

## RESOLUÇÃO E EXPLORAÇÃO DE PROBLEMAS: ESTREITANDO A DISTÂNCIA ENTRE A PESQUISA E A SALA DE AULA

*Adeilson Pereira da Silva  
Secretaria de Educação de Pernambuco  
adeilson-p@hotmail.com*

### **Resumo:**

As pesquisas quanto a Resolução de Problemas são crescentes, no entanto, seu espaço quanto ao currículo é limitado e a aplicabilidade desses estudos no ensino-aprendizagem em Resolução de Problemas encontra-se lento. Neste relato buscamos refletir uma experiência vivida em sala de aula com a utilização da Resolução e Exploração de Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem desenvolvida em turmas do Ensino Médio de uma escola semi-integral no estado de Pernambuco, na ocasião vivenciávamos o ensino-aprendizagem de Análise Combinatória. A partir da vivência evidenciamos como parte integrante a práxis do professor a pesquisa e reforçamos a necessidade de as pesquisas acadêmicas serem vivenciadas no contexto de sala de aula possibilitando uma maior proximidade entre o saber produzido nas academias e o dos professores da educação básica.

**Palavras-chave:** Resolução de Problemas; Pesquisa Pedagógica; Sala de aula.

### **1. Introdução**

Quanto ao ensino-aprendizagem de Análise Combinatória, as pesquisas destacam a necessidade de uma abordagem intuitiva a partir de elementos concretos e/ou com uso da enumeração dos elementos de contagem. Dessa forma não se nega a utilização de fórmulas, mas a mesma é tratada como mais uma ferramenta na Resolução dos Problemas de Análise Combinatória como enfatiza Esteves (2001)

[...] Isto é, acreditamos na necessidade de o aluno iniciar trabalhando com situações-problema, usando um caminho intuitivo e, aos poucos, introduzirmos situações mais complexas, onde poderemos institucionalizar o conceito introduzindo, ou não, as fórmulas. (ESTEVES, 2001, p.33.)

O ensino-aprendizagem de Análise Combinatória está intimamente relacionado à Resolução de Problemas, porém as pesquisas revelam que o desenvolvimento em sala de aula desse conteúdo e nos livros didáticos tem-se limitado a utilização de fórmulas e técnicas de resoluções baseadas em exercícios repetitivos geralmente sem a compreensão.

Então, podemos concluir, com relação às técnicas analisadas nesses livros didáticos, que os alunos, apenas, manipulam os procedimentos, utilizando, para isso, algumas técnicas de resoluções que lhe são oferecidas de forma cabal, mas não são compreendidas de fato. (SABO, 2007, p.52.)

Nos PCEM(Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio) encontramos a recomendação do uso da Resolução de Problemas diversos no ensino-aprendizagem de Análise Combinatória afim de desenvolver o raciocínio combinatório e evitar a teorização excessiva e estéril.

Gardiner (1991) evidencia como estratégia de ensino para a Matemática Discreta, escolar, a aplicação de problemas que façam uso de uma variedade diferente de soluções, proporcionando a exemplificação de certo número de princípios fundamentais - ou seja, os alunos começam por tentar construir uma solução própria e vivenciar algumas dificuldades que surgem; à medida que o tamanho do problema cresce, pode melhorar seus métodos, buscando um método mais eficaz, um algoritmo padrão.

Portanto, o ensino-aprendizagem de Análise Combinatória, por meio da Resolução e Exploração de problemas, busca partir de situações-problema, que, num processo de ação-reflexão, medeia o desenvolvimento das ideias e dos conceitos de Arranjo, Permutação e Combinação, enfatizando assim o pensar combinatório como uma ferramenta essencial na abstração e formalização de conceitos científicos.

Silva(2013) elenca, a partir de pesquisas, ideias relacionadas ao ensino-aprendizagem de Análise Combinatória.

- 1. Embora possua estreitamento com a probabilidade, a Análise Combinatória possui o raciocínio combinatório;*
- 2. A utilização da árvore das possibilidades facilita a visualização da estrutura dos múltiplos passos de um experimento composto;*
- 3. O ensino-aprendizagem de Análise Combinatória deve ter a perspectiva da resolução de problemas aplicados para se evitar a teorização excessiva e estéril.*
- 4. Os problemas devem exemplificar princípios fundamentais e possuírem níveis de dificuldades.*

5. *As dificuldades mais pontuadas são a falta de uma sistematização na enumeração das possibilidades e distinção entre Arranjo e Combinação na relevância ou não da ordem.*
6. *A utilização do princípio multiplicativo como estratégia possibilita que a fórmula seja compreendida como mais um auxílio na resolução dos exercícios.*

Nesse relato apresentamos a vivência de algumas situações problemas utilizadas na pesquisa de Silva(2013) e revisitamos as reflexões com implicações atuais a partir da prática e experiência do professor.

