ANÁLISE DE DESEMPENHO E DE ESTRATÉGIAS DE ESTUDANTES DO 6° ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL EM SITUAÇÕES DE PROPORÇÃO SIMPLES

Juscileide Braga de Castro
Universidade Federal do Ceará (UFC)
juscileide@virtual.ufc.br

Danilo do Carmo de Souza
Escola Municipal Catarina Lima de Silva (SME)
danilocarmo1992@gmail.com

Deborah Monte Medeiros
Universidade Estadual do Ceará (UECE)
deborahmm_@hotmail.com

Maria Silvania Marques Xavier de Souza
Universidade Federal do Ceará (UFC)
silvaniamarquesx@gmail.com

Ana Carla Amâncio Machado Dias
Escola de Tempo Integral Filgueiras Lima (SME)
anacarladias1967@gmail.com

José Aires de Castro Filho
Universidade Federal do Ceará (UFC)
aires@virtual.ufc.br

Resumo:
Os estudantes do Ensino Fundamental costumam apresentar dificuldades na compreensão e na resolução de situações-problemas, principalmente dos relacionados com multiplicação e divisão. Este artigo tem por objetivo, analisar o desempenho e as estratégias de 211 estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental de escolas do Ceará, na resolução de situações de proporção simples da classe muitos-para-muitos. O desempenho foi verificado de forma quantitativa e mostrou que os alunos apresentaram maior dificuldade em resolver situações da classe muitos-para-muitos do que da classe um-para-muitos. As estratégias foram analisadas de forma quantitativa e qualitativa. As estratégias foram classificadas em: aditivas, aditivas e multiplicativas e apenas multiplicativas. Constatou-se que há um predomínio do uso do algoritmo quer sejam em estratégias aditivas ou multiplicativas. Nas estratégias multiplicativas com o uso do algoritmo verificou-se que apesar das situações serem de divisão, muitos foram resolvidos por meio da multiplicação.
Palavras-chave: estruturas multiplicativas; proporção simples; estratégias

1. Introdução

A matemática é considerada uma das áreas do conhecimento essencial para o desenvolvimento da humanidade por sua importância na resolução de problemas do cotidiano. Contudo, pode-se observar, ao analisar avaliações em larga escala como as do Sistema de

Avaliação da Educação Básica - SAEB e da Prova Brasil, que os estudantes possuem dificuldades em entender e solucionar situações-problemas.

Alguns dos procedimentos que podem agravar estas dificuldades, é, por exemplo, a ênfase que muitos professores dão à memorização de definições e à tabuada. Ademais, o excesso de situações repetitivas ou o uso de modelos, acabam restringindo e impondo ao aluno uma única forma de resolução. Neste sentido, Gitirana *et al* (2014) destacam que por não entender o significado das operações o aluno não consegue definir corretamente a operação utilizada para resolução de situações-problema.

Dentre as operações de maior dificuldade dos alunos estão a multiplicação e a divisão. Estas operações são requisitas em uma série de conceitos como os de proporção, de fração, de razão, de função, de covariação, por exemplo.

O entendimento das dificuldade que o estudante apresenta na resolução de cada tipo de situação é importante para que o professor possa planejar e buscar intervenções eficazes para uma melhor compreensão conceitual. Assim, uma forma de identificar as dificuldades e observar se os estudantes estão compreendendo os conceitos abordados é através da análise das estratégias apresentadas ao solucionar os problemas. Segundo Magina *et al* (2001, p. 16) é preciso "diagnosticar o nível em que a criança está e entender as relações matemáticas que correspondem a cada uma das estratégias utilizadas".

Mediante o exposto, este trabalho tem por objetivo, analisar o desempenho e as estratégias de estudante do 6º ano do Ensino Fundamental, na resolução de situações de proporção simples da classe muitos-para-muitos. Na próxima seção, apresentar-se-á uma breve discussão sobre a teoria dos campos conceituais, além de pesquisas que versem sobre a temática. Na sequência, os procedimentos metodológicos serão apresentados, seguidos das discussões dos resultados e considerações finais.

