

EXPERIMENTAÇÃO E A PRÁTICA DE MODELAGEM MATEMÁTICA: ESTEQUIOMETRIA E AJUSTE DE CURVAS

Janaina de Castro Brisola
Pontifícia Universidade Católica do Paraná
janaina.brisola@outlook.com

Juliana Maria Telles Matta Avanci
Pontifícia Universidade Católica do Paraná
ju_matta@yahoo.com.br

Waléria Adriana Gonzalez Cecílio
Pontifícia Universidade Católica do Paraná
waleria.cecilio@pucpr.br

Resumo:

Uma alternativa pedagógica ao ensino tradicional é a utilização da Modelagem Matemática, que relaciona problemas reais com a matemática escolar, utilizando-se de temas não essencialmente matemáticos e instigando o aluno à investigação. Nesse sentido, o tema abordado no presente trabalho foi a experimentação. O objetivo do experimento foi comprovar a formação de CO_2 (gás carbônico) mediante a reação do ácido acético contido no vinagre, com o bicarbonato de sódio, sendo que a formação de CO_2 depende da concentração de ácido acético, o que é explicado pela estequiometria. A formação de CO_2 foi medida indiretamente pelo comprimento da cintura do balão, que se enchia quando da formação desse gás. Uma vez que foram utilizados diferentes volumes de vinagre, pôde-se confeccionar uma curva. A função que melhor descreveu esta curva foi encontrada por meio da aplicação do Método dos Mínimos Quadrados. O trabalho envolveu conteúdos de química e matemática e trouxe questionamentos interessantes.

Palavras-chave: Modelagem matemática; experimentação; estequiometria; método dos mínimos quadrados; interdisciplinaridade.

1. Introdução

O ensino tradicional é criticado no sentido de que o aluno é tratado apenas como ouvinte das informações que o professor transmite, tendo assim ação passiva. Além disso, na maioria das vezes, essas informações não se relacionam aos conhecimentos prévios que os alunos possuem, o que gera uma aprendizagem não significativa. Para mudar essa perspectiva, é necessário criar problemas reais e concretos, a fim de que os alunos possam ser atores do próprio conhecimento (GUIMARÃES, 2009, p. 198).

No campo da Matemática, uma alternativa pedagógica é a utilização da Modelagem Matemática. Esta alternativa tem como objetivo relacionar a matemática escolar com questões

reais, não essencialmente matemáticas, de interesse dos alunos, com a proposta de motivá-los na compreensão de conteúdos da matemática escolar (ALMEIDA; BRITO, 2005, p. 487).

A Modelagem Matemática é definida como um ambiente associado tanto à problematização, que se refere à criação de perguntas e/ou problemas, quanto à investigação, que se refere à procura, seleção, organização e manipulação de informações e a reflexão sobre elas. Assim, o âmbito do conhecimento reflexivo pode ser atingido mediante o levantamento de questões e pela realização de investigações dentro de determinada atividade proposta (BARBOSA, 2004, p. 75).

A experimentação no ensino da ciência pode ser um caminho para criar problemas reais e concretos que torne possível a contextualização e o estímulo de questionamentos de investigação (GUIMARÃES, 2009, p. 198). Assim, o objetivo do presente trabalho é apresentar aos professores uma maneira de utilizar a Modelagem Matemática através de um problema que aborda a experimentação como tema não matemático, de maneira que os alunos participem de todas as etapas do processo, desde a coleta de dados, mediante a execução do experimento, até a investigação das questões levantadas. Além de conteúdos da disciplina de matemática, conteúdos de química também são abordados, já que os alunos podem observar fenômenos químicos por meio da experimentação.

De acordo com Gomes e Macedo (2007, p. 150), a experimentação desperta grande interesse entre alunos de diferentes níveis de escolarização. Os alunos se dizem mais motivados com a experimentação e os professores afirmam que ela aumenta a capacidade de aprendizado. No ensino médio, a estequiometria é um conteúdo não muito trabalhado em aulas práticas, o que dificulta o entendimento dos alunos.

