

## OS CONTEXTOS EM QUE A FUNÇÃO QUADRÁTICA SE APRESENTA NAS ABORDAGENS DE LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO: UMA AMOSTRA DA ANÁLISE PRAXEOLÓGICA.

*Adiel Praseres Chaves*  
*Pontifícia Universidade Católica de São Paulo*  
*adiel.adielchaves@gmail.com*

*Saddo Ag Almouloud*  
*Pontifícia Universidade Católica de São Paulo*  
*saddoag@gmail.com*

### **Resumo:**

O presente estudo é recorte de nossa dissertação de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática em fase de construção, intitulada: Livros Didáticos do Ensino Médio e apresentação de Função Quadrática, que tem como objetivo, analisar os contextos em que referida função se apresenta nas abordagens dos livros supracitados. O referido estudo procura se apoiar na Teoria Antropológica do Didático, desenvolvida por Yves Chevallard (1992), como ferramenta de análise. É uma pesquisa qualitativa de natureza documental, que procura responder a questão: em quais contextos a Função Quadrática se apresenta nas abordagens de livros didáticos do Ensino Médio?. Para tal, foram definidos, a priori, os procedimentos e critérios (categorias) de análise, à luz da Teoria Antropológica do Didático, que ao realizar as análises das tarefas de função quadrática, foi possível identificar em qual contexto referida tarefa se insere.

**Palavras-chave:** Contexto, Função Quadrática, Livros Didáticos.

### **1. Introdução**

Na análise dos contextos em que a função quadrática se apresenta nas abordagens de livros didáticos do Ensino Médio, empregamos como ferramenta de análise a Teoria Antropológica do Didático desenvolvida por Yves Chevallard, que segundo Almouloud (2007, p.111), é uma contribuição importante para a didática da matemática, pois, além de ser uma evolução do conceito de transposição didática, inserindo a didática no campo da antropologia, focaliza o estudo das organizações praxeológicas didáticas pensadas para o ensino e a aprendizagem de organizações matemáticas.

Para Almouloud (2007, p. 117), uma organização praxeológica é um conjunto de técnicas, de tecnologias e de teorias organizadas para um tipo de tarefa formando uma organização praxeológica pontual. A palavra praxeologia é formada por dois termos gregos, práxis e logos, que significam, respectivamente, prática e razão. Ela reporta-se ao fato de que uma prática humana, no interior de uma instituição, está sempre acompanhada de um discurso, mais ou menos desenvolvido, de um logos que justifica, a acompanha e que lhe dá razão. O autor considera, por exemplo, o ensino da matemática no Ensino Médio, ao poder falar:

- de uma organização praxeológica pontual no que diz respeito à resolução de um certo tipo de problema de proporcionalidade organização que responderia à seguinte questão: “como resolver um problema desse tipo?”;
- de uma organização local no que diz respeito à resolução de diferentes tipos de problemas de proporcionalidade;
- de uma organização regional, no que diz respeito, por exemplo, à noção de função numérica (que corresponde a todo um setor da matemática ensinada no Ensino Médio).

Para a análise dos contextos em que a função quadrática se apresenta nas abordagens de livros didáticos do Ensino Médio, primeiro identificamos as questões-propostas (tarefas) de função quadrática por contextos. Em seguida realizamos a análise de tais tarefas por conteúdo tendo como ferramenta de análise a Teoria Antropológica do Didático (TAD), mais precisamente as análises praxeológicas ou organizações praxeológicas.

## 2. A Função Quadrática

A Função quadrática como se apresenta nas abordagens de Livros Didáticos em determinados momentos é tida como ferramenta quando de sua utilização/aplicação na resolução de problemas e em outros momentos é tida como objeto quando em uma determinada pesquisa (ou estudo) a tem como objeto de estudo. Em nossa pesquisa a Função Quadrática é o objeto de estudo, pois procuramos analisá-la nas abordagens de livros didáticos no que se refere aos contextos em que ela se insere. Mas essa Função Quadrática da forma como é hoje apresentada nas abordagens de livros didáticos é fruto de várias

experiências científicas que segundo a história passou por mudanças de constituição de seu modelo e conseqüentemente em sua escrita (representação algébrica) até chegar a sua forma de representação atual.

