

## FUNÇÕES NO ENSINO MÉDIO: O QUE MUDA COM A PROPOSTA DA BASE NACIONAL COMUM CURRICULAR?

*Lilian Nasser*

*Projeto Fundão IM/ UFRJ  
lnasser.mat@gmail.com*

*Geneci Alves de Sousa*

*Projeto Fundão IM/UFRJ, SENAI CETIQT, SEEDUC/RJ  
prof.geneci@yahoo.com.br*

*Marcelo André A. Torraca*

*Projeto Fundão IM/UFRJ, SEEDUC/RJ, UVA, SENAI CETIQT  
torraca@gmail.com*

*Rafael Filipe Novoa Vaz*

*IFRJ – CPAR, Projeto Fundão IM/UFRJ  
rafael.vaz@ifrj.edu.br*

*Magno Luiz Ferreira*

*IFRJ – CVOR, Projeto Fundão IM/UFRJ  
magno.ferreira@ifrj.edu.br*

### Resumo:

As dificuldades de alunos calouros em disciplinas de Matemática nos cursos de graduação têm causado altos índices de evasão e repetência, principalmente em Cálculo e Geometria Analítica. Atividades investigativas realizadas pelo grupo do Projeto Fundão (IM/UFRJ) indicam que o baixo aproveitamento é atribuído, em grande parte, a lacunas na aprendizagem de Matemática na Escola Básica, em particular no que se refere ao conceito de função. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), lançada recentemente pelo MEC para discussão, apresenta diversas modificações em relação ao currículo do Ensino Médio adotado. Conteúdos foram incluídos, como vetores e transformações lineares, enquanto outros foram excluídos, como logaritmos, polinômios, matrizes e determinantes. Neste minicurso, vamos analisar a proposta da BNCC para o conceito de função no Ensino Médio, sugerindo atividades relativas aos objetivos constantes desse tópico ao longo dos três anos do Ensino Médio.

**Palavras-chave:** Função; Base Nacional Comum Curricular; Ensino Médio

### 1. Introdução

De acordo com Caraça (1984), o conceito de função está ligado à ideia de correspondência entre dois conjuntos. A função surge da necessidade de interpretar fenômenos da natureza, observar a interdependência entre duas grandezas e descrever regularidades. Como exemplo, Caraça apresenta a variação quantitativa de espaço e

tempo no fenômeno da queda livre de um corpo no vácuo (CARAÇA, 1984, p. 126). No entanto, essa abordagem nem sempre é adotada na introdução do conceito de função, o que pode ser uma das causas das dificuldades enfrentadas pelos alunos na transição do Ensino Médio para o Superior. O MEC lançou para consulta pública a proposta de uma Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com 60% de conteúdos comuns em todo o território nacional, em todas as disciplinas, do 1º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio. A proposta deveria ser amplamente discutida, e foi incentivado, desde o seu lançamento, o envio de contribuições da população educacional brasileira, sob a forma de críticas e sugestões.

A análise do conteúdo da proposta da BNCC deve levar em conta os objetivos gerais da área de matemática no Ensino Médio estabelecidos, dos quais destacamos:

- Aplicar conhecimentos matemáticos em situações diversas, na compreensão das demais ciências, de modo a consolidar uma formação científica geral.
- Expressar-se oral, escrita e graficamente, valorizando a precisão da linguagem, na comunicação de ideias e na argumentação matemática.
- Estabelecer relações entre conceitos matemáticos de um mesmo campo e entre os diferentes eixos (Geometria, Grandezas e Medidas, Estatística e Probabilidade, Números e Operações, Álgebra e Funções), bem como entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.
- Recorrer às tecnologias digitais para descrever e representar matematicamente situações e fenômenos da realidade, em especial aqueles relacionados ao mundo do trabalho. (BNCC, 2015)

Neste minicurso, analisamos criticamente os tópicos da proposta da BNCC em relação ao conteúdo de funções, à luz de pesquisas sobre o ensino-aprendizagem desse tópico e às modificações sugeridas, em relação aos currículos vigentes.

## 2. A proposta da BNCC para o conteúdo de Funções no EM

A tabela a seguir resume os objetivos da proposta da BNCC para o ensino de funções ao longo dos três anos do Ensino Médio.

No minicurso são propostas atividades sobre funções que ilustram a contextualização das habilidades, facilitando a aquisição desse conceito no EM.