O presente trabalho foi inspirado no vídeo “Experimento com balões”, produzido por Prado e colaboradores (2010), alunos do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID) de química, da Universidade Federal Mato Grosso do Sul (UFMS). Por meio desse experimento foi possível abordar o conteúdo de estequiometria da disciplina de química.

Para a compreensão de estequiometria são necessários conhecimentos básicos de matemática. A deficiência desses conhecimentos dificulta o entendimento do aluno na

disciplina de química. Portanto, a interdisciplinaridade entre matemática e química seria importante para tornar o assunto menos complexo (GOMES; MACEDO, 2007, p. 160).

Além do conteúdo de conceitos básicos de matemática para aplicação no cálculo estequiométrico, esse experimento trouxe a possibilidade de abordar a matemática utilizando o ajuste de curvas, já que, por meio do experimento são obtidos valores de entrada (x) e valores de saída (y).

2. O Experimento

Para a realização do experimento foram utilizados os seguintes materiais e reagentes: seis garrafas PET de 500 mililitros (ml); tampa de garrafa PET; seringa de 5 ml; balões de látex; bicarbonato de sódio; vinagre; fita métrica; funil e balança comum.

Primeiramente, o vinagre foi adicionado nas garrafas PET com o auxílio de uma seringa de 5 ml, sendo os volumes de 7 ml, 28 ml, 49 ml, 70 ml, 91 ml e 112 ml para cada garrafa, respectivamente. Uma tampa de uma das garrafas PET foi preenchida com bicarbonato de sódio de maneira que este ficasse bem compactado e, posteriormente, essa quantidade de sal foi pesada. Essa medida foi colocada em cada um dos seis balões com o auxílio de um funil. Cada balão foi então conectado a uma garrafa contendo vinagre. Em seguida, o bicarbonato foi despejado no vinagre e a garrafa foi suavemente agitada em movimentos circulares. A formação de gás carbônico foi visualizada através do enchimento dos balões, cujos tamanhos foram medidos com fita métrica, tendo como parâmetro a “cintura” do balão. As medidas, em centímetros (cm), foram então anotadas. A partir dos pontos formados pelo par ordenado x (volume de vinagre em ml) e y (comprimento da “cintura” do balão em cm), construiu-se um gráfico que gerou uma função que melhor definiu a curva do gráfico. A curva foi ajustada a partir da aplicação do Método dos Mínimos Quadrados. Com a função já definida, um ponto não tabelado foi então testado: repetiu-se o experimento com 35 ml de vinagre, obtendo-se a medida da cintura do balão, dado que também foi encontrado substituindo-se o valor de x na função. Os valores prático e teórico foram então comparados.

3. Resultados e Discussão

A palavra *estequiometria* (do grego: *stoicheion*, elemento, e *metron*, medida) foi inserida na Química por Jeremias Ritcher, em 1732, como um nome para a ciência das medidas

das proporções dos elementos químicos nas substâncias. Atualmente, a palavra estequiometria está relacionada com informações quantitativas que podem ser obtidas aplicando-se fórmulas e equações químicas (ROCHA-FILHO; SILVA, 2013, p. 107).

No presente trabalho, a estequiometria foi abordada experimentalmente em uma reação cujos materiais e reagentes podem ser comprados em supermercados e a experiência pode ser realizada em casa. Trata-se da reação do bicarbonato de sódio com o ácido acético, ácido esse encontrado no vinagre. O vinagre foi introduzido na garrafa PET com o auxílio de uma seringa e o bicarbonato de sódio foi adicionado ao balão por meio de um funil. Em seguida, conectou-se o balão no gargalo da garrafa de modo que o bicarbonato fosse derramado para dentro da garrafa.

A formação do gás carbônico foi facilmente visualizada com o enchimento do balão, cuja cintura foi medida. Os dados obtidos podem ser visualizados na Tabela 1.

Tabela 1: Formação de gás carbônico (CO_2), medido indiretamente, em função da concentração de ácido acético

Volume de vinagre (ml)	Medida da cintura do balão (cm)
7	10
28	26
49	31
70	38
91	40,5
112	40,7

Fonte: As autoras.

