

## ALGUMAS REVELAÇÕES SOBRE O ENFOQUE DO CAMPO MULTIPLICATIVO NUMA COLEÇÃO DE LIVROS DIDÁTICOS DE 1º AO 5º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

*Claudia Alves de Castro*  
*Universidade Cruzeiro do Sul*  
*alvescastro1974@gmail.com*

### **Resumo:**

Este trabalho é parte de uma pesquisa em andamento no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática, que utiliza como aporte teórico os estudos sobre a Teoria do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas. Nesta comunicação será apresentada a análise de uma coleção de Livros Didáticos com o objetivo de verificar como são categorizadas as propostas para a resolução de problemas do Campo Multiplicativo. O procedimento utilizado para este trabalho foi a pesquisa documental, que proporcionou subsídios curriculares para as análises realizadas. No que tange o Campo Multiplicativo analisado na coleção, foram categorizados os problemas presentes em duas grandes categorias de relações multiplicativas: Isomorfismo de Medidas e Produto de Medidas. Em cada uma delas foram elencadas várias subcategorias de acordo com a teoria utilizada. Dentro dessas subcategorias ficou evidente a maior quantidade de problemas envolvendo proporcionalidade na correspondência “um a muitos”.

**Palavras chave:** Campo Conceitual; Estruturas Multiplicativas; Situações-problema; Livros Didáticos.

### **1. Introdução**

Este texto é um recorte de uma pesquisa em andamento no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática. Esta pesquisa está baseada nos estudos de Gerárd Vergnaud (2009), sobre a Teoria do Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas. A teoria do Campo Conceitual é uma teoria cognitivista à qual supõe que o núcleo seja a conceitualização do real (VERGNAUD, 1996).

De acordo com os estudos de Vergnaud (1983; 1990; 2009), os Campos Conceituais das Estruturas Multiplicativas caracterizam-se por situações que requerem para a sua resolução uma operação de multiplicação ou divisão, ou a combinação de ambas as operações.

De acordo com o aporte teórico foi analisada a coleção de Livros Didáticos de Matemática (volumes dos alunos e manual dos professores), a mais vendida no país segundo o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD, 2013) do Ensino Fundamental do 1º ao 5º ano, com o objetivo de investigar e verificar como são desenvolvidas as propostas para a resolução de problemas do Campo Multiplicativo, usando números naturais.

Com a metodologia de pesquisa utilizada, a qualitativa, utilizamos a análise documental, uma vez que ocorreu como base o documento – Coleção de Livros Didáticos mais vendidos no Brasil, de acordo com (PNLD, 2013) e a própria coleção didática, que ainda não recebeu tratamento analítico por nenhum outro autor (HELDER, 2006, p.1).

## 2. Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas

Vergnaud (1988, 1990) define o Campo Conceitual como um conjunto de situações em que seu domínio requer a noção de situações e ações dos sujeitos em tantos outros conceitos distintos, bem como, nos conceitos matemáticos, não os reduzindo a uma única definição, mas, possibilitando uma ruptura entre os conhecimentos prévios e os novos (VERGNAUD, 2012).

Sendo assim, o autor define estes conceitos como três conjuntos indissociáveis, um conjunto de situações que dá sentido ao conceito (S), um conjunto de ações dos sujeitos diante uma situação (I) e representações simbólicas (R), ou seja, uma função tríplice, distinta, mas interligada. Sua representação simbólica apresenta-se pela sigla:  $C = (S, I, R)$ .

Segundo Vergnaud (1990), o uso simultâneo dessa função tríplice é essencial para se estudar um determinado conceito no processo ensino-aprendizagem. Afirma, ainda, que essas situações não são biunívocas, pois, não se relacionam a um único conceito, assim como, um conceito não se resume a uma única situação.

De acordo com a teoria dos Campos Conceituais, todos os conceitos só tornam-se significativos a partir de situações naturais, assim como, o conjunto de situações requer o domínio de vários conceitos de naturezas distintas (VERGNAUD, 1988; 1990).