Tabela 1- O tópico de funções no EM da BNCC

1º ano do EM	2º ano do EM	3º ano do EM
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Compreender função como um tipo de relação de dependência entre duas variáveis, ideias de domínio e de imagem, associando-as a representações gráfica e/ou algébrica.</li> <li>- Reconhecer função afim em suas representações algébrica e gráfica, identificando variação (taxa, crescimento e decrescimento), pontos de intersecção de seu gráfico com os eixos coordenados e o sentido geométrico dos coeficientes da equação de uma reta.</li> <li>- Descrever função linear como um tipo especial de função afim e associá-la a relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas.</li> <li>- Associar sequências numéricas de variação linear (PA) a funções afins de domínios discretos.</li> <li>- Reconhecer função quadrática em suas representações algébrica e gráfica, considerando domínio, imagem, ponto de máximo ou mínimo, intervalos de crescimento e decrescimento, pontos de intersecção com os eixos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconhecer função exponencial em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínio, imagem e crescimento e pontos de intersecção com os eixos coordenados e associar sequências numéricas (PG) a funções exponenciais de domínio discreto.</li> <li>- Reconhecer funções definidas por mais de uma sentença (exemplos: função modular, tabela de imposto de renda etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento.</li> <li>- Reconhecer funções seno e cosseno em suas representações algébricas e gráficas e descrevê-las, considerando domínios de validade, imagem e características especiais como periodicidade, amplitude, máximos e mínimos.</li> <li>- Compreender e descrever transformações que ocorrem na forma gráfica, ao se alterarem os parâmetros da forma algébrica de funções (exemplo: o que ocorre com o gráfico da função <math>y = ax + b</math> ou <math>y = b + a \cdot \text{sen}x</math>, quando se altera o valor de <math>a</math> e/ou de <math>b</math>?), com o apoio de tecnologias digitais.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilizar funções para representar situações reais, com ou sem o uso de tecnologias digitais.</li> <li>- Compreender e descrever transformações que ocorrem na forma gráfica, ao se alterarem os parâmetros da forma algébrica de funções (exemplo: o que ocorre com o gráfico da função <math>y = ax + b</math> ou <math>y = b + a \cdot \text{sen}x</math> quando se altera o valor de <math>a</math> e/ou de <math>b</math>?), com o apoio de tecnologias digitais.</li> </ul>

### 3. Pontos positivos do tópico de funções na BNCC

Analisando as habilidades propostas para o tópico de funções, observamos que é incentivada a abordagem do tema de funções como relação de dependência entre duas grandezas: “*Compreender função como um tipo de relação de dependência entre duas variáveis, ideias de domínio e de imagem, associando-as a representações gráfica e/ou algébrica*” (BNCC, 1º ano do EM). Aliás, essa abordagem já era sugerida nos PCN:

[..] o estudo das funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática.(PCN+EM, 1999, p.121)

#### ATIVIDADE 1

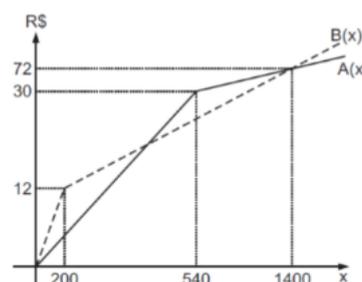
Em cada um dos itens abaixo, diga, justificando, se existe uma função satisfazendo a condição dada e, em caso afirmativo, indique seu domínio, contradomínio e imagem.

- Associar cada vetor do plano ao seu módulo;
- Associar cada matriz quadrada  $2 \times 2$  a uma matriz inversa.

Vale ressaltar que a proposta da BNCC procura interligar tópicos que antes eram explorados isoladamente, o que contribui para uma compreensão significativa. Em relação à função afim, destacamos no 1º ano do EM a identificação do “sentido geométrico dos coeficientes da equação de uma reta”, a descrição da “função linear como um tipo especial de função afim e sua associação a relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas.”, além da associação de “seqüências numéricas de variação linear (PA) a funções afins de domínios discretos”.

## ATIVIDADE 2

A figura mostra os esboços dos gráficos das funções  $A(x)$  e  $B(x)$ , que fornecem os preços que as copiadoras, A e B, cobram para fazer  $x$  cópias.



- Qual a expressão das funções  $A(x)$  e  $B(x)$ ?
- Compare os valores das copiadoras A e B para fazer 360 cópias.

## ATIVIDADE 3

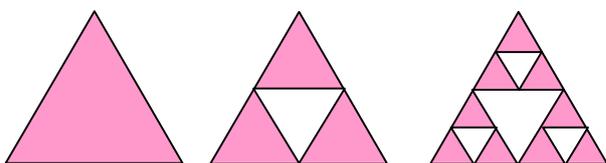
Considere uma seqüência em que o primeiro termo seja  $a_1 = 1$  e seu  $n$ -ésimo termo  $a_n = a_{n-1} + 2n - 1$ , com  $n \in \mathbb{Z}$  e  $n > 1$ . Podemos dizer que o termo  $a_n$  equivale a:

(A)  $n^2 - 1$  (B)  $n^2$  (C)  $n^2 + 1$  (D)  $(n - 1)^2$  (E)  $(n + 1)^2$

Já no 2º ano, é incentivada a associação de “seqüências numéricas (PG) a funções exponenciais de domínio discreto”. A atividade a seguir ilustra essa habilidade.