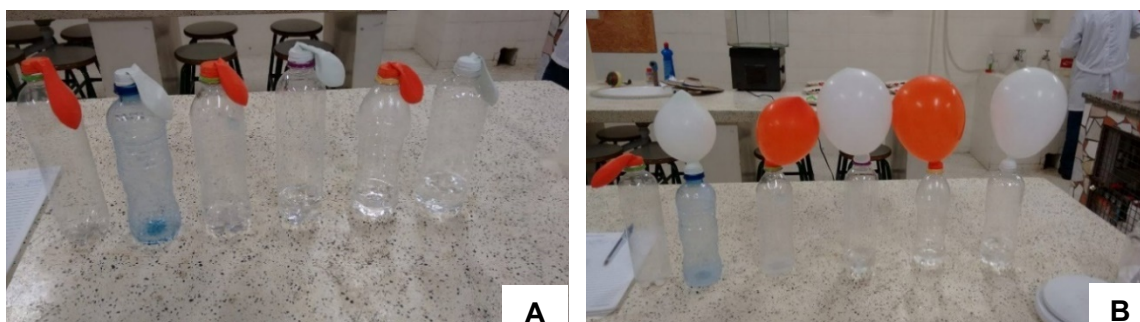


Figura 1: A. Balões contendo bicarbonato de sódio conectados às respectivas garrafas.
B. Enchimento dos balões pela formação de gás carbônico (CO_2).

Fonte: As autoras.

Normalmente, quando se realizam cálculos estequiométricos, cita-se apenas a quantidade de um dos reagentes e supõe-se que as quantidades dos outros são suficientes para

que a reação ocorra totalmente (ROCHA-FILHO; SILVA, 2013, p.123). Esse fato pode ser perfeitamente trabalhado com os alunos nesse experimento.

Sabendo-se, pela informação obtida no rótulo do produto que o vinagre possui 4% de acidez, ou seja, 4 gramas de ácido acético em 100 ml de vinagre, calculou-se a quantidade de ácido acético em cada garrafa e os dados estão tabelados a seguir.

Tabela 2: Quantidade de ácido acético, em gramas, em 7, 28, 49, 70, 91 e 112 ml de vinagre, respectivamente

VOLUME DE VINAGRE (ml)	QUANTIDADE DE ÁCIDO ACÉTICO (g)
7	0,28
28	1,12
49	1,96
70	2,80
91	3,64
112	4,48

Fonte: As autoras.

Paralelamente, calculou-se, a partir da reação balanceada, a quantidade de ácido acético que reage com 6,27 g de bicarbonato de sódio (quantidade de sal que preenche a tampa da garrafa PET), e obteve-se 4,48 g de ácido acético, o que corresponde a 112 ml de vinagre. Dessa maneira, pode-se calcular, para cada volume de vinagre utilizado, qual é o reagente limitante. Além disso, pelos cálculos estequiométricos, a formação de CO_2 deveria aumentar com a adição de uma quantidade maior de vinagre e, a partir de 112 ml de vinagre, permanecer constante; porém, isso não foi observado. Essa é uma questão importante para reflexão dos alunos.

Além do assunto de química acima abordado, esse experimento trouxe a possibilidade de se criar uma ligação com a disciplina de matemática, utilizando-se assuntos de interpolação polinomial e de ajuste de curvas pelo Método dos Mínimos Quadrados, uma vez que a formação do CO_2 ocorre em quantidades diferentes, dependendo da concentração de ácido acético.

A interpolação é um procedimento utilizado na estimativa de valores entre os pontos conhecidos de um conjunto de dados. Ela é realizada com a determinação de um polinômio que forneça o valor exato dos pontos conhecidos; aplicando esse polinômio calculam-se valores entre esses pontos. Quando o número de pontos é pequeno, um único polinômio é suficiente para realizar a interpolação ao longo de todo o domínio de dados (GILAT; SUBRAMANIAM, 2008, p. 200).