### 3. Estruturas Multiplicativas

As relações multiplicativas apresentam vários tipos de multiplicação e várias classes de problemas, que se fazem necessárias analisá-las com muito cuidado para que se possam distinguir estas classes, proporcionando às crianças possibilidades para que reconheçam os procedimentos adequados e apropriados para a solução dos problemas propostos (VERGNAUD, 1994).

De acordo com Vergnaud (1996), as relações multiplicativas mais simples não são as ternárias (relações que ligam três elementos entre si), mas sim quaternária (relação que liga quatro elementos entre si), onde os problemas de multiplicação ou divisão implicam em uma proporção simples de duas variáveis, uma em relação à outra. Segundo o autor, as relações quaternárias são utilizadas para introduzir a multiplicação no ensino básico.

Nos estudos sobre o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas encontramos um conjunto de problemas que envolvem duas grandes categorias: Isomorfismo de Medidas e Produto de Medidas (VERGNAUD, 2009).

Serão exemplificadas essas categorias para uma melhor compreensão das ideias dos problemas, em cada uma delas e vale ressaltar que foram essas categorias que fundamentaram a elaboração dos instrumentos de pesquisa do presente trabalho.

#### 3.1 Isomorfismo de Medidas

Na categoria Isomorfismo de Medidas, Vergnaud (2009) apresenta problemas de proporcionalidade e de multiplicação comparativa, vejamos alguns exemplos:

a) Proporcionalidade: Nos problemas de proporcionalidade Vergnaud (2009) destaca uma relação quaternária envolvendo duas quantidades de um tipo e as outras duas de outro tipo. Nos problemas mais simples, uma dessas quantidades é igual a *um*. É o que segundo Bryant e Nunes (1997) denominam de relação de “um a muitos”.

Giovana toma 2 copos de leite por dia. Quantos copos de leite ela toma em uma semana?

$$\frac{1}{7} \frac{2}{?}$$

Figura 1 - Exemplo 1  
Fonte: Dante (2011).

Entretanto, o autor reitera que a relação quaternária pode apresentar uma correspondência entre os dois tipos de quantidades em que nenhuma delas é unitária. Esse tipo de situação é mais complexa do que a anterior, denominada como relação “muitos a muitos” (BRYANT E NUNES, 1997).

Uma torneira enche um tanque com capacidade de 520 litros em 4 horas. Quantos litros de água ela despeja em 3 horas?

$$\begin{array}{r} 4 \text{ _____ } 520 \\ 3 \text{ _____ } ? \end{array}$$

Figura 2 - Exemplo 2  
Fonte: Dante (2011).

b) Multiplicação Comparativa: é uma relação parte/todo. Neste grupo de significado supõe-se que o aluno seja capaz de identificar a unidade que representa o todo (grandeza contínua ou discreta), compreenda a inclusão de classes e saiba realizar multiplicações ou divisões operando com grandezas discretas ou contínuas.

Roberto está mostrando os lápis dele. Márcia tem o dobro do número de lápis que Roberto tem. Roberto tem \_\_ lápis? Márcia tem \_\_ lápis?

Figura 3 - Exemplo 3  
Fonte: Dante (2011).

Lívia tem um caderno de 80 folhas. Já usou metade. Quantas folhas ela usou? Quantas folhas ainda restam para usar?

Figura 4 - Exemplo 4  
Fonte: Dante (2011).

Em uma granja foram embaladas 504 caixas de ovos, que foram distribuídas para três supermercados. O supermercado *A* recebeu um terço da produção. Quantas caixas recebeu o supermercado *A*?

Figura 5 - Exemplo 5  
Fonte: Dante (2011).

### 3.2 Produto de Medidas

Segundo Vergnaud (2009) a categoria Produto de Medidas é a segunda grande família de problemas envolvendo relação multiplicativa, situações estas que consistem em uma relação ternária, onde se apresentam três quantidades, sendo uma o produto das outras duas,

ao mesmo tempo no plano numérico e no plano dimensional. Desta forma, representa a relação ternária por meio da tabela cartesiana, pois considera a forma mais natural de apresentá-la. Afirmando ser por meio do produto cartesiano que se deve explicar a estrutura do Produto de Medidas.