## **2. Refletindo a prática**

A Resolução de Problemas tem ganhado espaço no currículo da Educação Básica, porém pouco se tem avançado quanto ao ensino-aprendizagem de Resolução de Problemas. Ao se tratar da Resolução de Problemas podemos destacar as abordagens:

- Como uma meta
- Como um processo
- Como uma habilidade básica

Na resolução de problema como uma meta tem-se como foco principal o estudo da Matemática para resolver problemas, o problema passa a ser uma aplicação dos conteúdos apreendidos. Ou seja, aprender a resolver um problema é a razão principal de se estudar Matemática.

Estes tipos de problemas geralmente aparecem no final do capítulo do livro didático com aplicações dos conceitos abordados durante o capítulo. O aluno está apto a resolvê-los à medida que aprende o conceito Matemático pertinente ao problema.

Na interpretação da resolução de problemas como um processo o que é considerado importante são os métodos, os procedimentos, as estratégias e as heurísticas que os alunos usam na resolução de problemas. Portanto, busca-se capacitar o aluno a ser um bom solucionador de problemas.

A resolução de problemas como uma habilidade básica reforça a necessidade da resolução de problemas fazer parte do currículo de Matemática, tal posicionamento impõe o questionamento, o que essencialmente deve ser ensinado em matéria de resolução de problemas? Ao tratar da resolução de problemas como uma habilidade matemática básica tem-se que considerar especificidades do conteúdo envolvido no problema, tipos de problemas e métodos de solução.

Em nosso trabalho a resolução de problema ganha uma dimensão mais além das acima citadas. Para nós a resolução de problemas expressa mais do que o simples achar a resposta tendo a conotação de explorar todas as potencialidades do problema, ou seja, o aluno aprende Matemática resolvendo problemas e para resolver problemas, é uma ação que não se limita na solução do problema.

Embora ainda não esteja bem claro como pode ser um ensino-aprendizagem de Matemática, realizado por meio da resolução de problemas, tem sido razão de consenso entre os pesquisadores que ensinar Matemática, por meio da Resolução de Problemas, implica sempre começar com um problema orientador e que os estudantes aprendem e entendem aspectos importantes de um conceito, ou ideia matemática, quando exploram situações-problema.

Faz-se necessário compreender que o problema é o ponto de partida e também o de chegada conforme alerta Vygotsky “[...] *para iniciar o processo é necessário confrontar o sujeito com uma tarefa*” (2008, p.72).

Para refletimos possibilidades, desafios e perspectivas quanto a pesquisa em Resolução de Problemas evidenciaremos algumas situações abordadas na dissertação de mestrado de Silva(2013).

#### *PROBLEMA 1 - Problema das cédulas*

No meu bolso tenho cédulas de R\$ 10, R\$ 20 e R\$ 50. Que quantia poderei obter, ao retirar:

- a) duas cédulas?
- b) três cédulas?

Nessa primeira situação problema trabalhamos os conteúdos: contagem dos agrupamentos, árvore das possibilidades e métodos de enumeração dos agrupamentos.

Tínhamos como objetivo desenvolver métodos de contagens, a partir do pensamento dos alunos, buscando evidenciar padrões de enumeração, árvore de possibilidades, tabelas e outras ferramentas que possibilitassem a organização dos dados.

Ao iniciar com um problema buscamos dar voz ao estudante fazendo emergir seus saberes. Invertemos a ordem comumente usada nas salas de aula de se iniciar com a definição. Tal alternativa movimentava o estudante para uma postura mais ativa e co-responsável pela aprendizagem o que nos revela o primeiro desafio.

Durante a aplicação das atividades podemos perceber uma grande resistência por parte dos alunos e a busca apenas pela resposta correta. Geralmente ficam falando suas respostas sem se preocuparem com os processos envolvidos ou fundamentos nas respostas, o que importa é encontrar a resposta que o professor quer ouvir, a resposta certa. Portanto, nesse processo o professor é o mediador, fazendo com que o estudante explore o problema e os conceitos matemáticos nele envolvidos.

