"CORTA", "MULTIPLICA CRUZADO", "MUDOU DE LADO, MUDA DE SINAL": O CONHECIMENTO DO HORIZONTE ACERCA DOS NÚMEROS RACIONAIS DE UMA PROFESSORA DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Henrique Rizek Elias
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
henriqueelias@utfpr.edu.br

Angela Marta Pereira das Dores Savioli
Universidade Estadual de Londrina
angelamarta@uel.br

Alessandro Jacques Ribeiro
Universidade Federal do ABC
alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br

Resumo:
O presente artigo tem como objetivo identificar e discutir elementos do Conhecimento do Conteúdo no Horizonte (HCK) de uma professora da Educação Básica sobre os números racionais. Por meio de entrevista gravada e transcrita, os dados foram produzidos e analisados à luz do HCK segundo Fernández e Figueiras (2014). Três trechos da entrevista foram selecionados para a análise, os quais evidenciaram uma consciência da professora sobre o papel da linguagem utilizada pelo professor ao introduz um conteúdo e suas interferências na compreensão de níveis futuros da matemática pelos estudantes. Por fim, levantamos alguns questionamentos sobre a continuidade entre a matemática que se ensina na Educação Básica e a matemática contemplada em cursos de Formação de Professores.
Palavras-chave: Educação Matemática; Conhecimento do Conteúdo no Horizonte; Números Racionais; Continuidade no Ensino de Matemática.

1. Introdução

Os números racionais são um tema central na matemática escolar. Na Educação Básica, os números racionais são introduzidos a partir do quarto do ano do Ensino Fundamental e permeiam outros temas até o final do Ensino Médio. Além disso, esses números têm uma característica que os torna fascinantes: suas várias interpretações. Kieren (1980), por exemplo, considera cinco interpretações possíveis, as quais ele chama de subconstructos. São eles: parte-todo, razão, quociente, medida, operador. Essa variedade de interpretações implica um enorme esforço para aquele que deseja compreendê-los. Como afirmam Berh, Lesh, Post e Silver (1983), os conceitos associados aos números racionais estão entre as ideias mais complexas e importantes que as crianças encontram ao longo dos primeiros anos de escolarização.

Por estes e outros motivos, são inúmeras as pesquisas (KIEREN, 1976, 1980; BEHR et. al., 1983; DAMICO, 2007; PINTO; RIBEIRO, 2013) que tratam dos números racionais, e isso tem sido feito sob diversas perspectivas: aprendizagem, ensino, formação do professor, conhecimento do professor, etc. Uma pesquisa que está em andamento e que abordará o corpo dos números racionais na formação do professor é a tese de doutorado de um dos autores desse trabalho. Para este artigo, fizemos um recorte dessa tese e trouxemos uma discussão sobre o Conhecimento Matemático para o Ensino (BALL; THAMES; PHELPS, 2008) dos números racionais, explorando o subdomínio chamado Conhecimento do Conteúdo no Horizonte (FERNÁNDEZ; FIGUEIRAS, 2014). Essa discussão foi feita a partir de uma entrevista realizada com uma professora da Educação Básica, com longa experiência nos níveis Fundamental e Médio, e que já trabalhou com os números racionais em diferentes contextos nos quais eles aparecem.

Assim, o objetivo deste artigo é identificar e discutir elementos do Conhecimento do Conteúdo no Horizonte, acerca dos números racionais de uma professora de Matemática da Educação Básica. Pretendemos com nossas discussões e análises, neste artigo, aprofundar os estudos em relação ao conhecimento matemático necessário ao professor para o ensino dos números racionais.

2. Referencial Teórico

O trabalho de Shulman (1986) introduziu o termo conhecimento pedagógico do conteúdo e desencadeou uma série de pesquisas e modelos teóricos cujo foco é investigar esse conhecimento que é exclusivo para o ensino. Isso significou o reconhecimento de que o conhecimento de conteúdo dos professores tem sua especificidade e que essa especificidade tem implicações na prática e também na formação do professor (RANGEL; GIRALDO; FILHO, 2014). No âmbito da Educação Matemática, um desses modelos teóricos que buscam ampliar e aprofundar o trabalho de Shulman (1986) é o chamado Conhecimento Matemático para o Ensino[1] (MKT), cunhado por Deborah Ball e colaboradores. O MKT envolve os conhecimentos matemáticos necessários para que o professor possa exercer seu papel de ensinar matemática. Trata-se de uma modelo teórico baseado na prática docente, a partir das demandas matemáticas para o ensino.