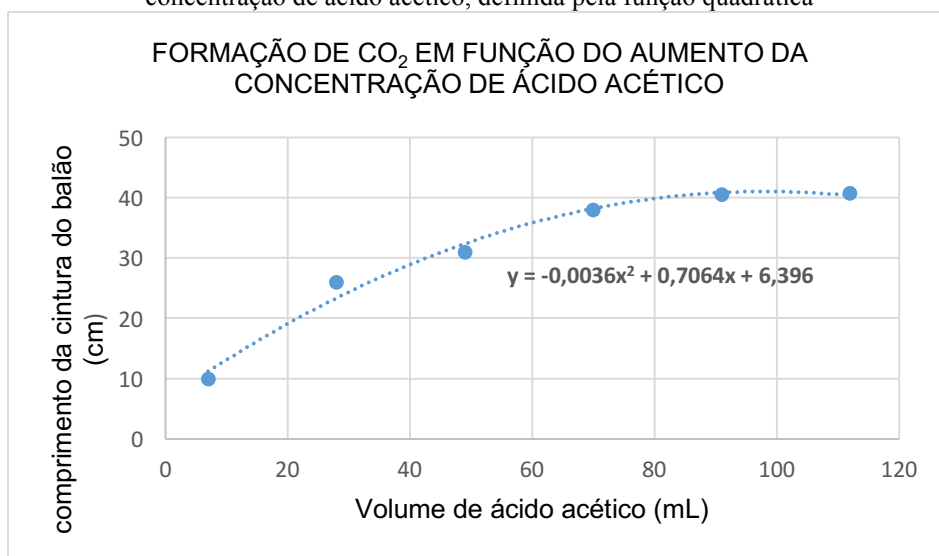
Para qualquer número n de pontos existe um polinômio de ordem $n-1$ que passa por todos esses pontos, ou seja, para dois pontos o polinômio é de primeira ordem (uma reta); para

três pontos o polinômio de segunda ordem (uma parábola) e assim por diante. Depois de determinado o polinômio, ele pode ser utilizado para estimar os valores de y entre os pontos conhecidos, o que é feito substituindo-se a coordenada x desejada no polinômio (GILAT; SUBRAMANIAM, 2008, p. 216).

Considerando-se que os valores de x representam o volume de vinagre (variáveis de entrada), e que os valores de y representam o comprimento da cintura do balão, foram geradas, a partir dos pontos ordenados, as curvas representadas nas figuras a seguir, obtidas por meio do programa Microsoft Excel 2013.

A função que melhor se aplicou aos pontos do gráfico foi a do tipo quadrática, $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$, demonstrada na Figura 1. Foram escolhidos então os três últimos pontos do gráfico (70, 38), (91, 40,5) e (112, 40,7) para ser feita a interpolação, os quais geraram a seguinte função: $f(x) = -0,0036x^2 + 0,7064x + 6,396$.

Figura 2: Formação de gás carbônico (CO_2) em função do aumento da concentração de ácido acético, definida pela função quadrática



Fonte: As autoras.

Entretanto, a interpolação não é a opção mais adequada neste caso e os alunos devem pensar à respeito do porquê. Por este motivo, realizou-se o ajuste de curvas, pelo método dos Mínimos Quadrados. Nesse momento, os alunos devem entender porque esse é o método mais adequado para os dados experimentais.

O ajuste de curvas é um procedimento no qual uma fórmula matemática é utilizada para produzir uma curva que represente com mais veracidade um conjunto de dados de forma

geral, ou seja, a função não tem que fornecer o valor exato em cada ponto, mas deve representar o conjunto de dados de forma satisfatória como um todo. O ajuste de curvas é utilizado quando os valores dos dados medidos apresentam algum erro ou dispersão (GILAT; SUBRAMANIAM, 2008, p. 200).

Conhecendo os pontos tabelados $(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2)), \dots, (x_m, f(x_m))$ e considerando que m é o número de pontos e que é sempre igual ou maior o número de coeficientes α_i , o objetivo é determinar os coeficientes $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ tais que a função $g(x) = \alpha_1 \phi_1(x) + \alpha_2 \phi_2(x) + \dots + \alpha_n \phi_n(x)$ se aproxime ao máximo de $f(x)$. Seja $d_k = f(x_k) - g(x_k)$ o desvio em x_k , o Método dos Mínimos Quadrados consiste em escolher os α_k 's de tal forma que a soma dos quadrados dos desvios seja mínima (RUGGIERO; LOPES, 1996, p. 272-274).

