

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E A DESCOBERTA GUIADA COMO METODOLOGIAS PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DO CONTEÚDO DE OTIMIZAÇÃO EM CÁLCULO

Júlio Paulo Cabral dos Reis
Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
julio.cabral.reis@hotmail.com

Resumo:

O propósito deste trabalho é relatar uma experiência na disciplina de Cálculo sobre o conteúdo de Otimização. A experiência aconteceu em uma turma de 2º período do curso de Graduação em Engenharia Civil de uma faculdade privada em Belo Horizonte. O conteúdo de Otimização foi trabalhado embasado nas metodologias de Resolução de Problemas e Descoberta Guiada, e, para tal, elaborou-se um projeto. Nele uma situação-problema da área de Engenharia Civil foi analisada inicialmente por ferramentas e métodos presentes na disciplina de Cálculo, em especial a Otimização. Focou-se na compreensão e significação de conceitos, presentes no conteúdo de Otimização, e (re)-significação de conteúdos da Matemática básica. Verificou-se, além de uma experiência interdisciplinar, que surgiu de forma natural durante a realização do projeto, uma aprendizagem significativa e autônoma dos alunos sobre o conteúdo de Otimização.

Palavras-chave: Cálculo; Resolução de Problemas; Descoberta Guiada; Otimização, Interdisciplinaridade

1. Introdução

O modo de ensinar sempre foi uma preocupação dos educadores ao longo do tempo. Isso fez com que surgissem estudos a respeito de como fazê-lo, isto é, investigações que desenvolvem novos métodos de ensino consoante às necessidades de cada contexto sociocultural em que se inserem as práticas educativas. Nesse sentido, Antoli (1998) reflete o papel da Didática no ensino e na aprendizagem. No campo matemático, a didática traz propostas de ensino e aprendizagem, como: resolução de problemas, descoberta guiada, modelagem matemática, história da matemática, dentre outras. Polya (1977), Pozo (1998) e Reis (2013) propõem a utilização da metodologia denominada Resolução de Problemas, como uma forma facilitadora de trabalhar conteúdos afins desse campo científico. Tal metodologia pode ser vinculada à metodologia da Descoberta Guiada proposta por Enerst (1998).

A importância do conteúdo de Cálculo nos currículos universitários, em especial no das engenharias, é de destaque. Stewart (2006), Lachini (2001) e Rezende (2007)

refletem as atuais práticas na referida disciplina, e desafios, fracassos e propostas para potencializar um ensino e uma aprendizagem mais significativos são apresentados por esses autores. Assim, aliar as metodologias de Resolução de Problemas e Descoberta Guiada ao conteúdo de Otimização a situações da área de Engenharia Civil é promover experiências significativa para os alunos.

2. Justificativa

A importância do conteúdo de Cálculo transcende uma riqueza cultural, pois “[...] hoje, o cálculo é usado na determinação de órbitas de satélites e naves espaciais, na predição do tamanho de uma população [...] e em uma grande variedade de outras áreas”. (STEWART, 2006, p.9), e os conteúdos presentes na disciplina oferecem a possibilidade de gerar novas descobertas e auxiliar o avanço científico e/ou tecnológico. Assim, surge a preocupação quanto ao ensino e à aprendizagem desses conteúdos, em especial o de Otimização, cuja importância é apresentada por Kolman e Hill (2006) “em vários problemas no comércio e na indústria, estamos interessados em tomar decisões que maximizem ou minimizem alguma quantidade” (p.508). É nesse ponto que o conteúdo de Otimização torna-se uma ferramenta em potencial.

Para, então, trabalhar o ensino e a aprendizagem, verificaram-se sugestões, *a priori*, no campo da Educação Matemática, no qual metodologias como a Resolução de Problemas e a Descoberta Guiada podem contribuir, permitindo o trabalho com problemas que perpassam por variadas áreas do conhecimento. E também nas Diretrizes Curriculares Nacionais (2002), que propõem a interdisciplinaridade como metodologia de ensino e aprendizagem.

Pela importância do Cálculo, em especial o conteúdo de otimização, criar projetos que permitam o trabalho com as metodologias citadas “é uma maneira de despertar o interesse dos alunos – e facilitar a aprendizagem” (STEWART, 2013, pg. xi).