Ball, Thames e Phelps (2008), após o desenvolvimento de projetos realizados com professores de matemática, observaram demandas matemáticas da prática relevantes que lhes

[1] No original: *Mathematical Knowledge for Teaching – MKT*. Ao longo do artigo, usaremos a sigla MKT quando nos referirmos ao Conhecimento Matemático para o Ensino.

ISSN 2178-034X

permitiram determinar os subdomínios e uma estruturação para o MKT. Os subdomínios determinados por Ball, Thames e Phelps (2008) são: (i) Conhecimento Comum do Conteúdo[2] é o conhecimento do conteúdo necessário, mas não exclusivo ao ensino. Reconhecer uma resposta incorreta é uma tarefa do professor, mas um engenheiro, por exemplo, também é capaz de reconhecer quando o resultado de uma multiplicação está incorreto; (ii) Conhecimento Especializado do Conteúdo[3] é o conhecimento matemático não tipicamente necessário para outros fins além do ensino. Avaliar rapidamente a natureza de um erro, especialmente um erro não familiar, é um exemplo do Conhecimento Especializado do Conteúdo; (iii) Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes[4] é o conhecimento que combina saber sobre os estudantes e saber sobre matemática. Os professores devem antecipar a forma como seus alunos podem pensar e as dificuldades que eles podem encontrar em determinadas situações matemáticas. Ter familiaridade com os erros comuns e saber a razão disso fazem parte deste conhecimento; (iv) Conhecimento do Conteúdo e do Ensino[5] é o conhecimento que combina saber sobre o ensino e saber sobre matemática. Professores precisam estabelecer uma sequência específica do conteúdo para o ensino, escolher que exemplos são mais pertinentes para introduzir um conceito e que exemplos levam os alunos a se aprofundarem no conteúdo.

Esses subdomínios descritos por Ball, Thames e Phelps (2008) se relacionam com a teoria de Shulman da seguinte maneira: o conhecimento do conteúdo de Shulman (1986) pode ser subdividido em dois: o Conhecimento Comum do Conteúdo e o Conhecimento Especializado do Conteúdo; o conhecimento pedagógico do conteúdo de Shulman (1986) também pode ser subdividido em dois: o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes e o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino. Além disso, Ball, Thames e Phelps (2008) consideram ainda dois outros subdomínios cuja "alocação" foi considerada provisória dentro da estrutura apresentada, pois demandam estudos mais aprofundados. São eles: (v) Conhecimento do Conteúdo e do Currículo[6], inicialmente um subdomínio do conhecimento pedagógico do conteúdo; (vi) Conhecimento do Conteúdo no Horizonte[7] (HCK), que compõe o conhecimento

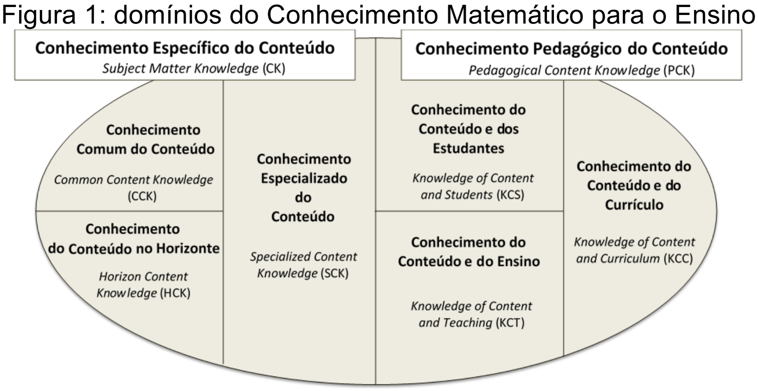
---

[2] No original: *Common Content Knowledge - CCK*.
[3] No original: *Specialized Content Knowledge - SCK*.
[4] No original: *Knowledge of Content and Students - KCS*.
[5] No original: *Knowledge of Content and Teaching - KCT*.
[6] No original: *Knowledge of Content and Curriculum - KCC*.
[7] No original: *Horizon Content Knowledge*. Ao longo do artigo, usaremos a sigla HCK quando nos referirmos ao Conhecimento do Conteúdo no Horizonte.