|   | f        | g        | h        | i        |
|---|----------|----------|----------|----------|
| a | $(a, f)$ | $(a, g)$ | $(a, h)$ | $(a, i)$ |
| b | $(b, f)$ | $(b, g)$ | $(b, h)$ | $(b, i)$ |
| c | $(c, f)$ | $(c, g)$ | $(c, h)$ | $(c, i)$ |

Figura 6

Fonte: Vergnaud, 2009 (adaptado pela pesquisadora)

A categoria Produto de Medidas não é bem compreendida pelas crianças desta faixa etária, por se tratar de uma dupla proporcionalidade, em que se faz necessário que elas identifiquem uma dimensão em relação a um produto de dimensões mais simples. Isto, porque as relações multiplicativas se remetem a um conjunto de composições numéricas (multiplicações, divisões, regras de três simples e composta, etc.), e as composições relacionadas às dimensões (dimensões simples, dimensões-produto, dimensões-quociente) (VERGNAUD, 2009).

Em seus estudos Vergnaud (2009), exemplifica o caso da divisão por meio de problemas, para ilustrar as dificuldades específicas das crianças em determinados conceitos quanto à divisão, sintetizando esses problemas de Produto de Medidas em duas classes: problemas de multiplicação que permitem encontrar a medida produto, conhecendo-se as medidas elementares; e, problemas de divisão que permitem encontrar uma das medidas elementares conhecendo-se a outra medida e a medida-produto.

Na categoria Produto de Medidas se apresentam problemas de configuração retangular e problemas de combinatória, vejamos alguns exemplos:

a) Configuração retangular: São situações que se referem à associação entre as operações de multiplicação e divisão.

Observe as placas de vidro na janela do quarto de Miguel. Vamos descobrir quantas são as placas?



Figura 7 - Exemplo 7  
Fonte: Dante (2011).

b) Combinatória: São situações relacionadas às situações que envolvem a operação de divisão.

Uma lanchonete oferece três tipos de pastel (carne, queijo e palmito) e quatro tipos de suco (laranja, uva, morango e acerola).

-Quantas são as possibilidades de escolha de um pastel e um suco?

-Copie a tabela e complete-a para comprovar sua resposta.

| SUCO \ PASTEL | Laranja | Uva | Morango | Acerola |
|---------------|---------|-----|---------|---------|
| CARNE         | c-l     | c-u | c-m     |         |
| QUEIJO        |         |     |         |         |
| PALMITO       |         |     |         |         |

- Agora responda: E se fossem nove tipos de pastel e sete tipos de suco, qual seria o número de possibilidades de escolha?

Figura 8 - Exemplo 8  
Fonte: Dante (2011).

O autor considera que cada uma dessas classes se divide em numerosas subclasses que são identificadas conforme as propriedades dos números, o campo numérico e a variação da posição da incógnita.

#### 4. Análise da Coleção de Livros Didáticos

Para realizar as análises dos problemas do Campo Multiplicativo nos Livros Didáticos da coleção selecionada, nos embasamos nas categorias dos estudos de Vergnaud sobre o Campo Multiplicativo: Isomorfismo de Medidas e Produto de Medidas.

##### 4.1 Coleção Analisada

O manual do professor destaca que o autor do livro procurou minimizar o cálculo mecânico e problemas rotineiros no Campo Multiplicativo, contextualizando-os, a fim de enfatizar a formulação e resolução de problemas, evitando que os alunos os desenvolvam por meio da memorização e mecanização.

Nas orientações de apoio ao professor é ressaltado o fato da matemática ser marcante e estar presente em nosso dia a dia. O trabalho matemático com situações-problema deve estar ligado a situações da vivência do aluno, para que consiga construir significados das operações e delas se apropriarem, logo, os resultados serão satisfatórios no processo de ensino-aprendizagem.

No entanto, o manual do livro, não discorre sobre as estruturas multiplicativas e nem dá pistas de abordagem dos problemas que envolvam as operações de multiplicação e divisão.