Para o problema das cédulas os grupos tiveram dificuldade em compreender o que se desejava no problema e após orientação e exemplificação através de cédulas falsas entregues para ilustrar a situação os estudantes passaram a expor opiniões.

Esse é outro desafio na Resolução de Problemas, a dificuldade de interpretar o enunciado de um problema e de compreender o que se quer matematicamente.

Assim, nesse problema da atividade surgiram os seguintes comentários, para o item duas cédulas:

Sugestão 1: 10 e 20 / 10 e 50 / 20 e 50

Sugestão 2: 10 e 10 / 10 e 20 / 10 e 50 / 20 e 10 / 20 e 20 / 20 e 50 / 50 e 10 / 50 e 20 / 50 e 50

É possível perceber uma diferenciação de compreensão pertinente ao conteúdo de Análise Combinatória, a sugestão 1 não levou em consideração a retirada de cédulas repetidas enquanto que a sugestão 2 considerou a ordem como relevante. Repetição e ordem são importantes para compreensão e aplicação do raciocínio combinatório. Isto exemplifica, em parte, como a exploração de problemas pode contribuir para a formação dos conceitos matemáticos, pois ao explorar os problemas, princípios emergem e com a interação e mediação do professor os métodos são aprimorados.

Após debater as sugestões com a turma o professor chamou a atenção quanto a pergunta do problema que se referia a quantia, ou seja, retirar a cédula de R\$ 10,00 e em seguida a de R\$ 20,00 fornece a mesma quantia do inverso, primeiro R\$ 20,00 para depois R\$ 10,00. Dessa forma, os estudantes chegaram a construir junto com o professor a resposta:

$$\begin{array}{l} 20 = 10 + 10 \qquad 30 = 10 + 20 \qquad 60 = 10 + 50 \\ 40 = 20 + 20 \qquad 70 = 20 + 50 \\ 100 = 50 + 50 \end{array}$$

Com o aprendizado do item “a” os estudantes não tiveram grandes dificuldades para chegar à solução do item “b” três cédulas.

$$\begin{array}{l} 30 = 10 + 10 + 10 \qquad 60 = 20 + 20 + 20 \\ 40 = 10 + 10 + 20 \qquad 90 = 20 + 20 + 50 \\ 70 = 10 + 10 + 50 \qquad 120 = 20 + 50 + 50 \\ 50 = 10 + 20 + 20 \qquad 150 = 50 + 50 + 50 \\ 80 = 10 + 20 + 50 \qquad 110 = 10 + 50 + 50 \end{array}$$

Mesmo com a compreensão desejada para solução do problema os estudantes ainda possuíam dificuldade quanto à apresentação das respostas o professor sugeriu a organização apresentada acima, com essa sistematização temos o primeiro passo para a construção da árvore das possibilidades. Tal postura trabalhada estava entre os objetivos para atividade para desenvolver nos estudantes a sistematização que ajudaria a compreender quando a fórmula for apresentada.

O problema das cédulas tem a intenção de colocar o aluno numa situação de contagem bem cotidiana para trabalhar as dificuldades da enumeração dos elementos e a ordem nos agrupamentos. Normalmente os problemas introdutórios de Análise Combinatória são facilmente resolvidos por uma multiplicação, buscando deixar mais evidente o princípio multiplicativo. Para nós, esse momento é indicado para fazer o aluno traçar uma estratégia de resolução; a mais adequada é a enumeração dos elementos, facilitada, principalmente, pela utilização do material concreto disponibilizado. Sendo assim, o processo de formação de conceitos é fruto de uma discussão e reflexão compartilhada entre todos os participantes, respeitando o saber do aluno e validando sua fala.

Em seguida, trazemos outro problema trabalhado na dissertação de Silva(2013)

#### *PROBLEMA 6 - Problema alfabético*

Calcule o número de anagramas das palavras:

a) PAZ                      b) BANANA                      c) ARARA

Sexto problema da seqüência de problemas propostos, nesse problema trabalhou o Princípio Fundamental de Contagem como mais uma ferramenta na resolução dos problemas a partir da generalização e abstração das enumerações.

Os problemas trabalhados possuíam uma intencionalidade proposital com níveis variados. Nos problemas anteriores os alunos já haviam sido apresentados a outros problemas que exemplificavam o PFC, internalizando princípios e características do conceito, no entanto, este é o primeiro problema que vai apresentar a repetição e por isso provoca o estudante a perceber uma nova característica do conceito estudado. Vale salientar que não fora exposto o conceito de Arranjo, Permutação ou Combinação, mas os estudantes já resolviam problemas de contagem sem ser necessário diferenciá-los ou aplicar fórmulas.