do conteúdo. Para os autores, o HCK é um conhecimento matemático que permite ao professor ter uma consciência de como temas matemáticos estão relacionados ao longo do currículo. Por exemplo, professores de séries iniciais precisam saber como a matemática que ensinam está relacionada com o que os alunos irão aprender em anos posteriores. No caso de nossa pesquisa, é justamente neste subdomínio que pretendemos investigar os números racionais e seu ensino, ao longo de toda a escolaridade, dos anos iniciais à formação do professor.

Na figura abaixo, apresentamos os domínios do MKT propostos por Ball, Thames e Phelps (2008):

Figura 1: domínios do Conhecimento Matemático para o Ensino



Fonte: os autores. Adaptado de Ball, Thames e Phelps (2008)

Como sugerem os autores, o HCK demanda novas investigações sobre a prática para compreender como esse subdomínio se relaciona com os demais e qual sua alocação dentro do quadro acima apresentado. Dando sequência às pesquisas que tratam do conhecimento necessário para o ensino de matemática, Fernández e Figueiras (2014) refinam e posicionam o HCK dentro do modelo teórico do MKT apresentado por Ball, Thames e Phleps (2008). Para as autoras, o HCK molda o MKT e influencia diretamente a continuidade do ensino da matemática. O conceito de continuidade é central para a perspectiva dessas autoras. A aprendizagem matemática é um processo contínuo em que os alunos enfrentam alguns episódios abruptos envolvendo muitas mudanças de naturezas diferentes que derivam de uma variedade de alterações no seu percurso educativo (FERNÁNDEZ; FIGUEIRAS, 2014). Em particular, citam e focam seu trabalho na transição entre os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental. O cerne do trabalho das autoras não é a transição sob a perspectiva da aprendizagem do estudante, mas sim sob a perspectiva do conhecimento matemático do professor, a fim de investigar que elementos deste conhecimento permitem suavizar tal transição. Por esse motivo, o MKT constituiu-se como sua perspectiva teórica e o HCK se

ISSN 2178-034X

mostrou como um elemento deste conhecimento que está fortemente relacionado ao êxito na continuidade do aprendizado da matemática.

Para as autoras, minimizar os problemas com a transição, sob o ponto de vista do conhecimento do professor, passa, necessariamente, pela consciência dos professores dos níveis passado e futuro daquele assunto que está ensinando no momento, isto é, é preciso que o professor tenha uma compreensão longitudinal do conteúdo que está trabalhando. Essa compreensão longitudinal aliada à capacidade de comunicar essa perspectiva na prática docente é o que as autoras definem por HCK. Não se trata, apenas, de uma consciência de como os temas matemáticos se relacionam sobre a extensão matemática incluída no currículo, mas sim do conhecimento global da evolução do conteúdo e a relação matemática entre suas diferentes áreas necessárias para a prática docente.

Apresentamos, a fim de clarificar o HCK nessa perspectiva, o seguinte exemplo: um professor pode conhecer a forma como os números racionais, geralmente definidos como um número que pode ser escrito na forma $\frac{a}{b}$, com a e b inteiros e $b \neq 0$, aparecem ao longo do currículo e como esse conteúdo será necessário quando o estudante for trabalhar com equações. Se olharmos de uma maneira curricular, o estudo de resolução de equações seria somente um momento em que um número racional apareceria, isto é, seria apenas uma aplicação dos números racionais. Mas, isso omite uma estreita relação entre esses conteúdos que permite ao professor trabalhar propriedades de operações sobre os números racionais. Compreender que um número racional é qualquer número x que satisfaz $ax = b$, com a e b inteiros e $b \neq 0$, permite que o estudante entenda, por exemplo, uma maneira de chegar ao algoritmo da adição de frações da seguinte maneira: sejam $ax = b$ e $cy = d$, então $x = \frac{b}{a}$ e $y = \frac{d}{c}$. Queremos mostrar que $\frac{b}{a} + \frac{d}{c} = \frac{bc+ad}{ac}$. Multiplicando ambos os lados de $ax = b$ por c e ambos os lados de $cy = d$ por a, temos: $cax = cb$ e $acy = ad$. Somando essas duas equações, temos:

$$acx + acy = bc + ad$$

$$ac(x + y) = (bc + ad)$$

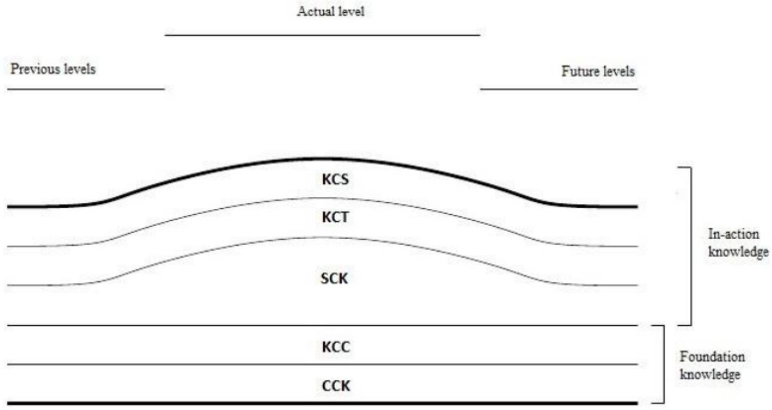
$$x + y = \frac{bc + ad}{ac}$$

Assim, $\frac{b}{a} + \frac{d}{c} = \frac{bc+ad}{ac}$.

Essa explicação acima, baseada em Kieren (1976), permite que o estudante vá além de simplesmente decorar o algoritmo da adição, tal como é usualmente ensinado. Além disso, a compreensão longitudinal do conteúdo, a qual se referem Fernández e Figueiras (2014), inclui também, nesse caso apresentado acima, que o professor perceba que essa regra da adição e outras podem ser deriváveis a partir de equações por meio das propriedades do corpo (Kieren, 1976).

Fernández e Figueiras (2014) não consideram o HCK como um subdomínio do MKT. Para as autoras, o HCK se relaciona e modifica os subdomínios Conhecimento Especializado do Conteúdo, Conhecimento do Conteúdo e dos Estudante e Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, mas é independente dos subdomínios Conhecimento Comum do Conteúdo e Conhecimento do Conteúdo e do Currículo, uma vez que estes não são, necessariamente, da prática docente. Para as autoras, estes dois últimos subdomínios são considerados *conhecimentos de fundação*, enquanto que os três primeiros têm uma natureza *em-ação*. Por conhecimento *em-ação* entendemos ser aquele que se constituiu e reconstitui a partir das relações entre professor e estudante na prática docente. Abaixo, na figura 2, apresentamos a caracterização que Fernández e Figueiras (2014) fazem para o MKT, explicitando a característica temporal do HCK, influenciando os *conhecimentos em-ação*.

Figura 2: HCK molda o MKT e descreve sua natureza



Fonte: Fernández e Figueiras (2014)

A figura acima ilustra o fato de que o HCK modifica os conhecimentos *em-ação* do MKT. Além disso, explicita também que o HCK molda o nível atual da prática docente, estabelecendo uma conexão entre os níveis matemáticos do passado e do futuro, particularmente importantes a partir do ponto de vista de uma transição (ou um contínuo).

Para Fernández e Figueiras (2014), o HCK se expressa e pode ser caracterizado de forma explícita em três tarefas realizadas pelo professor: na preparação de atividades; na identificação, prevenção e reorientação de equívocos e dificuldades dos estudantes; na adaptação de atividades de sala de aula a partir das contribuições e dos níveis dos alunos.

ISSN 2178-034X

Diante das características do HCK apresentadas, no presente artigo as utilizaremos para identificar e discutir elementos do HCK produzidos por uma professora ao longo de sua prática docente na Educação Básica.