Nos volumes para uso dos alunos foram encontrados quatro tipos de problemas apresentados, os quais serão apresentados na tabela 1, a seguir:

TABELA 1

| RESULTADOS DA ANÁLISE DA COLEÇÃO |                           |                     |      |    |    |    |    |
|----------------------------------|---------------------------|---------------------|------|----|----|----|----|
| CATEGORIA                        | GRUPO                     |                     | ANOS |    |    |    |    |
|                                  |                           |                     | 1°   | 2° | 3° | 4° | 5° |
| ISOMORFISMO DE MEDIDAS           | PROPORCIONALIDADE         | UM A MUITOS         | -    | 22 | 75 | 72 | 67 |
|                                  |                           | MUITOS A MUITOS     | -    | -  | 1  | 4  | 7  |
|                                  | MULTIPLICAÇÃO COMPARATIVA | DOBRO               | -    | 3  | 1  | 1  | -  |
|                                  |                           | TRIPLO              | -    | 2  | 1  | -  | 2  |
|                                  |                           | METADE              | -    | 6  | -  | -  | 1  |
|                                  |                           | DUAS VEZES MAIS     | -    | -  | -  | -  | -  |
|                                  |                           | TRÊS VEZES MAIS     | -    | -  | -  | -  | -  |
|                                  |                           | TERÇA PARTE         | -    | 1  | 3  | 1  | 1  |
|                                  |                           | QUARTA PARTE        | -    | 1  | -  | 1  | 4  |
|                                  |                           | QUINTA PARTE        | -    | 1  | 1  | -  | 6  |
| OUTRAS PARTES                    | -                         | -                   | -    | -  | 11 |    |    |
| PRODUTO DE MEDIDAS               | CONFIGURAÇÃO RETANGULAR   | GRANDEZAS DISCRETAS | -    | 6  | 7  | 14 | 8  |
|                                  |                           | GRANDEZAS CONTÍNUAS | -    | -  | -  | 3  | 4  |
|                                  | COMBINATÓRIA              | PRODUTO CARTESIANO  | -    | 3  | 7  | 3  | 4  |

Fonte: Dados do autor do texto.

Como é possível observar, na tabela 1, o Livro Didático do 1º ano não contempla problemas do Campo Multiplicativo. Segundo o autor da coleção, o livro neste nível deve enfatizar a ideia de correspondência um a um ou correspondência biunívoca, por acreditar que seja neste nível, que a ideia de correspondência de um a um seja um instrumento eficaz para o saber de agrupamentos de elementos e a construção das ideias de números. Ao que parece, o autor entende que problemas do Campo Multiplicativo não devem ser desenvolvidos no 1º ano de escolaridade.

Pode-se observar na coleção de livro analisada um número grande de problemas para o 2º ano no que diz respeito à correspondência de “um a muitos”, referentes à categoria Isomorfismo de Medidas com o significado de proporcionalidade. No entanto, ao que tange a



correspondência “muitos a muitos”, não foi abordado neste nível, nenhum problema. De acordo com nossa fundamentação teórica, também foi considerado que nessa faixa etária, não há necessidade de abarcar esse tipo de problema.

Analisando esta mesma ideia para o 3º ano constatou-se um número muito grande de problemas sobre a correspondência “um a muitos” e apenas *um* problema de correspondência “muitos a muitos”, algo desproporcional segundo os estudos de Vergnaud (2009) sobre a teoria dos Campos Conceituais.

A investigação possibilitou perceber que do 2º ano para o 3º ano há um aumento considerável na quantidade de problemas de correspondência de “um a muitos”, quando o ideal seria diminuir esta correspondência, aprofundando e aumentando o número de problemas com correspondência de “muitos a muitos”.

Na relação do 3º ano para o 4º ano e para o 5º ano observou-se que há um equilíbrio na quantidade de problemas no que diz respeito aos problemas de correspondência de “muitos a muitos” com aumento gradativo de um ano para o outro.

Na categoria de Isomorfismo de Medidas no que se remete à ideia da Multiplicação Comparativa, o autor aborda problemas envolvendo dobro e triplo no Campo Multiplicativo do 2º ano ao 5º ano, na mesma proporção, mas os problemas envolvendo metade, a abordagem somente ocorre no 2º ano e 5º ano, quando deveria ser em todos os anos de escolaridade.