Se a soma $\sum_{k=1}^m d_k^2$ é mínima, cada parcela $d_k^2 = (f(x_k) - \phi(x_k))^2$ é pequena, donde cada desvio $(f(x_k) - \phi(x_k))$ é pequeno. Assim, dentro do critério dos quadrados mínimos, os coeficientes α_k , que fazem com que $g(x)$ se aproxime ao máximo de $f(x)$, são os que minimizam a função (RUGGIERO; LOPES, 1996, p. 272-274).

Usando o cálculo diferencial e aplicando o critério de mínimos quadrados, obtém-se um sistema linear com n equações e n incógnitas (os coeficientes).

$$\begin{aligned} A_{11} x_1 + A_{12} x_2 + \dots + A_{1n} x_n &= f(x_1) \\ A_{21} x_1 + A_{22} x_2 + \dots + A_{2n} x_n &= f(x_2) \\ \vdots & \\ A_{n1} x_1 + A_{n2} x_2 + \dots + A_{nn} x_n &= f(x_n) \end{aligned}$$

Esse sistema pode ser escrito na forma matricial, $A\alpha = b$:

$$\begin{matrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} & 0 & b_1 \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} & 1 & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} & n & b_n \end{matrix} =$$

Onde:

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^m \phi_i(x_k) \phi_j(x_k)$$

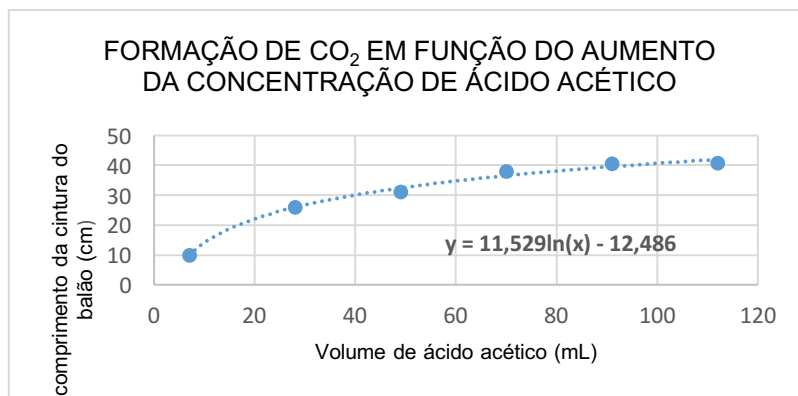
$$b_i = \sum_{k=1}^m y_k \phi_i(x_k)$$

m é igual ao número de pontos e

n é igual à quantidade de funções ϕ .

Para encontrar a função que melhor se ajustava aos dados, resolveu-se o sistema tomando $\phi_1(x) = \ln(x)$ e $\phi_2(x) = 1$, obtendo-se a função ajuste e o gráfico representado na Figura 3.

Figura 3: Formação de gás carbônico (CO₂) em função do aumento da concentração de ácido acético, definida pela função logarítmica



Fonte: As Autoras.

A função logarítmica $y = \alpha_1 \ln(x) + \alpha_2$ foi a que melhor descreveu esta curva, sendo que os valores de “ α_1 ” e de “ α_2 ” foram encontrados por meio da aplicação do Método dos Mínimos Quadrados. Em seguida, calculou-se o erro dos dados medidos. A função obtida após o cálculo foi a seguinte: $g(x) = 11,5297 \ln(x) - 12,4873$.

Usando a função obtida, foram substituídos os valores de x para se averiguar se os valores de y seriam próximos aos valores obtidos pelo experimento. Os dados podem ser visualizados na Tabela 3.

Tabela 3: Comparação dos valores de y obtidos no experimento com os valores obtidos pela substituição na função

Volume de vinagre (ml)	Medida prática da cintura do balão (cm)	Medida teórica da cintura do balão (cm)
7	10	9,9485
28	26	25,9320
49	31	32,3842
70	38	36,4966
91	40,5	39,5216
112	40,7	41,9156

Fonte: As autoras.

Observou-se que os valores de y, tanto práticos quanto teóricos, ficaram muito próximos um do outro, indicando que essa função descreve bem a curva obtida. Outro dado importante para se saber se a função obtida se ajusta à curva é o erro, que deve girar em torno de 1. O erro calculado para a função obtida foi de 1,1166.