3. Aspectos metodológicos

A professora, aqui chamada pelo codinome Márcia, que participou da entrevista e produziu os dados abaixo analisados trabalha há 32 anos como professora da Educação Básica, tendo passado por todos os níveis: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio. É formada no Magistério, fez Licenciatura em Matemática e, posteriormente, Pedagogia. Tem especialização em Educação Matemática e em Gestão. No momento da entrevista, Márcia era professora de uma escola pública da cidade de Londrina/PR, local onde foram realizados nossos encontros.

No primeiro contato com a professora, quando fizemos o convite para colaborar com o nosso trabalho, avisamos que a intenção de pesquisa de doutorado era realizar uma "proposta de ensino" para o curso de Álgebra, em particular sobre os números racionais, na formação de professores, proposta essa que fosse articulada com a matemática ensinada na Educação Básica e que, para isso, gostaríamos que professores da Educação Básica compartilhassem seus conhecimentos produzidos na prática docente. O convite foi aceito e marcamos um próximo encontro, em que seria realizada a entrevista.

Para o segundo encontro, a professora, gentilmente, estava preparada e disposta a nos ajudar com seus conhecimentos. Levou um livro didático e uma agenda em que tinha feito diversas anotações sobre o que achava importante no ensino dos números racionais ou quais as principais dificuldades que os estudantes apresentam no aprendizado desses números. Foram essas anotações que guiaram toda a nossa entrevista, uma vez que não tínhamos preparado nenhum roteiro pré-definido para realizar uma entrevista semiestruturada. Tínhamos como objetivo para essa entrevista unicamente compreender que conhecimentos a professora considerava relevante para o ensino dos números racionais na Educação Básica e, por isso, deixamos que a professora conduzisse a entrevista, que foi gravada com aparelho de áudio.

Em seguida, realizamos a transcrição da gravação e iniciamos o processo de análise. Realizamos uma leitura flutuante (BARDIN, 1977) a fim de estabelecer contato com os dados, deixando-nos "invadir por impressões e orientações" (BARDIN, 1977, p. 96). Realizamos outras leituras buscando encontrar características do HCK, tal como definido por Fernández e

Figueiras (2014), e, a partir disso, selecionamos um conjunto de documentos que foram submetidos aos procedimentos analíticos que apresentamos a partir de agora.

4. Análise dos dados

Para nossa análise, por uma questão de espaço, separamos apenas três trechos da entrevista com a professora Márcia em que ela manifesta ter um profundo HCK acerca dos números racionais. É importante ressaltar (1) que a professora não conhecia o modelo teórico do Conhecimento Matemático para o Ensino e (2) que não tivemos o objetivo de atribuir juízo de valor às falas da professora, isto é, não procuramos avaliar se o que ela disse está certo ou não, se concordamos ou não com suas falas. Nosso objetivo foi apresentar o conhecimento produzido por ela durante anos de prática docente e relacioná-los com o modelo teórico que adotamos em nossas análises.

Nesses três trechos que apresentamos abaixo há um fato em comum: a preocupação de Márcia com a linguagem utilizada pelos professores. Para ela, muitas vezes o professor utiliza certos termos para facilitar o ensino de um conteúdo naquele momento que está ensinando, sem se preocupar com os níveis futuros do conhecimento matemático e em como esses termos podem causar dificuldades aos estudantes. Essa consciência do passado e do futuro dentro do assunto no qual está ensinando é uma das características do HCK.

Destacamos a fala da professora que se refere à identificação e à prevenção de dificuldades e possíveis equívocos dos estudantes quanto à simplificação de fração. Vejamos:

> *Márcia*: [...] Por exemplo, na simplificação de fração, que é um nó. [...] Mas, outra coisa de linguagem, algum professor licenciado falou "corta", só que toda palavra é carregada de significado. O que é corta? Você corta pano, você corta pão, você corta aquele pedaço e às vezes você perde aquilo. Então, o aluno que corta isso aqui, por exemplo, $\frac{2}{4}$, o aluno que corta isso aqui ele coloca 2 [como resultado]. Por quê? Porque em cima, se ele cortou sumiu, não sobrou nada! Ele cortou o 2. Cortou o 2. Acabou o 2, cortou o 2. Em vez de falar corta, usa a palavra simplifica, que a palavra simplifica é da matemática e remete à divisão. E na hora que o aluno tem a ideia de simplifica, divide, simplifica, divide, simplifica é pra eu dividir. Na fração, o simplifica significa divide, ele vai dividir! 2 dividido por 2 e ele vai saber que aqui em cima tem o número 1. Ele vai lembrar do numerador 1 e não vai dar igual a 2. Não vai ficar $\frac{2}{4} = 2$, vai ficar $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. E isso é comum do aluno cortar! Porque veio com a ideia que o zero, que também é racional, que o zero é nada! Tá vendo? Outra coisa que foi ensinado errado pra ele, o zero não é nada! O zero representa quando não se tem elementos. Isso é linguagem, que a gente tem que tomar cuidado! [...] Naquele momento que o professor que estava ensinando simplificação, pra ficar legal, pra ficar divertido, pra ficar não sei o que: corta corta, corta corta! A aula fica bacana? Fica! Só que depois isso vai acontecer e acontece!

Fonte: os autores

Na fala da professora, vemos sua preocupação com o uso da palavra "corta" no contexto da matemática. Para ela, essa palavra, por carregar outros significados, não é adequada e seu uso pode acarretar compreensões equivocadas. Além disso, a professora destaca que algum professor, no momento que está ensinando simplificação de fração, usa a palavra "*corta*" para aula ficar "*bacana*", mas sem pensar, talvez, nos equívocos futuros que isso pode causar. Para ela, a linguagem correta, nesse caso, seria "*simplifica*".

O segundo trecho que selecionamos da entrevista com a professora Márcia ilustra um problema da fala "*passa para o outro lado, muda de sinal*" quando se está resolvendo uma equação.

Márcia: [...] Vamos supor que eu tivesse isso aqui: $-2x + 4 = 0$, porque eu quero abordar esse $-2x$ aqui. Fica $-2x = -4$. Aí um erro muito comum dos alunos é passar esse -2 como 2....

Pesquisador: porque ele passou pro outro lado e também troca o sinal. É isso?

Márcia: porque alguém falou pra ele em algum momento da vida dele que mudou de lado, muda de sinal. Mas, não muda de sinal! Muda de operação. [...] Então essa ideia do "muda de sinal" eu também não uso isso e acho que nenhum professor devia usar. Porque vai atrapalhar número oposto. Vai confundir oposto com inverso. Por exemplo, na Geometria Analítica, que você vai dar que retas perpendiculares tem os coeficientes angulares inversos e opostos, o inverso eles já colocam menos. Eu falo: não! Então, se você fala troca o sinal, você está falando de oposto, você não está falando de inverso.

Pesquisador: o oposto seria?

Márcia: 3, qual é o oposto de 3? -3.

Pesquisador: e o inverso?

Márcia: inverso é $\frac{1}{3}$. Só que pro aluno, o inverso é o -3, porque alguém lá atrás falou: troca o sinal. E não atrapalha?

Fonte: os autores

No diálogo acima, a professora chama a atenção para uma fala muito comum quando um professor está ensinando equação: passa para o outro lado, muda de sinal. Segundo a professora, essa fala pode levar o estudante a mudar de sinal sempre, mesmo quando um número está multiplicando o x de um lado da equação e passará para o outro lado dividindo. Para ela, o correto seria "*muda de operação*" e não "*muda de sinal*". Além disso, a professora alerta para a confusão que esse modo de falar pode causar na compreensão do (elemento) oposto e do (elemento) inverso. Márcia dá um exemplo onde considera que essa confusão pode atrapalhar o estudante em outro momento de seu aprendizado da matemática. Segundo ela, na Geometria Analítica, quando os estudantes estão aprendendo a relação entre os coeficientes angulares de retas perpendiculares, a confusão entre oposto e inverso também pode prejudicar o entendimento. Para ela, o problema está em quem "*lá atrás falou: troca de sinal*". Novamente, percebemos a preocupação da professora com o momento em que certo conteúdo foi apresentado e o que os problemas com a linguagem podem acarretar na aprendizagem futura da matemática.