2. Teoria dos campos conceituais

A teoria dos campos conceituais busca compreender o processo de conceitualização por parte do estudante. De acordo com Vergnaud, percussor dessa teoria, a formação do conceito emerge da resolução de situações postas ao indivíduo. No que concerne a matemática, seus conceitos encontram-se estreitamente relacionados. Assim, não faz sentido estudá-los de forma isolados, propondo trabalhar em Campos Conceituais. Um campo conceitual é constituído por um conjunto de situações e problemas os quais necessitam de conceitos, procedimentos e representações em estreita conexão (VERGNAUD, 1983; 2009).

Embora existam uma diversidade de campos conceituais, destacam-se, neste trabalho, os campos aditivo e multiplicativo. O campo aditivo, refere-se as situações ternárias com diferentes complexidades que requerem, para sua resolução, as operações de adição, subtração ou a combinação de ambas, além de noções aditivas (juntar, retirar, aumentar, diminuir, completar e comparar), prevalecendo, portanto, uma relação parte-todo (VERGNAUD, 2009).

O campo conceitual multiplicativo compreende os problemas que recorrem a utilização da multiplicação, divisão ou a combinação de ambas em diversas complexidades. Segundo Vergnaud (2009), no campo multiplicativo as relações entre as variáveis dos problemas são estabelecidas entre duas ou mais grandezas, diferente do campo aditivo. Ao estudar a diversidade dos problemas multiplicativos, Vergnaud (2009) organiza-os segundo estruturas e características próprias classificando-as em: isomorfismo de medidas, produto de medidas, proporção múltipla (VERGNAUD, 2009).

Neste trabalho, utilizar-se-á uma releitura apresentada por Magina, Santos e Merlini (2014) e Santos (2015), na qual consideram o isomorfismo de medidas como proporção simples, um eixo das relações quaternárias, subdividido em: a) multiplicação, b) divisão por parte, c) divisão por cota. Esses autores ainda separam situações deste mesmo eixo - proporção simples, em duas classes: um-para-muitos e muitos-para-muitos[1].

A análise de estratégias empregada por estudantes tem sido foco de estudo de diferentes pesquisadores. Zaran e Santos (2012), realizaram um estudo de caso com o objetivo de analisar os procedimentos utilizados por estudantes do 5º ano do Ensino Fundamental, ao solucionarem problemas de proporção simples da classe muitos-para-muitos, ou seja, envolvendo multiplicação e divisão. Os resultados revelam que os alunos apresentam dificuldades na compreensão das situações que envolvem a relação entre duas variáveis, denominada por Vergnaud (1983) de relação funcional. Também verificou-se um índice de acerto significativo ao utilizar procedimentos multiplicativos, embora tenha sido constatado a utilização de estratégias aditivas para solucioná-los.

No estudo realizado por Castro *et al* (2015), destacam que os estudantes nem sempre conseguem estabelecer as relações entre as grandezas dos problemas. Nesse estudo foram

[1] Problemas de proporção simples da classe muitos-para-muitos envolvem a multiplicação e a divisão.

analisadas as estratégias de estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental na resolução de situações de divisão por cota e partição. Como resultado foi verificado predomínio da utilização de algoritmo que nem sempre contribui para uma resolução correta da situação, já que, em muitos casos, os estudantes efetuavam cálculos com os dados da questão sem ter consciência da operação a ser utilizada (CASTRO *et al*, 2015). Segundo os autores, isso ocorre, pois os estudantes não interpretam as situações-problema de proporção, além de não diferenciarem os problemas de cota e partição.

As pesquisas de Zaran e Santos (2012) e Castro *et al* (2015) mostram que na resolução de situações de proporção simples os estudantes têm dificuldade em estabelecer a relação entre as grandezas, ou seja, a relação funcional e que podem utilizar estratégias aditivas e/ou multiplicativas na resolução de proporção simples da classe um-para-muitos. De forma semelhante, este trabalho se propõe a analisar as estratégias e compreender as dificuldades enfrentadas pelos estudantes, porém, em situações da classe muitos-para-muitos. A seguir, os procedimentos metodológicos serão apresentados.