### 3. Estudo Matemático da Função Quadrática

Ao comparar a lei  $y=kx^2$ ,  $k$  constante, que segundo Rodrigo (2006) foi deduzida por Galileu para definir a relação da distância horizontal  $x$ , e a distância vertical  $y$ , percorrida por uma bola que cai, com a lei de formação da função quadrática apresentada hoje nos livros didáticos definida por uma função  $f$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}$  dada por  $f(x)=ax^2+bx+c$  em que  $a, b, c$  números reais  $a \neq 0$ , observa-se que há semelhanças nas suas constituições, isto é, tanto a lei  $y=kx^2$  quanto a lei de formação da função quadrática  $f(x)=ax^2+bx+c$ , possuem características de funções polinomiais do 2º grau ou função quadrática. Tal observação nos leva a concluir que a lei  $y=kx^2$  constitui-se em lei de formação de uma função quadrática.

A função quadrática cuja lei é  $y=kx^2$ ,  $k \neq 0$ , é representada por uma curva chamada parábola. Tal parábola pode ter a sua concavidade voltada para cima ou para baixo, dependendo do valor do número  $k$  ser positivo ( $k>0$ ) ou negativo ( $k<0$ ) respectivamente.

Dependendo do valor do número  $k$  ser positivo ( $k>0$ ) ou negativo ( $k<0$ ), a parábola que representa a função quadrática cuja lei de formação é  $y=kx^2$ ,  $k \neq 0$ , tem ponto mínimo ou máximo respectivamente, coincidindo com o ponto origem dos eixos cartesianos  $(0,0)$ .

A partir destas conclusões, ao variarmos os valores reais que  $x$  assume na lei de formação  $y=kx^2$ ,  $k \neq 0$ , da função quadrática, formam-se aí famílias de curvas (parábolas).

No que diz respeito ao estudo dos sinais da lei de formação da função quadrática  $y=kx^2$ ,  $k \neq 0$ , consideremos três casos:

Primeiro, quando o número  $k$  for positivo ( $k>0$ ) a representação gráfica (parábola) da função tem concavidade voltada para cima e ponto mínimo coincidindo com a origem dos eixos cartesianos  $(0,0)$ . Daí percebe-se que, atribuindo valores reais para  $x$  tantos maiores que zero ( $x>0$ ) quanto menores que zero ( $x<0$ ), a função cuja lei de formação é  $y=kx^2$ ,  $k \neq 0$ , será sempre positiva ( $y>0$ );

Segundo, quando o número  $k$  for negativo ( $k < 0$ ), a sua representação gráfica (parábola) da função tem concavidade voltada para baixo e ponto máximo coincidindo com a origem dos eixos cartesianos  $(0,0)$ . Daí percebe-se que, atribuindo valores reais para  $x$  tantos maiores que zero ( $x > 0$ ) quanto menores que zero ( $x < 0$ ), a lei de formação  $y = kx^2$ ,  $k < 0$  da função, será sempre negativa ( $y < 0$ );

Terceiro, independente de qualquer que seja valores  $k$  a lei de formação  $y = kx^2$ ,  $k \neq 0$  da função, assumo, percebe-se que atribuindo para  $x = 0$ , referida função será sempre nula ( $y = 0$ ).