O terceiro e último trecho da fala da professora que apresentaremos aborda a divisão de frações $\left(\frac{a/b}{c/d}\right)$ e a fala "*multiplica cruzado*" como regra para facilitar o aprendizado dos estudantes. Para a professora, essa regra pode trazer problemas em outras situações matemáticas e sugere que ela tem que ser percebida pelo aluno, e não apresentada pelo professor como algo que irá facilitar ou agilizar a compreensão do estudante.

Márcia: [...] eu acho que um dos maiores problemas da Matemática, das dificuldades dos alunos, não só em números racionais, mas em tudo, mais em números racionais, é a linguagem do professor. De começar a usar aquilo que te falei...a divisão de fração, multiplica cruzado. Não! Jamais um professor vai falar isso! E eu acho que quem vai falar isso é um licenciado, como ele já percebeu que multiplica cruzado, ele fala: "já vou contar pro aluno que é multiplicar cruzado". Tentando facilitar, porque ele está enxergando só aquela série que ele está dando aula. Por exemplo, ele [o professor] está no sexto ano ele está enxergando o sexto ano. Então, para ele, se um aluno do sexto ano conseguir naquele momento dividir frações e ele foi treinado para isso naquele momento, ele vai fazer. Só que a apropriação desse conteúdo? E o entendimento desse conteúdo lá na frente pra ele usar? Pode ser que confunda e confunde. Isso é fato. Agora o professor que dá aula pro sexto mas também tem a visão de como vai usar isso no terceiro. [...] Por exemplo, numa regra de três, essa coisa do multiplica cruzado você faz as duas coisas. Na composta, por exemplo, quando tá na direta, o lado de cá da igualdade você vai multiplicar certinho e quando tiver a fração do lado de lá do igual aí seria o cruzado, mas não tem que falar isso. Tem que falar que esse tá dividindo, vai passar multiplicando pro outro lado. Sempre isso! Se o aluno sozinho perceber que esse sinal vai virar um multiplicar cruzado, mas ele fez porque ele não quer pensar. Mas não a gente falar isso pro aluno.

Fonte: os autores

Percebemos, nessa fala da professora, sua preocupação com o "*entendimento desse conteúdo lá na frente*" e a sua preferência por evitar ensinar a regra para facilitar a compreensão do estudante, a menos que o próprio estudante chegue à regra por conta própria. Para justificar seu ponto de vista, Márcia dá um exemplo da regra de três composta como um provável momento em que a confusão com a regra "*multiplica cruzado*" pode ser evidenciada. A explicação da professora foi no caso em que temos $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} . \frac{e}{f}$. Do lado direito da igualdade, $\frac{c}{d} . \frac{e}{f}$, temos que "*multiplicar certinho*", o numerador c multiplica o numerador e, e o denominador d multiplica o denominador f. Porém, quando vamos dar sequência e resolver a regra de três composta, caímos na Propriedade Fundamental da Proporção, que diz que, quando temos uma proporção entre razões, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos. Isto é, a regra do "*multiplica cruzado*". Nesse momento, a professora sugere ensinar que, se está dividindo de um lado, passa-se para o outro lado multiplicando, ao invés de ensinar a multiplicar cruzado.

Em nossas análises, os três trechos que apresentamos mostram o HCK da professora e a forma como ele está relacionado com os conhecimentos *em-ação* do MKT (FERNÁNDEZ; FIGUEIRAS, 2014). Relaciona-se com o Conhecimento Especializado do Conteúdo, pois a professora consegue avaliar a natureza de alguns erros por ela comentados, como foi o caso do erro $\frac{2}{4} = 2$. No caso, muitos dos equívocos dos estudantes são causados pela linguagem do professor, segundo ela. Relaciona-se com o Conhecimento do Conteúdo e dos Estudante, porque a professora demonstrou ter familiaridade com algumas dificuldades dos alunos, tais como as três que apresentamos anteriormente: simplificar fração, confusão entre os elementos oposto e inverso, e divisão de frações. E, também, relaciona-se com o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino, pois a professora consegue perceber que certos usos indevidos da linguagem ou de regras que visam facilitar o ensino podem ter efeito contrário e prejudicar a aprendizagem dos estudantes.