Tabela 4: Cálculo do erro

x	$f(x)$	$g(x)$	$\Sigma(f(x) - g(x))^2$
7	10	9,9485	0,0027
28	26	25,9320	0,0046
49	31	32,3842	1,9160
70	38	36,4966	2,3412
91	40,5	39,5216	0,9573
112	40,7	41,9156	1,4777

Fonte: As autoras.

Utilizou-se ainda um ponto não tabelado, obtido com volume de vinagre de 35 ml, restando, experimentalmente, o valor para y de 30 cm. O valor teórico foi de 28,5 cm. A partir destes valores, pôde-se observar que os dados experimentais seguem a função logarítmica encontrada.

4. Questionamentos para reflexão dos alunos

Observou-se, através do enchimento dos balões, a ocorrência de uma reação química entre o ácido acético presente no vinagre e o bicarbonato de sódio. Qual seria a equação química que representa essa reação, com os devidos coeficientes estequiométricos? Apenas o gás carbônico é formado? Esse questionamento é importante porque o aluno precisa buscar o conhecimento através da literatura. Além disso, ao analisar uma equação química, o aluno aprende como fazer a leitura de uma equação, onde os reagentes estão representados no lado esquerdo da flecha, e os produtos estão representados no lado direito. Através da equação química balanceada, é possível realizar cálculos estequiométricos.

A equação química pode ser assim representada: $\text{NaHCO}_3(\text{s}) + \text{CH}_3\text{COOH}(\text{aq}) \leftrightarrow \text{CH}_3\text{COONa}(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) + \text{CO}_2(\text{g})$. Os produtos formados são: acetato de sódio, água e gás carbônico. A formação do gás carbônico foi facilmente visualizada com o enchimento do balão, cuja cintura foi medida.

Também observou-se que, nas garrafas com volumes menores de vinagre, a solução formada na garrafa apresentou coloração turva; essa turbidez diminuiu gradativamente com o aumento do volume do vinagre, até que a solução ficou translúcida. Qual seria a explicação para isso? A partir desse questionamento o aluno passa a observar a reação química que ocorre em cada garrafa de maneira científica; pode-se introduzir o conceito de reagente limitante através dessa reflexão.

Nas garrafas com volumes menores de vinagre, parte do bicarbonato não reagiu totalmente, deixando a solução formada na garrafa com coloração turva; essa turbidez diminuiu gradativamente com o aumento do volume do vinagre, até que a solução ficou translúcida, na última garrafa, já que todo o bicarbonato reagiu com o ácido acético.

Considerando-se a equação química da reação acima descrita, sabe-se que 1 mol de NaHCO_3 reage com 1 mol de CH_3COOH . Assim, se existir excesso de NaHCO_3 , por exemplo, esse não reagirá e a quantidade de CH_3COOH limitará a quantidade de produto formada, sendo, portanto, o reagente limitante.

Qual o reagente limitante de uma reação entre 6,27 g de bicarbonato de sódio e 91 ml de vinagre? E de uma reação entre 6,27 g de bicarbonato e 133 ml de vinagre? Essa questão faz o aluno analisar sobre gastos desnecessários de reagentes através de cálculos prévios. Nesse caso, o aluno entende a importância de fazer o balanceamento das equações químicas antes de realizar os cálculos estequiométricos.

O reagente limitante de uma reação entre 6,27 g de bicarbonato de sódio e 91 ml de vinagre é o ácido acético. 6,27 g de bicarbonato reagem com 4,48 g de ácido acético, e o volume de 91 ml de vinagre corresponde à 3,64 g; assim, 1,17 g de bicarbonato não reagirá. O reagente limitante de uma reação entre 6,27 g de bicarbonato de sódio e 133 ml de vinagre é o bicarbonato. 6,27 g de bicarbonato reagem com 4,48 g de ácido acético, e o volume de 133 ml de vinagre corresponde à 5,32 g; assim, a quantidade de 0,84 g de ácido acético não reagirá.

