contendo o número de funcionários dessa empresa por grau de instrução.

I) Estratégia esperada para a resolução:

- 1) Analisar o primeiro gráfico, que traz a distribuição da folha salarial, colhendo a informação de quanto é gasto para o pagamento de cada grau de instrução, aplicando o conceito de porcentagem. Como o valor gasto com a folha salarial é de R\$ 400.000,00, para a categoria de ensino fundamental é gasto 12,5%, daí, 12,5% de R\$ 400.000,00 é igual a R\$ 50.000,00, para a categoria de ensino médio é gasto 75%, daí 75% de 400.000,00 é R\$ 300.000,00 e para a categoria de ensino superior é gasto 12,5%, sendo 12,5% de R\$ 400.000,00 R\$ 50.000,00;
- 2) Com a informação do segundo gráfico, que traz o número de funcionário por grau de instrução, dividir o valor gasto por cada categoria de grau de instrução pela quantidade de funcionários das categorias em 2013, que é representado pela barra mais escura no segundo gráfico, indo para a linha, onde estão os graus de instrução, e relacionar com a coluna dos

valores, sendo 50 funcionários na categoria fundamental, 150 na categoria médio e 10 na superior. Dividindo o valor gasto pela quantidade de funcionários em cada categoria encontra-se o valor de cada salário, assim temos: Na categoria do ensino fundamental R\$ 50.000,00 dividido por 50 funcionários, que é igual a R\$ 1.000,00 de salário. Na categoria do ensino médio é R\$ 300.000,00 dividido por 150 funcionários que equivale a um salário de R\$ 2.000,00 e para a categoria de nível superior foram R\$ 50.000,00 dividido por 10 funcionários, que equivale um salário de R\$ 5.000,00;

3) Ainda com as informações do segundo gráfico, colher a quantidade de funcionários que serão acrescentados no ano de 2014, e multiplicar pelo salário de cada categoria encontrada no item anterior. Para encontrar a quantidade de funcionários no ano de 2014, no segundo gráfico a barra mais clara, indo para a linha, onde estão os graus de instrução, e relacionar com a coluna dos valores, onde na categoria de ensino fundamental é de 70 funcionários, na categoria de ensino médio é de 180 e na superior é de 20. Logo os gastos serão 70 funcionários vezes o salário de R\$ 1.000,00, que equivale a R\$ 70.000,00 na categoria do ensino fundamental, na categoria do ensino médio serão 180 funcionários vezes o salário de R\$ 2.000,00, que equivale um gasto de R\$ 360.000,00 e na categoria de nível superior serão 20 funcionários vezes R\$ 5.000,00 que equivale um gasto de R\$ 100.000,00 na categoria, totalizando um gasto de R\$ 530.000,00 na folha salarial em 2014;

4) Concluir que para o lucro continuar o mesmo, a receita deve aumentar em R\$ 130.000,00, que é o valor que ultrapassou dos 400.000,00 gastos com a folha salarial no ano anterior.

## II) Comentários:

O item requer que o candidato realize uma leitura além dos dados, ou seja, apreenda informações que não estão explícitas nos gráficos, sendo necessário para isso relacionar os dados contidos neles e fazer algumas inferências. Além disso, o item requer a aplicação de conceitos matemáticos e estatísticos, utilizando desta forma o nível de “Apreensão de interpretação global”.

Outro exemplo que apresentamos, corresponde ao item 161 do caderno 7 do ENEM de 2014.

**QUESTÃO 161** =====

Um pesquisador está realizando várias séries de experimentos com alguns reagentes para verificar qual o mais adequado para a produção de um determinado produto. Cada série consiste em avaliar um dado reagente em cinco experimentos diferentes. O pesquisador está especialmente interessado naquele reagente que apresentar a maior quantidade dos resultados de seus experimentos acima da média encontrada para aquele reagente. Após a realização de cinco séries de experimentos, o pesquisador encontrou os seguintes resultados:

	Reagente 1	Reagente 2	Reagente 3	Reagente 4	Reagente 5
Experimento 1	1	0	2	2	1
Experimento 2	6	6	3	4	2
Experimento 3	6	7	8	7	9
Experimento 4	6	6	10	8	10
Experimento 5	11	5	11	12	11

Levando-se em consideração os experimentos feitos, o reagente que atende às expectativas do pesquisador é o

- A 1.
- B 2.
- C 3.
- D 4.
- E 5.

Figura 2. Item 161 da prova de matemática e suas tecnologias do ENEM 2014

Fonte: BRASIL (2014), p. 26.

O item traz uma tabela contendo valores obtidos a partir do uso de reagentes nos experimentos.