3. Procedimentos metodológicos

Esta pesquisa aconteceu no contexto do Projeto OBEDUC intitulado "Um estudo sobre o domínio das Estruturas Multiplicativas no Ensino Fundamental", Projeto 15727, financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior (CAPES) através do Edital 049/2012/CAPES/INEP, sendo executado em rede entre os estados da Bahia, de Pernambuco e do Ceará. Como parte desse estudo, foi construído e aplicado instrumento diagnóstico composto por 13 questões envolvendo situações das Estruturas Multiplicativas em escolas que participam do projeto OBEDUC. Essas aplicações ocorreram nos meses de outubro a novembro de 2014, durante um único dia, com todos os estudantes, conforme disponibilidade das escolas. Para este trabalho foram analisados 211 instrumentos de um total de 1418 aplicados nas 4 escolas participantes do projeto OBEDUC no Ceará.

Optou-se por fazer as análises de estratégias utilizadas pelos alunos dos 6os anos do Ensino Fundamental, em situações de proporção simples da classe muitos-para-muitos (Q03, Q06 e Q12[2]), para dar continuidade às analises de parte destes testes iniciados por Castro *et al* (2015). Estas análises contribuíram para o desenvolvimento das atividades de intervenção realizadas em escola OBEDUC do Ceará, como parte da pesquisa de doutorado sobre a

[2] Número das referidas questões no teste diagnóstico de situações de proporção simples da classe muitos-para-muitos.

compreensão da covariação a partir das Estruturas Multiplicativas (CASTRO, 2016). A seguir, serão discutidos os resultados.

4. Discussão dos Resultados

Os resultados alcançados durante análise foram destacados em duas categorias. Na primeira será mostrado o desempenho dos estudantes dos 6° anos ao resolver situação de proporção simples da classe muitos-para-muitos. A segunda categoria trará a classificação das estratégias que surgiram durante análise, das quais serão melhor detalhadas na sequência.

4.1 Desempenho dos estudantes

O teste aplicado aos estudantes continha seis questões do eixo de proporção simples (Q01, Q03, Q04, Q06, Q08 e Q12), sendo que três delas eram da classe muitos-para-muitos (Q03, Q06 e Q12), conforme podem ser visualizadas abaixo.

Q01 - Joana sabe que em um pacote há 6 biscoitos. Ela tem 5 pacotes. Quantos biscoitos ela tem? (*proporção simples - classe um-para-muitos - multiplicação*)

Q03 - Para fazer 3 fantasias são necessários 5m de tecido. Ana tem 35m de tecido. Quantas fantasia ela pode fazer? (*proporção simples - classe muitos-para-muitos*)

Q04 - A Escola Recanto fará uma festa para 36 convidados. Em cada mesa ficarão 4 convidados. Quantas mesas a escola precisará alugar? (proporção simples - classe um-para muitos - divisão por cota)