Vygotsky (2009) denomina de conceitos espontâneos os conhecimentos com os quais os alunos chegam à sala de aula, conceitos que são formados a partir das experiências vivenciadas no seu contexto social e na própria sala de aula. Logo, o processo ensino-aprendizagem deve conduzir o aluno a uma atividade consciente de elaboração de novos conceitos e de transformação de sua forma de pensar.

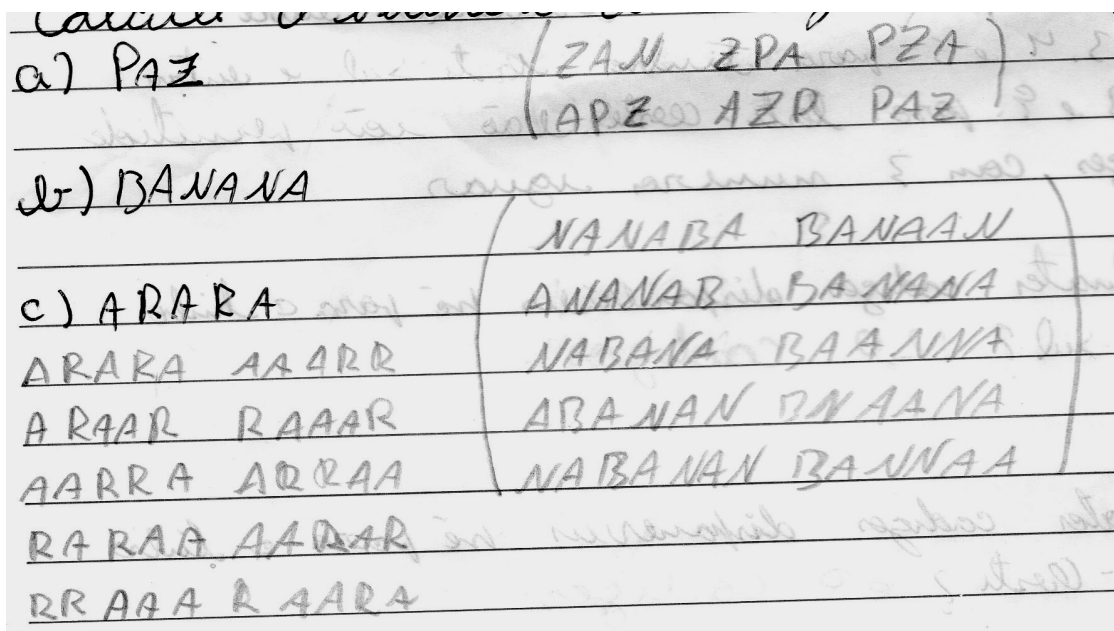
Para isso, faz-se necessário desenvolver atividades que foquem o conhecimento científico. O Problema alfabético buscou desenvolver o Princípio Fundamental de Contagem por meio de um conflito. A essa altura os alunos já começavam a aplicar o PFC, mas criaram a ilusão de que o processo corresponderia a uma multiplicação que, na maioria das vezes, se dá pelos números em ordem decrescente. Portanto, propomos o Problema alfabético, por ser um problema em que se faz possível aplicar o PFC. Porém, há a necessidade de dividir, fator este que não nos aparecia em problemas anteriores.

Silva(2013) comenta que nesse problema alfabético os estudantes que recorreram a enumeração perceberam com facilidade a importância ou não da ordem e das repetições, abrindo o debate sobre a legitimidade do PFC já que os grupos usaram ferramentas diferentes e encontraram respostas diferentes.

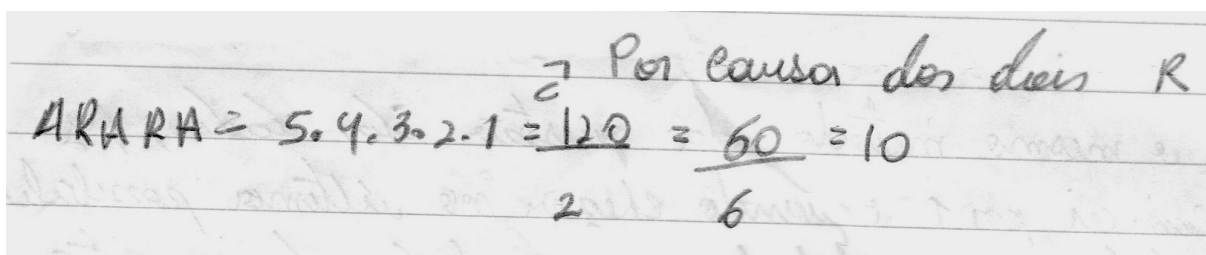
Em sala de aula, o processo de generalização e a enumeração fazem parte da construção do conhecimento matemático do aluno, caminham juntas com a mediação do professor, é um processo em que o professor faz uso da enumeração para concretizar um pensar mais sistematizado. É importante destacar que não é uma discussão de hierarquia de