3. Objetivos

3.1. Objetivo Geral

Trabalhar com as Metodologias, denominadas pela Educação Matemática, como Resolução de Problemas e Descoberta Guiada para abordar o conteúdo de Otimização na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

3.2 Objetivos Específicos

- a) Elaborar estratégias matemáticas para a resolução e reflexão de um problema;
- b) Verificar o conhecimento matemático intrínseco a outras ciências;
- c) Revisar e (Re) significar conteúdos já abordados na Matemática básica;
- d) Refletir, através da utilização do Cálculo, sobre a tomada de decisão.

4. Referencial

4.1. Resolução de Problemas e Descoberta Guiada promovendo a interdisciplinaridade

Antoli (1998) diz que a Didática “se constrói, com base na teoria e na prática, em ambientes organizados de relação e comunicação intencional, nos quais se desenvolvem processos de ensino e aprendizagem para a formação do aluno.” (p.84). Para o autor, a Didática promove um trabalho em múltiplas dimensões e, aliada às ciências educacionais, busca repostas frente aos problemas encontrados.

Uma das propostas didáticas atuais é trabalhar de modo interdisciplinar. As Diretrizes Curriculares Nacionais no Nível Tecnológico já propõem ensinar nessa perspectiva, em que “os conhecimentos não são mais apresentados como simples unidades isoladas de saberes, uma vez que estes se inter-relacionam, contrastam, complementam, ampliam e influem uns nos outros.” (BRASIL, 2002a, p.30). O documento defende uma nova organização curricular que envolva a interdisciplinaridade.

Dessa forma, uma metodologia que pode contribuir para a vinculação das disciplinas no âmbito da Educação Matemática é a Resolução de Problemas. Pozo (1998) relata que uma das formas de dar autonomia aos alunos é através da resolução de problemas, pois o ensino baseado nesse método leva o aprendiz a ter uma postura ativa diante de situações novas e diferenciadas, fazendo com que ele se esforce para encontrar sua própria resposta e construir seu próprio conhecimento. Em conformidade, Laudares e

Lachini (2001, p. 72) expõem que o saber pode “ser adquirido através de uma situação problemática.” Essa situação permite soluções de problemas através de etapas, a fim de que se chegue a uma conclusão, momento no qual o aluno poderá fazer reflexões a respeito do desenvolvimento processual e da compatibilidade entre problema proposto e a resposta obtida.

Ao conduzir a novos campos de estudos, pode-se pensar que a resolução de problemas é uma metodologia que permite o trabalho com a interdisciplinaridade. Reis (2013) aplicou a metodologia de resolução de problemas em alunos do curso de Engenharia, através de um objeto de aprendizagem que envolvia problemas das áreas de Física, Química e Matemática. Foi constatado que através dessa metodologia foi possível chegar à compreensão de conceitos e à construção do conhecimento.

Ao se resolver um problema, pode-se deixar que o aluno percorra todo o processo sozinho em busca da solução, ou o professor pode colaborar mediante a Metodologia da Descoberta Guiada, no qual, para Ernest (1998), o professor “formula o problema ou escolhe a situação com o objetivo em mente e conduz o aluno para a solução ou objetivo” (p.32). Essa condução pode ser de forma tênue, sem mesmo que o aluno perceba, não tirando o mérito das suas conclusões. Tal condução permite delimitar o campo das descobertas e também fechar uma situação e/ou uma situação-problema dentro de um tempo pré-estabelecido.

Logo, adotar as metodologias de Resolução de Problemas e Descoberta Guiada criando projetos é um modo de contribuir para o ensino e a aprendizagem de conteúdos do Cálculo e para a interdisciplinaridade.

4.2. Ensino e Aprendizagem em Cálculo

Uma vez que a disciplina de Cálculo se configura como desafiadora nos cursos de graduação, torna-se interessante analisar aspectos que contribuem para esse desafio.

Sobre as dificuldades, Miranda (2010) diz que a defasagem em conteúdos matemáticos básicos apresentada pelos alunos que ingressam nos cursos superiores dificulta certas compreensões nos conteúdos de Cálculo. Barros e Meloni (2006), dizem que metodologias utilizadas por alguns professores, como a ênfase nas aulas expositivas e a apresentação dos conceitos e definições sem a preocupação de dar-lhes o devido

significado contribuem como elementos negativos para o ensino e a aprendizagem de Cálculo.