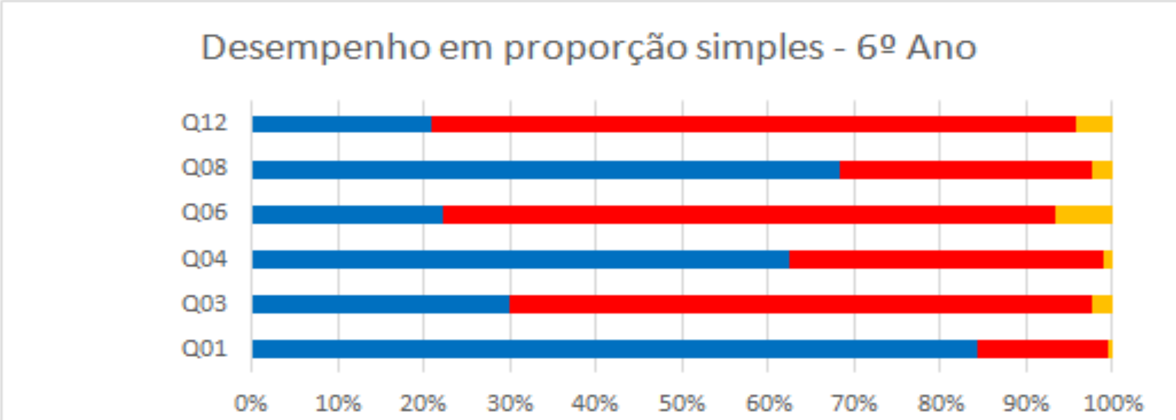
Q06- Caio comprou 9 caixas de suco e pagou 15 reais. Se ele comprasse 3 caixas de suco quanto precisaria pagar? (*proporção simples - classe muitos-para-muitos*)

Q08 - Um supermercado fez uma promoção: "Leve 4 litros de suco por apenas 12 reais". Quanto vai custar cada litro de suco? (*proporção simples - classe um-para-muitos - divisão por parte*)

Q12-Em uma gincana na Escola Saber, a cada 3 voltas correndo na quadra o aluno marca 4 pontos. Alex deu 15 voltas correndo na quadra. Quantos pontos ele marcou? (*proporção simples - classe muitos-para-muitos*)

Desta forma, foi analisado o desempenho na resolução de todas as situações de proporção simples. O desempenho foi verificado de forma quantitativa, considerando se os estudantes acertaram, não acertaram ou não responderam, conforme gráfico1.

Se considerarmos as seis questões de proporção simples, apresentadas anteriormente, as que os estudantes apresentaram o menor número de acertos foram em situações de proporção simples da classe muitos-para-muitos (gráfico 1). Estes tipos de situações (Q03, Q06 e Q12) são consideradas mais difíceis por envolverem as operações de multiplicação e divisão (CASTRO, 2016).



	Q01	Q03	Q04	Q06	Q08	Q12
Acertou	178	63	132	47	144	44
Não Acertou	32	143	77	150	62	158
Não Respondeu	1	5	2	14	5	9

Gráfico 1 - Desempenho dos estudantes do 6° ano do Ensino Fundamental em proporção simples

Gitirana *et al* (2014) denomina este tipo de situação - proporção simples da classe muitos-para-muitos, de quarta proporcional e, em relação a complexidade, classifica-os como problemas de 2ª extensão, sendo mais complexos do que todos as demais situações de proporção simples. No caso das situações de proporção simples da classe muitos-para-muitos propostas no teste, verifica-se uma maior complicação, pois é muito comum que, na resolução, os estudantes tentem reduzir a relação de muitos-para-muitos, para um-para-muitos (GITIRANA *et al*, 2014), porém, no caso das situações propostas, essa relação é estabelecida por um número racional (fração ou decimal) e não inteiro, o que acaba sendo um obstáculo. Desta forma, a seguir, serão apresentadas e discutidas estratégias utilizadas pelos estudantes na resolução destas situações.

4.2 Estratégias em situação de proporção simples da classe muitos-para-muitos

A análise dos testes diagnósticos dos estudantes dos 6° anos do Ensino Fundamental mostrou a utilização de diferentes estratégias, que serão classificadas de acordo com Castro *et al* (2015): (1) incompreensíveis; (2) aditivas; (3) aditivas e multiplicativas; e (4) multiplicativas (quadro 1).