Resumindo, ao estudar os sinais da função quadrática cuja lei de formação é dada por  $y = kx^2$ ,  $k \neq 0$ , para  $x \neq 0$  quando  $k > 0$ ,  $y > 0$  e quando  $k < 0$ ,  $y < 0$ . No entanto, para  $x = 0$ ,  $y = 0$   $k \neq 0$

#### 4. O livro didático como fonte de dados da pesquisa

Escolhemos o livro didático como fonte de pesquisa por considerarmos ser um instrumento importante no processo de ensino e aprendizagem tanto como auxílio ao professor no ato de planejar suas aulas, quanto como auxílio ao aluno no acompanhamento dos conteúdos abordados em sala de aula. Nessa linha de pensamento, PNLD (2005 apud MIGUEL, 2005, p. 76) aponta que o livro didático é um meio que exerce grande influência sobre a atuação do professor em sala de aula, pois ele se torna, frequentemente, a única ferramenta disponível para o seu trabalho. Para Chevallard (1999 apud ORDEM, 2010, p.73) o livro didático determina em grande parte a opção didática do professor com relação ao tipo de conteúdo a desenvolver em sala de aula, e a maneira como fazê-lo e para o aluno é uma das maiores fontes de aquisição do saber.

Tendo em vista os resultados positivos obtidos pelo Plano Nacional do Livro Didático PNLD, inicialmente criado para atender o Ensino Fundamental, o MEC considerando ser o livro didático um recurso básico para o aluno, no processo ensino-aprendizagem, e a participação do professor no processo de escolha desse livro, decidiu ampliar a distribuição e as avaliações de livros didáticos também para o Ensino Médio, criando através da Resolução nº 38 de 15 de outubro de 2003, do FNDE, o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio PNLEM, implantando assim, de forma gradativa, a distribuição de livros de Português e Matemática aos alunos das três séries do Ensino Médio de todo o Brasil.

Sendo o livro didático de matemática da 1ª série do Ensino Médio, distribuído pelo PNLEM um instrumento utilizado em nossos planejamentos como professor de matemática de duas escolas públicas na cidade de Zé Doca no Estado do Maranhão, justificamos a razão pela qual escolhemos o livro didático do PNLEM (2015) como fonte de dados de nossa pesquisa.

## 5. Procedimentos para análise

Os procedimentos para análise de tarefas de Função Quadrática segundo os contextos em que ela se insere, seguirão os seguintes passos:

- (1) por meio da leitura do enunciado de tarefas de Função Quadrática, identificar em quais contextos (dia-a-dia, histórico, interdisciplinar, matemática) referida tarefa se insere;
- (2) por meio das análises praxeológicas, tendo como norte, os critérios (categorias) para análise, identificar em quais conteúdos (introdução, gráfico, estudo dos sinais) da Função Quadrática referidas tarefas pertencem.

## 6. Análise dos livros selecionados

Analisar os livros selecionados, passa pela análise das questões-propostas, contidas nas abordagens em que esses livros são constituídos, que se traduz em tarefas. Segundo Almouloud (2007), na Teoria Antropológica do Didático (TAD), as noções de tipo de tarefa, tipos de técnica, tecnologia e teoria, permitem modelar as práticas sociais e, em particular, a atividade matemática, baseando-se em três postulados:

1. Toda prática institucional pode ser analisada, sob diferentes pontos de vista e de diferentes maneiras, em um sistema de tarefas relativamente bem delineadas.
2. O cumprimento de toda tarefa decorre do desenvolvimento de uma técnica.

Almouloud (2007) mostra que as tarefas são identificadas por um verbo de ação, que sozinho caracteriza um gênero de tarefa por exemplo: calcular, decompor, resolver, somar, que não definem o conteúdo em estudo. Por outro lado, resolver uma equação fracionária ou ainda decompor uma fração racional em elementos simples caracterizam tipos de tarefas, em que se encontram determinadas tarefas. O autor, ainda mostra que, para uma determinada

tarefa, geralmente, existe uma técnica ou um número limitado de técnicas reconhecidas na instituição que problematizou essa tarefa, embora possam existir técnicas alternativas em outras instituições. A maioria das tarefas institucionais torna-se rotineira quando deixa de apresentar problemas em sua realização. Isso quer dizer que, para produzir técnicas é necessário que se tenha uma tarefa efetivamente problemática que estimule o desenvolvimento de pelo menos uma técnica para responder às questões colocadas pela tarefa. As técnicas assim produzidas são então organizadas para que funcionem regularmente na instituição.