5. Considerações Finais

Ao longo de toda a entrevista com a professora Márcia, percebemos sua consciência de que a forma como um professor introduz um conteúdo vai interferir na compreensão de níveis futuros da matemática. Para ela, a linguagem utilizada pelo professor tem papel importante nesse ponto. Em nosso entendimento, o HCK permeou toda a fala da professora. Isso, talvez, se deva ao fato de que a professora tem formação em Pedagogia e em Licenciatura em Matemática, além de sua longa experiência como professora, desde a Educação Infantil até o Ensino Médio.

Outra consideração que fazemos refere-se à continuidade no ensino de matemática. Pensamos que em determinados momentos da fala da professora, a possibilidade de olhar para os números racionais (junto com as operações de adição e multiplicação usuais) como um corpo poderia favorecer o conhecimento matemático para o ensino do professor, como foi o caso da discussão entre elemento oposto e elemento inverso na equação $-2x + 4 = 0$. Identificamos nessa situação um espaço para se discutir sobre a continuidade no ensino de matemática, no sentido de Fernández e Figueiras (2014), mais especificamente a continuidade entre a matemática que se ensina na Educação Básica e a matemática trabalhada em cursos de formação de professores. Nesse sentido, levantamos os seguintes questionamentos: e o conhecimento matemático para o ensino dos professores dos cursos de Licenciatura em Matemática? Como esses professores formadores enxergam os conteúdos da Educação Básica e a forma como eles se relacionam ao longo de todo o currículo? Será que os professores formadores quando ensinam o corpo dos números racionais, por exemplo, têm um profundo Conhecimento do Conteúdo no Horizonte para trabalhar com os futuros professores a maneira com esse olhar para os números racionais tem relação com o que eles ensinarão em sua prática docente? De que maneira as disciplinas de conteúdo matemático podem ser trabalhadas na formação dos professores de tal modo que favoreçam o desenvolvimento do MKT e, em particular, do HCK?

Esses são alguns dos questionamentos que temos levantado em nossa tese de doutorado, na tentativa de propor alternativas para o ensino do corpo dos números racionais, na Licenciatura em Matemática, que vão além de ser um mero exemplo da estrutura algébrica corpo.

6. Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq, pelo financiamento do Doutorado Sanduíche no País (SWP) do primeiro autor; à Fundação Araucária, pelo financiamento da pesquisa “Pensamento Matemático Avançado”, da segunda autora; à CAPES, pelo financiamento da pesquisa “Conhecimento Matemático para o Ensino de Álgebra”, no âmbito do Programa Observatório da Educação, do terceiro autor.

7. Referências

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? **Journal of teacher education**, v. 59, n.5, p.389-407, 2008.
BERH, M. J. et. al. Rational number concepts. In: LESH, R.; Landau (Eds.). **Acquisition of mathematics concepts and process**. New York: Academic Press, 1983. p.91-126.
DAMICO, A. **Uma investigação sobre a formação inicial de professores de matemática para o ensino de números racionais no ensino fundamental**. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.
FERNÁNDEZ, S.; FIGUEIRAS, L. Horizon content knowledge: Shaping MKT for a continuous mathematical education. **Redimat**, v.3, n.1, p.7-29, 2014.
KIEREN, T. E. On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In: LESH, R. (Ed.) **Number and measurement: papers from a research workshop**. Columbus, Ohio: Eric/Smeac, 1976, p.101-144.
KIEREN, T. E. The rational number construct – its elements and mechanisms. In: KIEREN, T. (Ed.) **Recent Research on Number Learning**. Columbus: Eric/Smeac, 1980, p.125-150.
PINTO, H.; RIBEIRO, M. Conhecimento e formação de futuros professores dos primeiros anos – o sentido de número racional. **Da investigação às práticas**, v.3, n.2, p.77-96, 2013.
RANGEL, L; GIRALDO, V; FILHO, N. M. Conhecimento de matemática para o ensino: um estudo colaborativo sobre números racionais. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v.8, n.2, p.42-70, 2014.
SHULMAN, L. S. Those who understand: Knowledge growth in the teaching. **Educational Researcher**, Washington, US, v.15, n.2, p.4 – 14, 1986.