Estratégias		Q03	Q06	Q12
Incompreensível		47	79	63
Estratégias Aditivas	Contagem	-	01	01
	Agrupamento	04	04	10
	Algoritmo	21	45	27
	Combinações aditivas	26	04	08
Estratégias aditivas e multiplicativas		12	02	10
Estratégias multiplicativas	Algoritmo	99	73	92
	Relações	-	02	-
	Combinações multiplicativas	-	01	-

Quadro 1 - Classificação das estratégias situações de proporção simples - classe muitos-para-muitos

Como a metodologia adotada conta apenas com a análise dos testes, sem a realização de entrevistas, as estratégias com o uso somente de cálculo mental, isto é, que não continham registro da resolução, ou ainda, as que não foram possíveis compreender a estratégia adotada, foram classificadas como incompreensíveis, o que requisita investigações futuras.

Ressalta-se que as estratégias dos estudantes foram classificadas, independente de estarem certas ou erradas, como forma de compreender se o raciocínio utilizado era predominantemente aditivo e/ou multiplicativo. Desconsiderando as estratégias classificadas como incompreensíveis de cada questão (Q03, Q06 e Q12), verifica-se que os estudantes revelaram um raciocínio predominantemente multiplicativo: 60,37%; 57,58% e 62,16%, respectivamente. Todavia, embora haja o predomínio do raciocínio multiplicativo, constatou-se que as estratégias das três questões analisadas, utilizavam, em muitos casos, os números apresentados nas situações, sem demonstrar entender as relações envolvidas, assim como apontado na pesquisa de Castro (2016). Isso foi constatado nas estratégias aditivas (figura 1), como nas multiplicativas (figura 2), das três questões.

Na figura 1 verifica-se que o estudante utilizou todas as quantidades dadas pela questão (Q03): 3 fantasias, 5 metros e 35 metros, demonstrando não compreender as relações e as operações necessárias para a resolução. Constata-se, ainda, que o estudante não considerou a magnitude de cada medida, fato necessário, segundo Castro (2016), para que compreenda e estabeleça as relações aditivas e/ou multiplicativas.

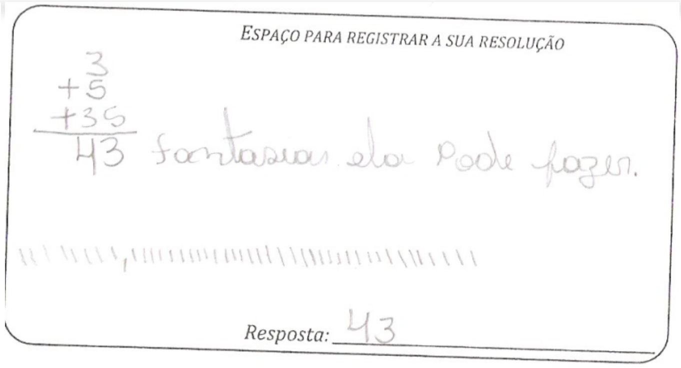


Figura 1 - Estratégia aditiva - resolução Q03

Houve casos em que os estudantes consideravam apenas uma parte das informações dadas, desconsiderando os demais dados. Na figura 2, observa-se uma estratégia para a resolução da Q06 em que o estudante utiliza as quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) para resolvê-la.

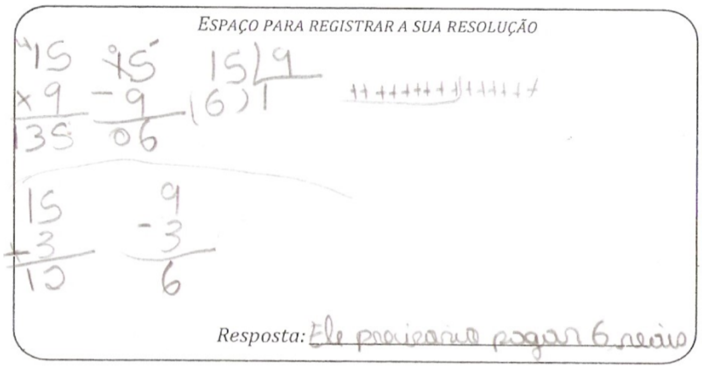


Figura 2 - Estratégia multiplicativa - resolução Q06

A utilização de todas as operações demonstra que o estudante não compreendia as relações presentes na situação. A estratégia da Figura 2 também deixa evidente a falta de domínio do aluno nas operações. Nota-se, ainda, que uma das operações utilizadas foi a de 15:9 o que pressupõe a tentativa da busca da relação unária, isto é, a de encontrar quanto custa 1 caixa de suco (Q06).