Assim, o enfoque do ensino de Cálculo é propô-lo de modo que o aluno consiga compreender os conceitos, interpretar os significados, bem como saber onde e como aplicá-los. Stewart (2006) propõe o trabalho segundo a “regra de quatro”, isto é, os tópicos deveriam ser apresentados de forma geométrica, numérica, algébrica e verbal ou descritiva. O enfoque está em um trabalho com a compreensão conceitual. Lachini (2001) reforça que o estudo de Cálculo deve se focar no significado dos conceitos envolvidos, sem a preocupação de, *a priori*, formalizá-los com o rigor matemático, pois “somente quem apreende o conceito é capaz de descrever e verbalizar.” (p.172), para, enfim, formalizar.

Rezende (2007) propõe utilizar a dualidade “técnica/significado” (p.335) na tentativa de assimilar conceitos envolvidos na disciplina. A proposta é começar o ensino através do significado, ou seja, por meio da exploração das ideias históricas que permitiram o avanço do Cálculo e posteriormente a sua formalização. Em suma, é preciso pensar o ensino de Cálculo voltado para a compreensão dos conceitos e definições, de modo a levar a autonomia do aluno durante os processos de ensino e aprendizagem.

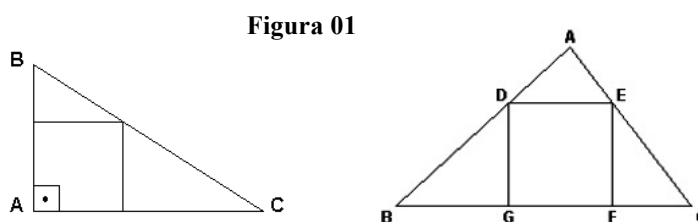
5. Metodologias

Para elaborar o projeto, adotaram-se as metodologias da Resolução de Problemas e da Descoberta Guiada, para contemplar a interdisciplinaridade. A Resolução de Problemas trouxe uma situação-problema na área de Engenharia Civil, que foi resolvida, à luz da descoberta guiada, ou seja, sugestões e delimitações foram apresentadas aos alunos durante a realização do projeto.

Para analisar as contribuições do projeto criado, adotou-se a Pesquisa Qualitativa que, segundo Bogdan e Biklen (1994), surge a partir dos estudos sociais e antropológicos da década de sessenta do século XX e chega à educação com o estudo da Sociologia voltado para a área educacional. A investigação qualitativa “ênfatisa a descrição, a indução, a teoria fundamentada e o estudo das percepções pessoais”.

6. Desenvolvimento do Projeto

Foi proposto um problema à turma do 2º Período de Engenharia Civil de uma Faculdade privada de Belo Horizonte, no segundo dia de aula do mês de Agosto/2014. Inicialmente apresentou-se o problema: Vocês trabalham em uma empresa que constrói piscinas. Sua empresa foi contratada por um “Resort” para construir uma piscina, que deve ser retangular e possuir o maior volume possível de água, dentro de uma determinada área triangular retangular. O dono do “Resort” passa a vocês dois esboços grosseiros do projeto.



Duas opções para o projeto – Fonte do Autor

A região destinada à piscina é limitada por um triângulo retângulo ABC de dimensões $AB = 60$ m e $AC = 80$ m.

O problema trouxe a metodologia da Descoberta Guiada implícita, pois foram dados dois esboços, deixando um norte a ser seguido. Em grupos de no máximo dez alunos, em uma aula no final do semestre, no mês de Dezembro/2014 uma solução para esse problema deveria ser apresentada. Assim, cada grupo entregou um portfólio com todos os passos seguidos. Nele estavam referências bibliográficas, os professores de outras disciplinas consultados, bem como outros meios científicos utilizados. Cada grupo teve 30 minutos para apresentar; destes, 20 minutos foram de apresentação e 10 minutos de perguntas dos demais colegas e professor. Foram cinco grupos apresentados.

Inicialmente, muitos alunos procuraram o professor na tentativa de descobrir mais sobre o problema. Porém, só no mês de Setembro/2014 o professor enviou aos grupos as seguintes questões: a) Quais as normas de segurança e as demais normas que vocês tiveram que seguir? b) Quais devem ser as dimensões da piscina para atender a exigência do projeto? Expliquem como chegaram às conclusões. (Utilizem métodos matemáticos que validem o maior volume encontrado pelo grupo). c) O que o grupo propõe para a área da região que sobrar? d) Crianças poderão utilizar a piscina? e) Foi possível verificar a importância do Cálculo, como disciplina, que oferece ferramentas e

métodos a vocês, futuros engenheiros? Essas questões se configuram na metodologia de Descoberta Guiada, uma vez que orientam e ajudam a buscar soluções para o problema, uma primeira forma de intervenção do professor.