Assim ao analisar tarefas (questões-propostas) de Função Quadrática apresentadas nas abordagens dos livros didáticos selecionados, procuramos seguir as orientações contidas nos procedimentos para análise apresentado.

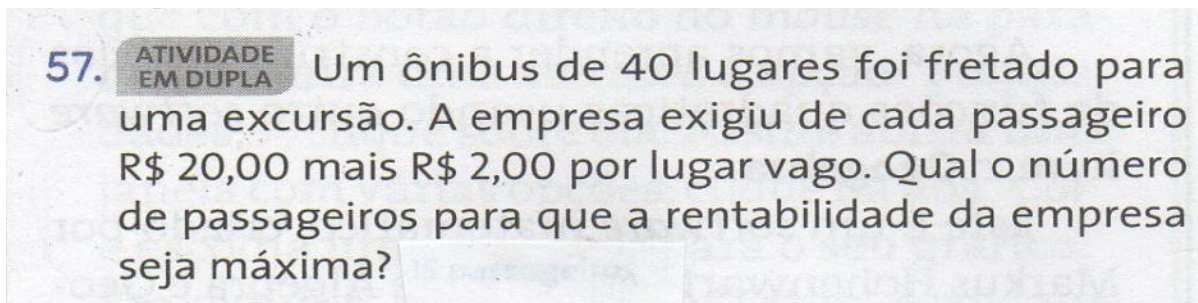
#### **7. Análise dos tipos de contextos em que a função quadrática se apresenta nas abordagens do livro didático LD1**

O livro didático (LD1), no seu capítulo 4, Função Quadrática, conforme Quadro 3 (Levantamento do número de questões propostas do capítulo função quadrática nos livros selecionados), apresenta 76 questões propostas (tarefas) distribuídas em conteúdos (itens) apresentados em suas descrições estruturais. Destas, 7 são do estudo de inequação. Das 69 questões-propostas restantes, 7 são do estudo de equação do 2º grau e 62 que evocam o estudo de função quadrática. Analisando as 62 questões-propostas que evocam o estudo de função quadrática, de acordo com o primeiro passo dos procedimentos para análise apresentado, identificamos nesse livro: 5 questões propostas do contexto dia-a-dia; nenhuma do contexto histórico; 8 do contexto interdisciplinar e 49 do contexto matemático.

#### **8. Análise do contexto dia-a-dia em que a função quadrática se apresenta nas abordagens do livro didático LD1.**

Ao analisar as 5 questões propostas (tarefas) do contexto dia-a-dia em que a Função Quadrática se apresenta nas abordagens do livro didático LD1, de acordo com o segundo passo dos procedimentos para análise, apresentado, identificamos nesse livro: 2 tarefas pertencente ao conteúdo introdução; 3 tarefas pertencente ao conteúdo gráfico; nenhuma tarefa que envolve o estudo dos sinais da função quadrática.

Como amostra dos resultados obtidos, apresentamos a análise praxeológica de uma tarefa representando as demais:



**Figura 1-1<sup>a</sup>** amostra de questão proposta (tarefa) de conteúdo da Função Quadrática apresentada nas abordagens do livro didático “Matemática Contexto & Aplicações”.  
**Fonte: Dante (2013, p. 125)**

**Tarefa:** Um ônibus de 40 lugares foi fretado para uma excursão. A empresa exigiu de cada passageiro R\$ 20,00 mais R\$ 2,00 por lugar vago. Qual o número de passageiros para que a rentabilidade da empresa seja máxima?

**Técnica:** Determinemos inicialmente a lei de formação da função lucro  $L(x)$  a partir do produto das equações  $40-x$  (diferença do número de lugares que o ônibus possui com o número de lugares vazios) e  $20+2x$  (soma de 20,00 com 2,00 arrecadado de cada passageiro por lugar vago), isto é,  $L(x)=(40-x).(20-2x)$ , desenvolvendo o produto,  $L(x)=-x^2+30x+400$ .