A busca da relação preço por caixa pode ser melhor visualizada na figura 3, onde o estudante utiliza a divisão para encontrar o valor de uma caixa e depois multiplica por três, para encontrar o valor das três caixas solicitadas no problema. A estratégia utilizada na figura 3 não contribuiu para que o estudante encontrasse a solução correta, embora seja uma estratégia válida e utilizada, muitas vezes, para resolver situações de proporção simples da classe muitos-para-muitos, mas que a relação entre as duas medidas é um número inteiro e não racional. De forma análoga, a estratégia da figura 3, para Q06, também foi verificada em Q03 e Q12.

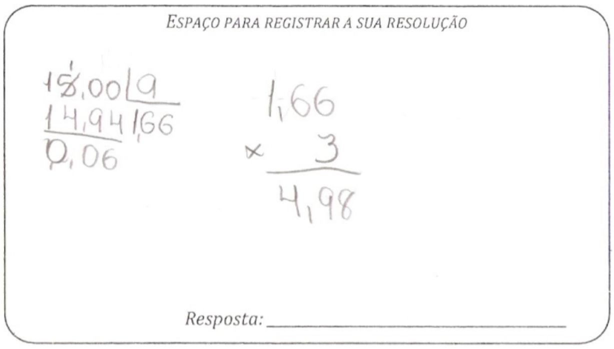


Figura 3 - Estratégia multiplicativa - algoritmo - busca da relação unária - resolução Q06

Na resolução da Figura 3, observa-se procedimentos baseados em algoritmos indicando que o estudante possui um maior domínio sobre as regras operatórias, estratégias bastante enfatizadas pela escola. Contudo, houve casos em que os estudantes optaram pelo uso de representações simbólicas (Figura 4) e por meio de agrupamentos (Figura 4 e 5).

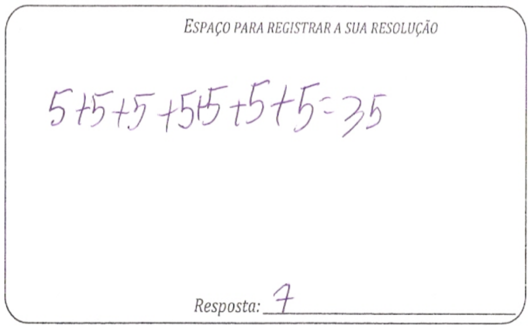


Figura 4: Estratégia por agrupamento representação pictórica - resolução Q06

Figura 5: Estratégia por agrupamento representação numérica - resolução Q03

Na resolução apresentada na figura 5, verifica-se que o estudante realiza uma adição de parcelas iguais cujo resultado é 35. Nota-se que o estudante considerou a relação 5 metros por fantasia, pois para cada 5 representado, contou 1 fantasia. Todavia, como a classe da situação do problema é muitos-para-muitos, esta relação não é de um. A relação correta deveria ser 5 metros para 3 fantasias, contando, para cada parcela, 3 fantasias. Outro ponto a ser destacado é o modo como é estabelecido a resposta final, nessa o estudante emprega somente o valor numérico desconsiderando a grandeza envolvida, prática comum observada em inúmeros protocolos.

Além de adições sucessivas, em alguns casos, os estudantes utilizaram em suas estratégias subtrações sucessivas (Figura 6). Neste caso, lança mão de dois procedimentos distintos, a subtração e a multiplicação. Nota-se que o estudante percebe que foi possível retirar dos 35 metros a serem comprados, 7 vezes os 5 metros. Para efetuar essa divisão, utiliza como mecanismo a subtração sucessiva. Nesse sentido, podemos inferir que essas subtrações correspondem a tentativa do estudante em determinar quantas vezes esse número é maior que o outro. Diferente da estratégia da Figura 5, na Figura 6 é possível perceber que para cada 5 metros são confeccionadas 3 fantasias. Isto fica explícito ao multiplicar 7 x 3.