No mês de Outubro/2014, outra intervenção foi realizada. Foi sugerido aos alunos que eles consultassem referências bibliográficas de Cálculo Diferencial e Integral do curso, em especial o conteúdo de Otimização. Sugeriu-se também pesquisar artigos e/ou vídeos aulas a respeito do conteúdo. Essas intervenções se configuram na metodologia da Descoberta Guiada, na qual o professor auxilia o aluno, deixando as descobertas a cargo deste. A Pesquisa Qualitativa também é evidenciada, pois, segundo Lüdke e André (1986), na Pesquisa Qualitativa “não há, portanto, possibilidade de se estabelecer uma separação nítida e asséptica entre o pesquisador e o que ele estuda e também os resultados do que ele estuda.” (p.5). O pesquisador participa ora mais ativo, ora mais passivo de todo o processo da pesquisa.

No mês de Novembro/2014 houve a aula do conteúdo de Otimização. Foi uma aula interessante, pois alguns já haviam lido sobre o conteúdo e outros procuraram na internet sobre ele. Muitas perguntas, inclusive a respeito do projeto fizeram com que a aula fosse intensamente produtiva. O professor não resolveu o problema, apenas contribuiu com informações do conteúdo de otimização.

7. Principais resultados

Grande parte dos grupos compreendeu o problema, como achar o volume de um prisma no qual o retângulo inscrito ao triângulo (dados iniciais) funcionava como a base desse prisma. (Re) significando conceitos, eles buscaram analisar o cálculo de volume de prismas, chegando a conclusões que, se maximizassem a área desse retângulo, eles poderiam obter “o maior volume” para a piscina.

Para esta maximização, os alunos buscaram o conteúdo de Otimização. Porém, viram com o andar do projeto que não bastaria apenas resolver um problema de Otimização. Outros fatores influenciariam nessa resolução, como diretrizes de construção de piscina, impermeabilização, pressão nas paredes exercida pela água, dentre outros.

O grupo 1 começou expondo as memórias de Cálculo e utilizou para tal o *PowerPoint* e o quadro:

Figura 02



Memória de Cálculo do grupo 1 – Portfólio – Fonte do Autor

Os integrantes do grupo mostraram os cálculos a partir dos conceitos de Otimização e Volume. Utilizaram semelhança de triângulos e função, compreendendo a necessidade dos métodos e (re) significando-os.

O grupo 2, a partir da utilização da Otimização, começou a mexer na profundidade da piscina, variando-a, de 1,6 m a 2,2 m. Os alunos propuseram, além da piscina sugerida, que seria apenas para adultos, outras formas de utilizar o espaço que sobrava, com uma piscina infantil e uma quadra. Porém verificaram que com isso o aumento nos custos seria considerável. Questões como a impermeabilização, a argamassa, os azulejos e a dilatação foram levantadas pelos integrantes. Um orçamento foi idealizado, e eles chegaram à conclusão de que para construir tudo, incluindo mão de obra e lucro, o valor seria muito alto. Vê-se um trabalho interdisciplinar, o que é proposto pelas Diretrizes para os cursos de Graduação em Engenharia, em que é necessário que as experiências de aprendizado ultrapassem as aulas convencionais, de modo que o aprendizado só se consolidará se o “estudante desempenhar um papel ativo de construir o seu próprio conhecimento e experiência, com orientação e participação do professor.” (BRASIL, 2001b, p.2). A apresentação, do grupo foi realizada com uma maquete.

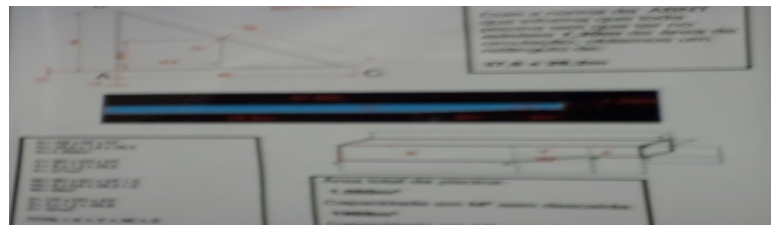
Figura 03



Maquete – Grupo 2 – Fonte do Autor

O grupo 3 optou também por uma maquete para mostrar as conclusões, e por um *banner* para registrar as memórias de Cálculo. Utilizaram o método de Otimização. Idealizou-se um prisma escalonado em três níveis de profundidades, de modo que crianças e adultos pudessem utilizar o mesmo espaço. Foi o grupo que obteve o maior volume de água na piscina. Houve outras contribuições, além do Cálculo do volume, pois o grupo consultou as normas e especificações técnicas de segurança para construir uma piscina. Essas normas são expedidas pelo corpo de bombeiros. Os alunos viram a necessidade de estarem atentos às normatizações antes de idealizarem qualquer projeto. Eles observaram a necessidade de a piscina ter bordas de segurança, o que fez o Cálculo ser adaptado ao conteúdo de Otimização.