Em seguida, determinemos a abscissa do vértice (dada pela fórmula  $X_v = \frac{b}{2a}$ ) da parábola que representa a lei da função lucro  $L(x)=-x^2+30x+400$ , assim estaremos determinando o número de passageiros necessários para que a rentabilidade da empresa seja máxima. Da lei  $L(x)=-x^2+30x+400$ , consideremos que o coeficiente de  $x^2$  seja  $a=-1$ , que o coeficiente de  $x$  seja  $b=30$  e que o termo independente seja  $c=400$ . Substituindo  $a$  e  $b$  na fórmula  $X_v = \frac{b}{2a}$ , ou

seja,  $X_v = \frac{30}{2 \cdot (-1)}$ , efetuando as operações indicadas,  $X_v=15$ . Portanto, o número de passageiros necessários para que a rentabilidade da empresa seja máxima, é de 15 passageiros.

**Tecnologia:** Estruturas aditivas e multiplicativas em  $\mathbb{R}$  e conceito de função, mais especificamente de função quadrática.

**Teoria:** O quadro algébrico.

O enunciado da tarefa constitui-se de uma situação-problema que poderemos necessitar resolver em uma determinada circunstância, com isso a classificamos como uma tarefa que se insere no contexto dia-a-dia.

Também, a técnica e a tecnologia empregada na tarefa em estudo, as classificamos como uma tarefa do conteúdo gráfico da função quadrática, pois de acordo com os critérios (categoria) de análise, ela pertencerá ao conteúdo gráfico, quando a partir de uma situação-problema, na sua resolução necessite do esboço e interpretação gráfica, do cálculo do vértice, do cálculo da(s) raiz(es) (se houver) e do cálculo do valor numérico da Função Quadrática.

Portanto, de acordo com as considerações acima, classificamos a tarefa apresentada em uma tarefa do “contexto dia-a-dia” que se insere no conteúdo “gráfico” da função quadrática.


## 9. Análise do contexto interdisciplinar em que a função quadrática se apresenta nas abordagens do livro didático LD1

Ao analisar as 8 questões propostas (tarefas) do contexto interdisciplinar em que a Função Quadrática se apresenta nas abordagens do livro didático LD1, de acordo com o segundo passo dos procedimentos para análise, apresentado, identificamos nesse livro: nenhuma tarefa pertencente ao conteúdo introdução; 8 tarefas pertencente ao conteúdo gráfico; nenhuma tarefa que envolve o estudo dos sinais da função quadrática.

Como amostra dos resultados obtidos, apresentamos a análise praxeológica de uma tarefa representando as demais:

14. Gerador é um aparelho que transforma qualquer tipo de energia em energia elétrica. Se a potência  $\mathcal{P}$  (em watts) que certo gerador lança em um circuito elétrico é dada pela relação  $\mathcal{P}(i) = 20i - 5i^2$ , em que  $i$  é a intensidade da corrente elétrica que atravessa o gerador, determine o número de watts que expressa a potência  $\mathcal{P}$  quando  $i = 3$  ampères.

15 watts



A pilha é um tipo de gerador.

James Henning/Shutterstock  
Oliver Hinz



**Figura 2-2<sup>a</sup>** amostra de questão proposta (tarefa) de conteúdo da Função Quadrática apresentada nas abordagens do livro didático “Matemática Contexto & Aplicações”. Fonte: Dante (2013, p. 106)

**Tarefa:** Se a potência  $P$  (em watts) que certo gerador lança em um circuito elétrico é dada pela relação,  $P(i) = 20i - 5i^2$  em que  $i$  é a intensidade da corrente elétrica que atravessa o gerador, determine o número de watts que expressa a potência  $P$  quando  $i=3$  ampères.