saber, não estamos defendendo um pensar em detrimento do outro e sim níveis de compreensão.



No que concerne a utilização do PFC os estudantes não compreenderam por completo como podemos observar no recorte feito no material entregue por outro grupo.



É possível observar que após o debate o grupo internalizou a justificativa da divisão por 2, no entanto, não ficou clara a divisão por 6 proveniente da repetição de três “A” isso acontece por equívoco, como a permutação dos dois “R” é 2, os estudantes aceitam com mais facilidade a divisão por 2, mas a permutação dos três “A” é 6 o que não faz muito sentido para os alunos que fazem a seguinte associação:

2 letras repetidas ----- divide por 2

3 letras repetidas ----- **divide por 3**

Assim, o professor buscou oportunizar situações para introduzir o conceito de Permutação e dar sentido a divisão por 6.

Embora os problemas trabalhados tenham aliado a formação dos conceitos em Matemática e a Resolução de Problemas, resolver problemas, por si só, não torna os estudantes em bons resolvedores de problemas.



Acreditamos que o desenvolvimento de trabalhos com a Resolução de Problemas como metodologia de ensino-aprendizagem possa jogar uma luz nas questões pertinentes ao desenvolvimento desta habilidade.

### 3. A pesquisa e a sala de aula

A pesquisa pedagógica tem sido concebida como um exercício de oposição intencional, pelo fato de a vida e a prática em sala de aula serem direcionadas pela pesquisa baseada em abordagens experimentais e psicométricas da ciência social. Encontra-se relacionada com a investigação direta ou imediata das salas de aulas. Na pesquisa pedagógica, temos o principal pesquisador como sendo o professor, cuja sala de aula está sob investigação. Portanto, decorre dessa prática a melhora do papel e da identidade profissional dos professores. Durante a prática pedagógica, o professor aciona sua prática e seu conhecimento especializado como educador para tomar decisões sobre a melhor maneira de promover os objetivos da aprendizagem. Dessa forma, a pesquisa de professores pode ser vista como um importante recurso, por meio do qual os professores podem desenvolver sua competência para fazer julgamentos autônomos e tomar decisões adequadas a seu status como profissional.

A pesquisa de professores reflete diretamente em suas salas de aula, pois, por meio de sua própria pesquisa, eles podem ficar atentos ao seu método de ensino, e detectar o que faz com que os alunos tenham um menor rendimento, aprendendo menos do que poderiam e, assim, podem realizar mudanças criteriosas, colocá-las em prática e melhorar os resultados do ensino. Outra faceta importante da pesquisa pedagógica é o desafio à cultura opressiva. Atualmente os professores têm sido tratados como meros executores de práticas educacionais impostas e pré-ordenadas.

“ (...) aqui, uma ênfase indevida é posta no treinar professores para serem gerentes e implementadores de um conteúdo pré-ordenado, e em métodos e cursos que dificilmente fornecerão aos estudantes uma oportunidade para analisar as prerrogativas ideológicas e interesses subliminares que estruturam a maneira em que o ensino é executado”.  
(MCLAREN, 1977)

A pesquisa pedagógica facilita a reflexão sobre o panorama da educação e facilita o diálogo entre a pesquisa e a sala de aula. Professores e pesquisadores vivem em ambientes profissionais diferentes, assim as diretrizes e a ênfase educacionais têm sido produzidas bem distantes da escola. Portanto, defendemos o engajamento profissional por parte do professor como fator indispensável nas elaborações de diretrizes educacionais.