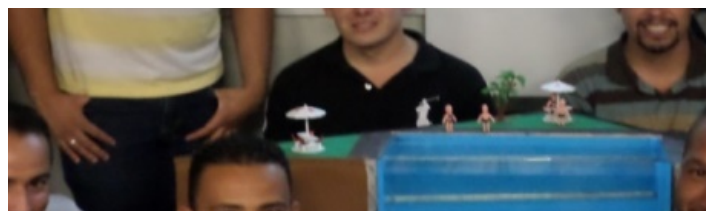
Figura 04



Memórias de Cálculo grupo 3 – Fonte do Autor

Utilizando do conhecimento matemático de proporcionalidade, o grupo 4 trouxe uma maquete de medidas proporcionais ao projeto original. O grupo optou pelo fundo da piscina em declive de modo que crianças pudessem utilizá-la. Porém, não se respaldaram na Otimização e fizeram várias memórias de cálculos, na tentativa de obter o maior volume. Não conseguiram um volume maior do que os demais grupos. Porém contribuíram ao mostrar que o processo de tentativa e erro nem sempre é o melhor caminho.

Figura 05



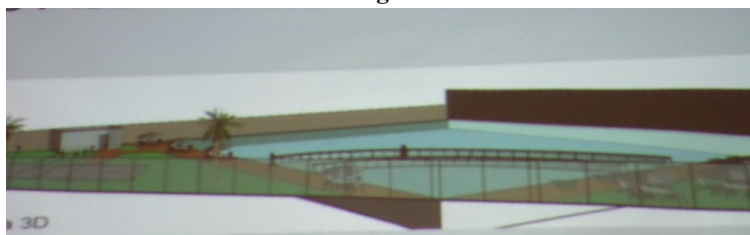
Maquete com medidas proporcionais – Fonte do Autor

O grupo 5, utilizando recursos de uma disciplina que já haviam cursado, e com a utilização da Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC), trouxe a visualização em 3D do projeto sugerido. A apresentação em 3D utilizou o programa *Autocad*.

A proposta da utilização de Tecnologia está presente nas Diretrizes para os cursos de Graduação em Engenharia, pois “o desafio que se apresenta o ensino de Engenharia no Brasil e no cenário mundial é que demanda o uso intensivo da ciência e tecnologia e exige profissionais altamente qualificados.” (BRASIL, 2001b, p.1).

A memória de cálculo foi apresentada em *PowerPoint*, com a utilização do conteúdo de otimização e a idealização final no *Autocad*.

Figura 06

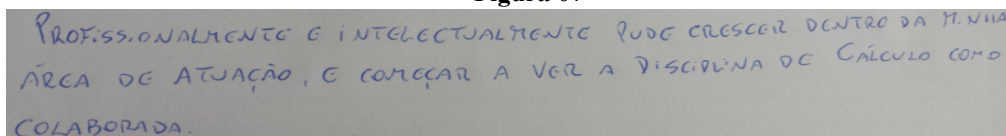


Apresentação do Projeto utilizando Autocad – Fonte do Autor

Após cada apresentação, houve um espaço de debate, em que uma das principais perguntas levantadas pelo professor foi sobre a necessidade de métodos presentes na disciplina de Cálculo na formação do Engenheiro. Uma das gratificações foi observar que, grande parte dos alunos percebeu a necessidade dos conteúdos do Cálculo, e da Matemática básica, como ferramentas que podem auxiliá-los na sua futura profissão.

Em conformidade com Lachini (2001) e Rezende (2007) a técnica e o significado foram trabalhados. Em um relato do portfólio:

Figura 07



Relato do Portfólio – Fonte do Autor

Literalmente: “Profissionalmente e intelectualmente pude crescer dentro da minha área de atuação, e começar a ver a disciplina de Cálculo como colaborada”. Isso confirma que o projeto contribui na formação dos alunos, oferecendo oportunidade de trabalhar de forma autônoma e interdisciplinar. Assim, o trabalho culminou em uma experiência enriquecedora.