I) Estratégia esperada para a resolução:

1) Na tabela, ir a coluna do reagente 1, encontrar a média entre todos os dados trazidos com relação aos experimentos, do 1 ao 5, sendo a média, a soma de todos dados da coluna dividido por 5, ou seja,  $(1 + 6 + 6 + 6 + 11)/5 = 6$ .

2) Na tabela, ir a coluna do reagente 2, encontrar a média entre todos os dados trazidos com relação aos experimentos, do 1 ao 5, sendo a média, a soma de todos dados da coluna dividido por 5, ou seja,  $(0 + 6 + 7 + 6 + 5)/5 = 4,8$ .



3) Na tabela, ir a coluna do reagente 3, encontrar a média entre todos os dados trazidos com relação aos experimentos, do 1 ao 5, sendo a média, a soma de todos dados da coluna dividido por 5, ou seja,  $(2 + 3 + 8 + 10 + 11)/5 = 6,8$ .

4) Na tabela, ir a coluna do reagente 4, encontrar a média entre todos os dados trazidos com relação aos experimentos, do 1 ao 5, sendo a média, a soma de todos dados da coluna dividido por 5, ou seja,  $(2 + 4 + 7 + 8 + 12)/5 = 6,6$ .

5) Na tabela, ir a coluna do reagente 5, encontrar a média entre todos os dados trazidos com relação aos experimentos, do 1 ao 5, sendo a média, a soma de todos dados da coluna dividido por 5, ou seja,  $(1 + 2 + 9 + 10 + 11)/5 = 6,6$ .

6) Analisar qual dos reagentes tem a maior quantidade de experimento acima da média, logo notará que o reagente 2 tem média de 4,8, tendo quatro experimentos maior que sua média.

## II) Comentários:

Os dados contidos na tabela necessitavam serem tratados utilizando para isso procedimentos diversos, tais como, operação de adição e divisão, cálculo de média. Além disso, foi necessário comparar dados entre colunas e fazer inferências. Desta forma, o item requer do candidato uma “apreensão global” da tabela, ou seja, a compreensão e análise dos dados como um todo.

## 4 Síntese da análise dos itens da prova de matemática e suas tecnologias do ENEM de 2014.

O quadro 1 apresenta uma síntese da análise dos itens da prova de 2014 do ENEM, que tem como suporte gráficos ou tabelas, descrevendo por item analisado, o suporte envolvido, conceitos matemáticos trabalhados e nível de apreensão exigido.

Quadro 1. Suportes usados, conceitos matemáticos trabalhados e nível de apreensão.

Item 2014	Suporte usado	Conceito relacionado Trabalhado	Nível de apreensão
136	Gráfico	Comparação de valores; As quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão).	Apreensão de extensão de traçado efetuado

137	Tabela	Varição; Razão e Proporção.	Apreensão Global
138	Tabela	Comparar dados.	Apreensão Pontual
140	Tabela	As quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão); Razão; Proporção e Porcentagem.	Apreensão Global
141	Tabela	Comparação; Mediana; As operações (adição, subtração, multiplicação e divisão); Conceitos de Crescente e Decrescente.	Apreensão Global
153	Gráfico	As quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão); Razão; Proporção e Porcentagem.	Apreensão de interpretação global
155	Tabela	Conjuntos numéricos; Pesos; Arredondamento; Média; Média ponderada; Proporção; Equação do primeiro grau.	Apreensão Global
157	Tabela	Estatística (média, mediana, moda e média de distribuição).	Apreensão Pontual
158	Tabela	As quatro operações; Porcentagem; Probabilidade e Amostra.	Apreensão Global
161	Tabela	As 4 operações; Comparação de valores e Média.	Apreensão Global
162	Tabela	As 4 operações; Comparação de valores; Porcentagem; Equação do primeiro Grau; Função do primeiro grau.	Apreensão Pontual
166	Gráfico	Comparação de valores; Função do primeiro grau.	Apreensão de extensão de traçado efetuado
176	Gráfico	Adição; Comparação de valores; Função do primeiro grau.	Apreensão de extensão de traçado efetuado.

De acordo com o quadro 1, do total de 13 itens analisados, 9, trouxeram como suporte a tabela, correspondendo a um percentual de 69%. Enquanto que 31% dos itens apresentaram como suporte os gráficos. Sendo importante verificar que dois itens trouxeram, cada um, dois tipos de gráficos como suporte (gráfico de linha e de barras e gráfico de setores e de barras), necessitando a compreensão e interpretação de ambas as formas de gráficos para resolução do item.

Dos itens que envolvem a tabela como suporte, a maioria requer o nível de apreensão global, 66,6%, para a resolução dos problemas, exigindo do candidato todas o uso de todas as funções cognitivas, consideradas por Duval ( 1988 apud Araújo 2008) para a compreensão e solução dos itens.