Giroux (1997) comenta que, embora o clima político e ideológico não pareça favorável para os professores no momento, temos em mãos o desafio de unir-nos ao debate público e fazer uma autocrítica em relação à natureza e finalidade da preparação dos professores, assim, o debate oferece aos professores a oportunidade de se organizarem coletivamente para melhorar as condições em que trabalham e demonstrar ao público o papel fundamental que desempenham em qualquer tentativa de reformar as escolas públicas. De acordo com Giroux (1997), para que haja o engajamento dos professores em tal debate, faz-se necessária uma perspectiva teórica que seja desenvolvida, redefinindo a natureza da crise educacional e ao mesmo tempo fornecendo as bases para uma visão alternativa para o treinamento e trabalho dos professores.

Portanto, a pesquisa pedagógica pode oferecer elementos para constituir a base dessa visão alternativa, pois se ocupar com questões, problemas ou preocupações autênticas. A maneira como essas questões e preocupações são tratadas deve responder e atender às decisões e ideias do professor, sobre o que é útil e relevante, valorizando o conhecimento da sua experiência.

#### 4. Considerações Finais

Unir a pesquisa e a prática em sala de aula possibilita compreender os elementos envolvidos no cotidiano do fazer pedagógico do professor além de lutar contra todas as políticas públicas de opressão que têm influenciado as aulas.

As possibilidades são variadas e o desafio é grande, no entanto, a esperança se fortalece, à medida que prosseguimos com a formação de professores como intelectuais, reflexivos, livres de uma formação puramente técnico-burocrática.

Assim, a resolução de problemas como metodologia de ensino-aprendizagem possibilita, no mínimo, uma formação crítica e questionadora, provocando a autonomia do estudante nesse processo.

## 5. Referências

ANDRADE, SILVANO DE. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e decodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de aula.** RIO CLARO: IGCE, UNESP, 1998. (DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA).

CANOAS, SILVIA SWAIN. **O campo conceitual multiplicativo na perspectiva do professor das séries iniciais (1ª a 4ª série).** 1997. Mestrado em ensino de Matemática. PUC-SP. 1997

ESTEVES, INÊS. **Investigando os fatores que influenciam o raciocínio combinatório em adolescentes de 14 anos – 8ª série do ensino fundamental.** SÃO PAULO: PUC – SP. 2001 – Dissertação Mestrado.

FILHO, CELSO PEDROSA. **Uma experiência de introdução do raciocínio combinatório com alunos do primeiro ciclo do ensino fundamental (7 – 8 anos).** SÃO PAULO: PUC – SP. 2008.

GARDINER, A. D. A Cautionary Note. In: Kenney, MARGARET.J.; Hirsch, CHRISTIAN.R. **Discrete Mathematics across the Curriculum, K-12: 1991**, Yearbook. NCTM, 1991.

GIROUX, HENRY A. **Os professores como intelectuais: rumo a uma pedagogia crítica da aprendizagem** [Trad. Daniel Bueno]. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997

KRULINK, STEPHEN; REYS, ROBERT. E. **A resolução de problemas na matemática escolar.** São Paulo: Atual editora, 1997.

LANKSHEAR, COLIN.; KNOBEL, MICHELE. **Pesquisa pedagógica: do projeto à implementação.** Porto Alegre: Artmed, 2008.

MCLAREN, PETER. **A vida nas escolas: uma introdução à pedagogia crítica nos fundamentos da educação.** Porto Alegre. Artes médicas, 1977.

ONUCHIC, LOURDES DE LA ROSA. **A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos?** Revista Espaço Pedagógico. V.20, n.1, Passo Fundo, p. 88-104, jan/jun. 2013.

SABO, RICARDO DEZSO. **Análise de livros didáticos do ensino médio: um estudo dos conteúdos referentes à combinatória.** Monografia de Especialização em Educação Matemática, Centro Universitario Fundação Santo André, SP. 2007.

SILVA, ADEILSON PEREIRA. **Ensino-aprendizagem de Análise Combinatória: um olhar para a sala de aula.** Dissertação de Mestrado. Campina Grande-PB, UEPB. 2013.

SOUZA, ANA LUCIA CASTRO PIMENTA DE. **Análise combinatória no ensino médio apoiada na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da Resolução de problemas.** Dissertação de Mestrado. RIO CLARO: IGCE, UNESP, 2010.

STURM, WILTON. **As possibilidades de um ensino de Análise Combinatória sob uma abordagem alternativa.** 1999. Dissertação Mestrado, Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. 1999

VIGOTSKI, LEV SEMIONOVICH. **A construção do Pensamento e da Linguagem.** SÃO PAULO: WMF MARTINS FONTES, 2009.

VIGOTSKI, LEV SEMIONOVICH. **A formação social da mente.** SÃO PAULO: MARTINS EDITORA, 2009.