8. Considerações Finais

A partir das observações, das apresentações e dos dados registrados durante a realização do projeto, foi possível observar que os alunos tiveram a oportunidade de pesquisar, refletir, analisar, (re) significar, revisar e aprender, tanto sobre o conteúdo de otimização, quanto sobre outros conteúdos envolvidos. Em conformidade com propostas apresentadas por Rezende (2007) e Miranda (2010), segundo as quais os alunos devem ser os protagonistas do ensino e da aprendizagem, os objetivos específicos do projeto foram atingidos.

Foi possível trabalhar com as metodologias de Resolução de Problemas e Descoberta Guiada, oferecendo autonomia e significado nos processos de ensino e aprendizagem. Os alunos, compreenderam a necessidade do método de Otimização e a contribuição que ele pode oferecer na sua área de atuação. Durante as apresentações, o conteúdo de Otimização foi a ferramenta suporte para iniciar o processo de resolução da situação. Todavia, o projeto se mostrou também interdisciplinar.

As buscas por outras ferramentas nas variadas áreas do conhecimento surgiram de forma natural: no Direito (regras), na Administração (valores), na Física (leis físicas), e vieram contribuir na solução do projeto. O trabalho interdisciplinar é uma proposta das Diretrizes Curriculares tanto no Ensino Técnico quanto no Ensino Superior, e a experiência permitiu essa interação.

Foi possível analisar que a visão do Cálculo como somente procedimentos de manipulações algébricas -o que é uma visão reducionista- foi substituída por outra, uma disciplina que contribui no processo de formação, oferecendo ferramentas, técnicas e métodos variados, evidenciando a importância da sua presença nos currículos das Engenharias. Assim, abordar o conteúdo de Otimização, pelas metodologias da Descoberta Guiada e da Resolução de Problemas contribuiu para o ensino e aprendizagem desse conteúdo.

9. Referências

ANTOLÍ, V. B. A didática como espaço e área do conhecimento: fundamentação teórica e pesquisa didática. In: FAZENDA, I. (Org) **Didática e interdisciplinaridade**. 3. ed. Campinas: Papyrus, 1998.

BARROS, Rodolfo M. de; MELONI, Luís G. P. O processo de ensino aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral por meio de Metáforas e Recursos Multimídia. In: **Anais do XXXIV Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia**. Passo Fundo, 2006.

BRASIL. **Diretrizes curriculares nacionais gerais para a educação profissional de nível tecnológico**. Brasília: MEC, 2002a.

BRASIL. Ministério da Educação. **Portal do Servidor**. Brasília: MEC, 2001b. Disponível em: <<http://portal.doprofessor.mec.gov.br>>. Acesso: em 20 Jan. 2016.

ERNEST, Paul. Investigações, resolução de problemas e pedagogia. In: ABRANTES, P., LEAL, L. C.; PONTE, J. P. (Orgs.). **Investigar para aprender matemática**. Lisboa: Projeto MPT e APM, 1998, p. 25-48.

KOLMAN, Bernard; HILL, David R. *Introdução à Álgebra Linear com aplicações*. 8ª ed. São Paulo: LTC, 2006.

LACHINI, Jonas. Subsídios para explicar o fracasso de alunos em cálculo. In: LAUDARES, João B. LACHINI, Jonas. (Org.). **A prática educativa sob o olhar de professores de cálculo**. Belo Horizonte, MG. Ed. Fumarc, 2001, p.146-190.

LÜDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Eliza Dalmazo Afonso de. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: E.P.U., 1986. xii, 99 p. (Temas básicos de educação e ensino)

MIRANDA, Anderson Melhor. **As tecnologias da informação no estudo de Cálculo na perspectiva da aprendizagem significativa**. 2010. 152f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciências, 1977.

POZO, Juan Ignácio. *A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: Art Méd, 1998.

REIS, Júlio Paulo Cabral. **A criação de um objeto de aprendizagem para a resolução de problemas de fenômenos físicos com a utilização de taxas relacionadas**. 2013. 184 fl. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte.

REZENDE, Wanderley Moura. O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica. In: MACHADO, N.; CUNHA, M. (Org.) **Linguagem, Conhecimento, Ação ensaios de epistemologia e didática**. São Paulo. Escrituras. 2007.

STEWART, J. **Cálculo**. São Paulo. Pioneira-Thomson Learning, 5ª ed. 2006. v. 1.

STEWART, J. **Cálculo**. São Paulo. Pioneira-Thomson Learning, 7ª ed. 2013. v. 1.