Dos itens que trouxeram gráficos como suporte, nenhum deles necessitou apenas de uma apreensão ponto a ponto, considerada de baixo nível de dificuldade. Como um todo,

78,5% dos itens trazidos pelo ENEM de 2014, exigia do aluno todas as funções cognitivas para a solução dos problemas, bem como a compreensão de diversos conceitos matemáticos.

Esses itens exigiam um nível de apreensão que os candidatos não só utilizam os suportes para identificar dados, mas também, para tratar as informações contidas nessas representações.

#### 4. Considerações finais

Em nossa pesquisa Verificamos a quantidade expressiva de itens do ENEM, nas áreas de Ciências da natureza e suas tecnologias, e matemática e suas tecnologias que trazem como suporte as representações gráficas, gráficos e tabelas.

Na análise dos itens identificados na prova de matemática e suas tecnologias de 2014 que possuíam suporte nas representações, gráficos ou tabelas, com exceção da *apreensão ponto a ponto*, dos gráficos, todos os tipos de apreensões requeridas por gráficos e tabelas, apontadas por Duval (1988 apud Araújo 2008; 2002 apud Flores e Moretti, 2005) foram contempladas na prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM 2014. Além disso, a interpretação dos dados desses suportes exigia o emprego de conceitos matemáticos tanto da área de Tratamento da informação, como de outras áreas da matemática.

O estudo realizado nessa pesquisa traz o quanto é relevante o conhecimento representacional de gráficos e tabelas para a construção do conhecimento e para o desenvolvimento das diversas funções cognitivas dos estudantes. O trabalho trouxe uma abordagem de como esse conhecimento é tratado no Exame Nacional do Ensino Médio, que é uma avaliação de extrema importância para o país, pois além de fornecer informações relativas a educação básica no Brasil, é utilizado como processo seletivo para o ingresso no Ensino Superior, estando em jogo à vida acadêmica e profissional de muitos estudantes que pretendem ingressar nesse nível de ensino.

Para Duval (2009) a compreensão efetiva do objeto matemático só é alcançada a partir do momento em que o aluno consegue transitar de uma representação a outra utilizando os diferentes tipos de registros de representação: algébricos, gráficos, numéricos ou a língua materna. Pudemos perceber que as representações gráficas, gráficos ou tabelas, favorecem esse trânsito entre as representações na medida em que as informações trazidas nos suportes,

além de exigir que o aluno colha e trate essas informações, exige que ele compare, faça inferências e relacione dados contidos nessas representações com os presentes no enunciado do item. Para finalizar pudemos concluir o quanto é relevante esse conhecimento e a importância de se trabalhar esse tema em sala de aula, durante toda a educação básica, desde os anos iniciais de escolaridade, para que os alunos possam desenvolver uma compreensão acerca da leitura e interpretação de gráficos e tabelas, bem como para que possa interpretar informações presentes no cotidiano. Sendo assim, poderão ter uma melhor compreensão do mundo que o cerca, ao tratar os dados de forma significativa, contribuindo para sua convivência em sociedade e para o exercício da cidadania.

## Referências

ARAÚJO, E.G. *O tratamento da informação nas séries iniciais: uma proposta de formação de professores para o ensino de gráficos e tabelas*, 2008. 178 p. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina, 2008

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª séries): Matemática*. Brasília, MEC/SEF, 1998.

\_\_\_\_\_. *Portaria MEC nº 438/1998*. Institui o Exame Nacional do Ensino Médio. Brasília, DF, 1998. Disponível em: <[http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/diretrizes\\_p0178\\_0181\\_c.pdf](http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/diretrizes_p0178_0181_c.pdf)>. Acessado em 21/01/2012.

DUVAL, R. *Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais*. Coleção Contextos da Ciência. Fasc. I. 1ª ed. São Paulo: editora Livraria da Física, 2009.

FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. *O funcionamento cognitivo e semiótico das representações gráficas: Ponto de análise para a aprendizagem matemática*. 28ª Reunião GT19. Caxambú, MG, 2005. Disponível em: <[http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo\\_producoes/docs\\_28/funcionamento.pdf](http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_28/funcionamento.pdf)>.

RAMALHO, B. L.; NÚÑEZ, I. B. *Fundamentos do ensino-aprendizagem das ciências naturais e da matemática: as provas do ENEM como referência para o Ensino Médio*. In: \_\_\_\_\_ (Organizadores). *Aprendendo com o ENEM – Reflexões para melhor se pensar o ensino e a aprendizagem das ciências naturais e da matemática*. Brasília: Liber Livro Editora, 2011. Apresentação, p. 7-15.