Qual seria a quantidade de CO_2 formada com 91 ml de vinagre? E com 133 ml? Sugira uma explicação para o balão da garrafa com 91 ml não ter enchido mais do que o esperado em relação à garrafa com 70 ml de vinagre. Quais foram os possíveis interferentes do experimento realizado? Esse questionamento é bem completo uma vez que aborda conceitos de estequiometria, reagente limitante e sistema onde se processa uma reação química.

2,67 g seria a quantidade de CO_2 formada com 91 ml de vinagre e, 3,90 g seria a quantidade de CO_2 formada com 133 ml de vinagre. O sistema onde se processa a reação química é um sistema fechado, porém não é isolado. Logo, ocorreu escape de gás carbônico, provavelmente na região do encaixe do balão com o gargalo da garrafa.

Se a reação química se processasse em um sistema isolado, como o gráfico de formação de gás carbônico em função da concentração de ácido acético se comportaria? Por que? Nessa

questão o aluno percebe a importância da interpretação do gráfico que, neste caso, demonstra a perda de CO_2 do sistema.

O gráfico seria uma reta, onde a formação de gás carbônico aumentaria proporcionalmente com o aumento da quantidade de vinagre colocada na garrafa.

Por que o gráfico obtido por meio da interpolação não foi a melhor opção para o caso estudado? Para responder a essa questão, o aluno deve entender os conceitos de interpolação e de ajuste de curvas.

A interpolação não é a opção mais adequada porque os resultados foram obtidos a partir de um problema real, com erros experimentais. Por este motivo, realizou-se o ajuste de curvas, pelo método dos Mínimos Quadrados, que consegue determinar uma função que melhor descreve a curva obtida, com um resíduo mínimo.

5. Considerações Finais

O ensino tradicional, em que o professor apenas fornece informações e o aluno a recebe de maneira passiva, não incentiva o pensamento crítico e impede a construção do próprio conhecimento, interferindo na aprendizagem desse aluno. Assim, a Modelagem Matemática é uma alternativa pedagógica que tem a proposta de estimular a curiosidade e o questionamento científico através da problematização de uma situação real. A partir do experimento com balões, foi possível contextualizar o ensino, criando problemas concretos e, conseqüentemente, estimulando a curiosidade dos alunos. Além disso, esse experimento possibilitou a interdisciplinaridade, uma vez que envolveu assuntos de química e de matemática.

6. Referências

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; BRITO, Dirceu dos Santos. Atividades de modelagem matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência & Educação**, v. 11, n. 3, p. 483-498, set. 2005. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v11n3/10.pdf>>. Acesso em: 05 fev. 2016.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf>. Acesso em: 05 fev. 2016.

GILAT, Amos; SUBRAMANIAM, Vish. **Métodos numéricos para engenheiros e cientistas**: uma introdução com aplicações usando o MATLAB. Porto Alegre: Bookman, 2008.

GOMES, Rafaela Sampaio; MACEDO, Simone da Hora. Cálculo estequiométrico: o terror nas aulas de Química. **Vértices**, v. 9, n. 1/3, p. 149-160, jan./dez. 2007. Disponível em: <file:///E:/Documents/Downloads/56-201-1-PB.pdf>. Acesso em: 25 out. 2015.

GUIMARÃES, Cleidson Carneiro. Experimentação no ensino de química: caminhos e descaminhos rumo à aprendizagem significativa. **Química Nova na Escola**, v. 31, n. 3, p. 198-202, ago. 2009. Disponível em: <http://webeduc.mec.gov.br/portaldoprofessor/quimica/sbq/QNEsc31_3/08-RSA-4107.pdf>. Acesso em: 25 out. 2015.

PRADO, Rafael; PIRES, Fellipe; BASTO, Milton. **Experimento com balões**. 2010. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=LQHKNX-G_cw>. Acesso em: 19 out. 2015.

ROCHA-FILHO, Romeu C.; SILVA, Roberto Ribeiro da. **Cálculos básicos da química**. 3. ed. São Carlos: Edufscar, 2013.

RUGGIERO, Márcia A. Gomes; LOPES, Vera Lúcia da Rocha. **Cálculo numérico**: aspectos teóricos e computacionais. 2. ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1996.