**Técnica:** Sabendo que a potência  $P$  (em watts) de um certo gerador é dada pela relação  $P(i) = 20i - 5i^2$ , em que  $i$  é a intensidade da corrente elétrica que atravessa o gerador. Considerando que essa relação possibilita determinar a potência  $P$  em função da intensidade de corrente  $i$ . Quando  $i=3$  ampères, a potência do gerador para essa intensidade de corrente, será determinada ao substituir  $i=3$  na relação  $P(i) = 20i - 5i^2$ , ou seja,  $P(3) = 20.3 - 5.3^2$ , efetuando as operações indicadas,  $P(3) = 15$  watts.

**Tecnologia:** Estruturas aditivas e multiplicativas em  $\mathbb{R}$  e conceito de função, mais especificamente de função quadrática.

**Teoria:** O quadro algébrico

A tarefa envolve conceitos de outras áreas do conhecimento, no caso, de eletricidade, tópico da disciplina física. Em vista referida tarefa ser do estudo de Função Quadrática, no entanto envolver outras áreas do conhecimento, a classificamos como uma tarefa do contexto interdisciplinar.

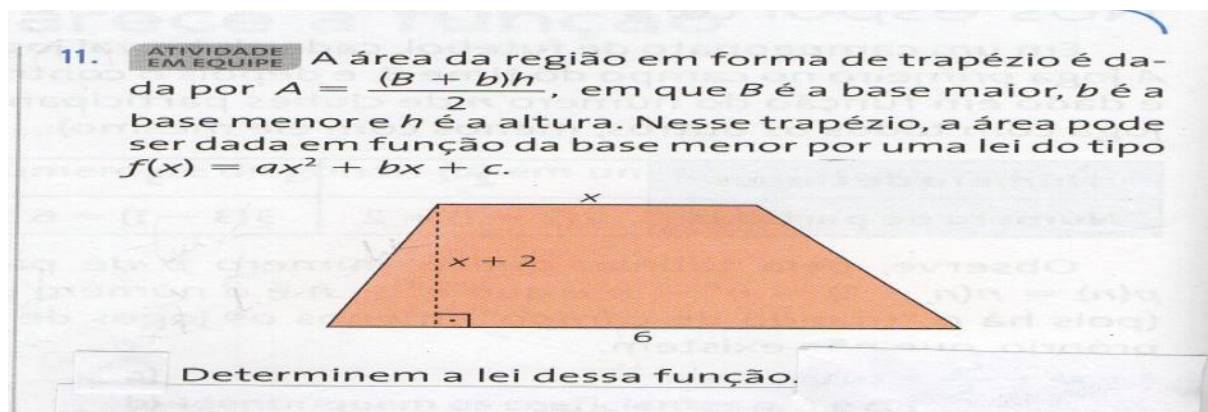
Também, a técnica e a tecnologia empregada na tarefa em estudo, as classificam como uma tarefa do conteúdo gráfico da função quadrática, pois de acordo com os critérios (categoria) de análise, ela pertencerá ao conteúdo gráfico, quando a partir de uma situação-problema, na sua resolução necessite do esboço e interpretação gráfica, do cálculo do vértice, do cálculo da(s) raízes (se houver) e do cálculo do valor numérico da Função Quadrática

Portanto, de acordo com as considerações acima, classificamos a tarefa apresentada em uma tarefa do “contexto interdisciplinar” que se insere no conteúdo “gráfico” da função quadrática.

## 10. Análise do contexto matemático em que a Função Quadrática se apresenta nas abordagens do livro didático LD1.

Ao analisar as 49 questões propostas (tarefas) do contexto matemático, em que a Função Quadrática se apresenta nas abordagens do livro didático LD1, de acordo com o segundo passo dos procedimentos para análise, apresentado, identificamos nesse livro, 6 tarefas pertencente ao conteúdo introdução; 39 tarefas pertencente ao conteúdo gráfico; 4 tarefas que envolvem o estudo de sinais da função quadrática.