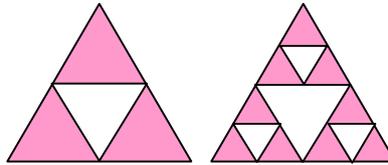
## ATIVIDADE 4 - Triângulo de Sierpinski (Adaptado de Carvalho, 1997, p.29)

Observe o padrão geométrico “Triângulo de Sierpinski”, construído a partir de um triângulo equilátero, dividido em 4 triângulos equiláteros congruentes, cujo triângulo do centro é desconsiderado, restando dessa forma apenas 3 triângulos equiláteros.



Desenhe a próxima figura da sequência. Quantos triângulos coloridos compõem o tapete?

- Na 5ª figura, quantos triângulos coloridos compõem o tapete?
- A figura que possui 243 triângulos coloridos está em que etapa da construção do tapete?
- Escreva uma regra que relaciona o número de triângulos coloridos do tapete à etapa em que se encontra a construção.
- Como ficaria a lei de formação começando do segundo triângulo?



- Represente graficamente as duas leis de formação.

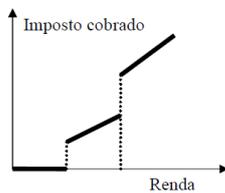
Consideramos muito positiva a incorporação da habilidade

Reconhecer funções definidas por mais de uma sentença (exemplos: função modular, tabela de imposto de renda etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento. (BNCC, 2015)

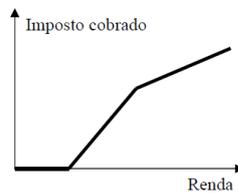
### ATIVIDADE 5

Num certo país, o imposto de renda é cobrado da seguinte forma: os que têm rendimento até 1.500 u.m. (unidades monetárias) são isentos; aos que possuem renda entre 1.500 u.m. e 6.000 u.m., cobra-se um imposto de 10%; acima de 6.000 u.m., o imposto é de 20%. Qual dos Gráficos melhor representa a situação acima descrita?

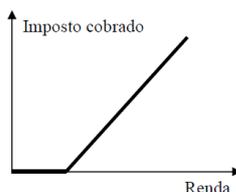
A)



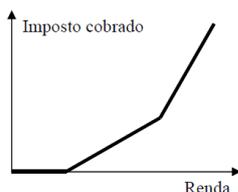
B)



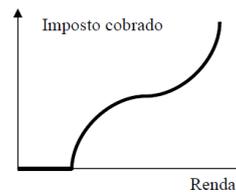
C)



D)



E)



## ATIVIDADE 6

No Brasil, o imposto de renda cobrado em 2015 é aplicado conforme a tabela a seguir:

Tabela 2 - Tabela do IRRF 2016 ano base 2015

Validade	Base de Cálculo (R\$)	Alíquota (%)	Parcela a Deduzir do IR (R\$)
VIGÊNCIA	Até 1.903,98	-	-
	De 1.903,99 até 2.826,65	7,5	142,80
A PARTIR DE 01.04.2015	De 2.826,66 até 3.751,05	15	354,80
	De 3.751,06 até 4.664,68	22,5	636,13
	Acima de 4.664,68	27,5	869,36
<b>Dedução por dependente: R\$ 189,59 (cento e oitenta e nove reais e cinquenta e nove centavos).</b>			

- a) Usando as informações contidas acima, calcule o imposto de renda pago mensalmente (sem considerar as deduções) por de um cidadão que possui salário de:
- i) 2000 reais    ii) 3000 reais    iii) 4000 reais    iv) 5000 reais
- b) Construa o gráfico que representa a relação entre salário e imposto pago.

A falta de trabalho com funções diversificadas no Ensino Médio tem causado muitas dificuldades nas disciplinas introdutórias de Cálculo no Ensino Superior. (NASSER, SOUSA & TORRACA, 2012)

A BNCC propõe também a introdução do estudo de vetores no Ensino Médio, o que é muito positivo, no sentido em que facilita a exploração da representação gráfica da função afim sob várias formas, contemplando a equação vetorial da reta. A partir do reconhecimento do vetor diretor de uma reta, uma grande variedade de exercícios pode ser implementada, permitindo a conexão entre diversos conteúdos. Outro ponto positivo da proposta se refere à inclusão das transformações lineares na exploração de gráficos das funções. Essa habilidade aparece tanto nas sugestões para o segundo quanto para o terceiro ano:

Compreender e descrever transformações que ocorrem na forma gráfica, ao se alterarem os parâmetros da forma algébrica de funções (exemplo: o que ocorre com o gráfico da função  $y = ax + b$  ou  $y = b + a \cdot \text{sen} x$ , quando se altera o valor de  $a$  e/ou de  $b$ ?), com o apoio de tecnologias digitais. (BNCC, 2015)

## ATIVIDADE 7

- a) Qual a relação entre os gráficos das funções  $y = x^2$ ,  $g(x) = (x - 1)^2$ ,  $h(x) = x^2 + 2$  e  $f(x) = (x - 1)^2 + 2$ ? Justifique.