Há uma incoerência nessa abordagem porque, a terça parte é abordada do 2º ano ao 5º ano; a quarta parte no 2º ano, 4º ano e 5º ano; a quinta parte no 2º ano, 3º ano e 5º ano; e outras partes tão somente no 5º ano.

De acordo com o aporte teórico, o significado da multiplicação envolvendo a leitura duas vezes mais e três vezes mais é muito importante para a construção dos significados dos problemas do Campo Multiplicativo. No entanto, na presente análise foi detectado que a coleção não apresenta problemas envolvendo este significado, abordando parcialmente a multiplicação comparativa, tanto no sentido de continuidade das relações dobro, triplo, etc. Como na introdução dos termos duas vezes mais e três vezes mais, etc.

Na categoria Produto de Medidas foi possível observar que há um equilíbrio em relação à ideia da Configuração Retangular, do 2º ano ao 5º ano, mesmo sendo um número muito pequeno de problemas por ano de escolaridade.

A coleção analisada não deixa de abordar, em nenhum dos anos de escolaridade dos anos iniciais, a ideia de Configuração Retangular, porém dá mais ênfase aos problemas que envolvam grandeza discreta do 2º ano ao 5º ano, enquanto a grandeza contínua é abordada apenas no 4º ano e 5º ano. Constatou-se que esses dados estão de acordo com a teoria de Vergnaud (2009).

Quanto à Multiplicação Combinatória (Produto Cartesiano) observou-se estar presente do 2º ano ao 5º ano, porém no 4º ano foi dado mais ênfase com maior número de problemas.

Podemos concluir que o autor, em todos os anos de escolaridade enfatizou mais problemas do Campo Multiplicativo na categoria Isomorfismo de Medidas envolvendo a correspondência “um a muitos” em relação à correspondência “muitos a muitos”, sempre envolvendo grandezas discretas, dando pouca ênfase aos problemas de Produto de Medidas.

Cabe destacar que o conceito de multiplicação começa a ser construído na abordagem de problemas de Produto de Medidas, pois, no Isomorfismo de Medidas é possível resolvê-los por adição de parcelas iguais.

## 5. Considerações Finais

Com fulcro nos resultados obtidos constatou-se que a coleção de Livros Didáticos analisados apresenta uma pequena variedade de significados das ideias do Campo Multiplicativo.

Acredita-se que por conta dessas lacunas observadas, geram-se dificuldades no desenvolvimento de raciocínio multiplicativo, ou seja, a coleção não cria boas situações de aprendizagem em quantidades adequadas para que propiciem o desenvolvimento do seu pensamento multiplicativo.

## 6. Referências

DANTE, L. R. Ápis: **Alfabetização matemática**. São Paulo. Ed. Ática, 2011.

HELDER, R. R. **Como fazer análise documental**. Porto: Universidade de Algarve, p. 1, 2006.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 1997.

VERGNAUD, G. **Multiplicative Structures**. In: RESH, R.; LANDAU, M. **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York, Academic Press, p. 74-127, 1983.

\_\_\_\_\_. **Multiplicative structures**. In: HIEBERT, H. and BEHR, (Eds). **Research Agenda in Mathematics Education. Number Concepts and Operations in the Middle Grades**. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum, pp. 141-161, 1988.

\_\_\_\_\_. **La théorie the champs conceptuels. Recherches em Didactiques des Mathématiques**, v. 10, n. 23, p. 145, 1990.

\_\_\_\_\_. **Multiplicative conceptual field: what and why?** In: GUERSHON, H. and CONFREY, J.. (Eds.) **The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics**. Albany, N. Y. : State University of New York Press. pp. 41-59, 1994.

\_\_\_\_\_. **A Teoria dos Campos Conceituais**. In: BRUN, J. **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, p. 155-191, 1996.

\_\_\_\_\_. **A criança e a realidade**. Tradução: MORO, M. L. F.; SOARES, M. T. C. Curitiba. Ed. da UFPR, 2009.

\_\_\_\_\_. **Construção do conhecimento matemático e a teoria dos campos conceituais**. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – SIPEMAT, 3, 2012, Fortaleza. **Anais...** Fortaleza /CE: SIPEMAT, 2012.