Como amostra dos resultados obtidos, apresentamos a análise praxeológica de uma tarefa representando as demais:



**Figura 3** –3ª Amostra de questão-proposta (tarefa) do conteúdo Função Quadrática apresentada nas abordagens do livro didático “Matemática Contexto & Aplicações”. Fonte: Dante (2013, p.106)

**Tarefa:** Determinar a lei da função que representa a medida da área do trapézio em função de  $x$  de fórmula  $A = \frac{(B + b)h}{2}$ , dada a base maior  $B=6$ , a base menor  $b=x$  e a altura  $h=x+2$ .

**Técnica:** A lei da função que representa a medida da área do trapézio de fórmula  $A = \frac{(B + b)h}{2}$ , obtém-se substituindo na fórmula  $A = \frac{(B + b)h}{2}$ , a base maior  $B=6$ , a base menor  $b=x$  e a altura  $h=x+2$  dados. Ou seja,  $A = \frac{(6 + x)(x + 2)}{2}$ , desenvolvendo o produto e dividindo por 2,  $A = \frac{x^2 + 8x + 12}{2}$  ou  $A = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 6$ .

**Tecnologia:** Estruturas algébricas e conceito de função, mais especificamente de função quadrática.

**Teoria:** O quadro geométrico e algébrico

A tarefa envolve conceitos matemáticos como: cálculo da medida da área de um trapézio dada a fórmula  $A = \frac{(B + b)h}{2}$ , produtos notáveis, divisão, tendo como finalidade a determinação da lei de uma função do tipo  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Em vista a tarefa em sua resolução envolver a matemática nela mesma, a classificamos como uma tarefa que se insere no contexto matemático.

Também, a técnica e a tecnologia, empregadas na tarefa em estudo, as classificam como uma tarefa do conteúdo introdução da função quadrática, pois de acordo com a sua categoria de análise, ela pertencerá ao conteúdo introdução quando a partir de uma situação problema, na sua resolução convoque a Função Quadrática pela sua representação algébrica.

Portanto, a tarefa apresentada é uma tarefa que se insere no “contexto matemático” e no “conteúdo introdução” da função quadrática.

## 11. Considerações Finais

Considerando o livro didático um instrumento importante no processo ensino e aprendizagem onde o professor a tem como ferramenta de trabalho e o aluno como de estudo no contexto escolar, conforme demonstra Lajolo (1996) quando diz:

A importância atribuída ao livro didático em toda a sociedade faz com que ele acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando de forma decisiva o que se ensina e como se ensina o que se ensina (LAJOLO, 1996, p. 4)

A escolha de livro didático na escola, analisar seus registros, identificando-o como um instrumento que possibilite a melhor condução dos ensinamentos nele contido necessários para uma boa aprendizagem, requer da comissão de professores indicada para referida tarefa, conhecimentos prévios necessários para a indicação consciente daquele(s) livro(s).

Analisar a apresentação da Função Quadrática nas abordagens de livros didáticos tendo como ferramenta de análise a Teoria Antropológica do Didático (TAD), mais precisamente, as análises praxeológicas, se constitui um norte no que diz respeito a como analisar livros didáticos que melhor instrumentalize o professor como mediador do conhecimento e possibilite ao aluno melhor acompanhar tais conhecimentos.

## 12. Referências

ALMOULOUD, S.A. **Fundamentos da didática da Matemática**. Curitiba: Ed. UFPR, 2007. 218 p. (pesquisa; n. 164)

LAJOLO, Marisa. **Livro didático: um (quase) manual de usuário**. Em aberto, Brasília, n. 69, v. 16, jan./mar. 1996.

MIGUEL, M. I. R. **Ensino e aprendizagem do Modelo Poisson: Uma experiência como modelagem**. Tese (Doutorado em Educação Matemática). PUC/SP, Brasil, 2005. 266f.

ORDEM, Jacinto. **Prova e demonstração em Geometria: uma busca da organização Matemática e Didática em Livros Didáticos da 6ª a 8ª séries de Moçambique**. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). PUC/SP, Brasil, 2010.

RODRIGO, Marcio. **Função Quadrática: um estudo sobre representações gráficas**. Monografia (Especialização em Educação Matemática). PUC/SP, São Paulo, 2006.