- b) Qual a relação entre os gráficos das funções  $y = \text{sen}(x)$ ,  $f(x) = 2\text{sen}(x)$ ,  $g(x) = \text{sen}(2x)$ ,  $h(x) = 2 + \text{sen}(x)$  e  $k(x) = \text{sen}(x + 2)$ ? Justifique.

#### 4. Pontos negativos da proposta

A sugestão dos PCN de “modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática” (PCN+EM, 1999, p.121) só é contemplada pela proposta da BNCC no 3º ano do EM: “Utilizar funções para representar situações reais, com ou sem o uso de tecnologias digitais”. Esse deveria ser o meio adotado para iniciar o estudo de funções, desde o Ensino Fundamental, como sugere Caraça (1984). Outro ponto negativo é a ausência do estudo da função logarítmica, que tem muitas aplicações, como na atividade a seguir.

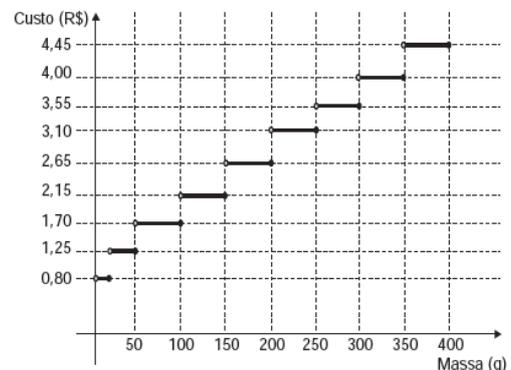
#### ATIVIDADE 8

A intensidade  $I$  de um terremoto, medido na escala Richter, é um número que varia de  $0 < I < 8,9$ , para o maior terremoto conhecido.  $I$  é dado pela fórmula  $I = \frac{2}{3} \log \frac{E}{E_0}$ , onde  $E$  é a energia liberada no terremoto em quilowatt-hora e  $E_0 = 7 \cdot 10^3$  kWh.

- Qual a energia liberada num terremoto de intensidade 8 na escala Richter?
- Aumentando de uma unidade a intensidade do terremoto, por quanto fica multiplicada a energia liberada?

**ATIVIDADE 9**(ENEM 2013) – Deseja-se postar cartas não comerciais, sendo duas de 100 g, três de 200 g e uma de 350 g. O gráfico mostra o custo para enviar uma carta não comercial pelos Correios.

Determine o valor total gasto, em reais, para postar essas cartas.



## 5. Considerações Finais

Neste minicurso, analisamos o conteúdo referente ao tópico de funções, na proposta da BNCC para o Ensino Médio. Destacamos os pontos que consideramos positivos em relação aos currículos vigentes e propomos atividades que ilustram essas habilidades. Por exemplo, o trabalho com funções definidas por várias sentenças e as transformações aplicadas a gráficos simples são procedimentos que, se trabalhados no Ensino Médio, podem facilitar a aprendizagem nas primeiras disciplinas do Ensino Superior, como Cálculo e Geometria Analítica.

Por outro lado, ressaltamos alguns pontos negativos da proposta, como a ausência da função logaritmo e o fato de que a aplicação de funções para representar fenômenos e situações reais só aparece no 3º ano do EM, quando deveria nortear a introdução ao estudo de funções, desde os anos finais do Ensino Fundamental.

Consideramos que a discussão e as sugestões levantadas no minicurso podem ser úteis aos professores de Matemática do Ensino Médio, que deverão adotar a BNCC em sua prática pedagógica.

## 6. Referências

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. PCN+Ensino Médio: **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília,DF, MEC, 1999.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura.**Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF,MEC, 2015.

CARAÇA, B. DE J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Livraria Sá da Costa Editora. Lisboa, Portugal, 1984.

CARVALHO,M. C. C. S. **Padrões numéricos e sequências** – São Paulo: Moderna, 1997.

NASSER, L., SOUSA, G. & TORRACA, M. **Transição do Ensino Médio para o Superior: como minimizar as dificuldades em cálculo?** Atas do V Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática (em CD). SBEM: Petrópolis, RJ, Brasil, 2012.