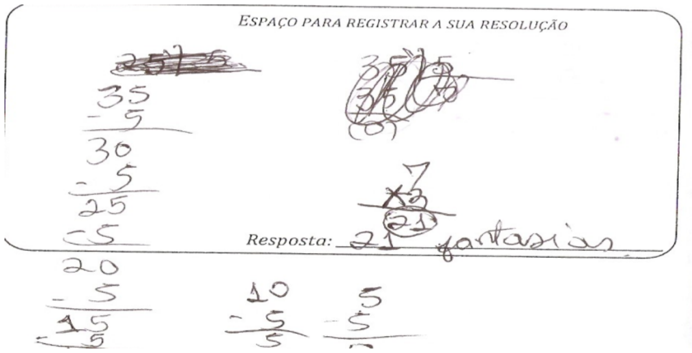


Figura 6: Estratégia aditiva e multiplicativa - subtrações sucessivas - resolução Q03.

Apesar do quadro 1 contabilizar apenas uma estratégia de relação na Q06, também verificou-se indícios de relação, na resolução das questões que foram classificadas como estratégias aditivas e multiplicativas (Figura 7).

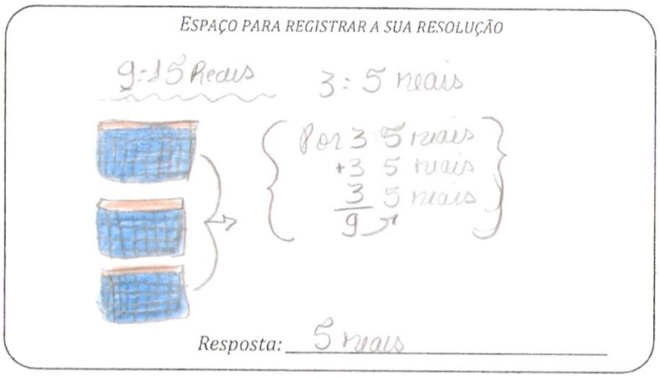


Figura 7 - Estratégia aditiva e multiplicativa - relação - resolução Q06

A compreensão das relações presentes em problemas de proporção simples são importantes para averiguar a compreensão da proporcionalidade e a utilização do raciocínio multiplicativos pelas crianças, pois, as estruturas multiplicativas são caracterizadas pela definição de uma relação fixa entre duas quantidades, ou seja, toda situação multiplicativa envolve duas quantidades (de naturezas iguais ou distintas) e uma relação constante entre elas (MAGINA, SANTOS, MERLINI, 2014; SANTOS, 2015).

A Figura 8 apresenta uma estratégia mista em que o estudante organiza as grandezas dispostas em duas colunas, quantidades de fantasias e comprimento do tecido, respectivamente. Nota-se que esse estudante é capaz de explicitar as relações que estabeleceu entre as variáveis do problema, mesmo usando a repetição de mesma parcela no problema.

ISSN 2178-034X

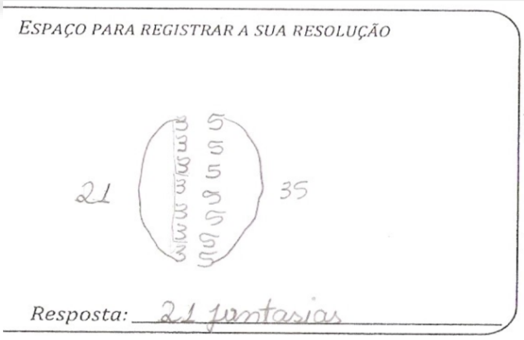


Figura 8 - Estratégia aditiva e multiplicativa - relação - resolução Q03

Esta estratégia apresenta procedimentos aditivos, visto que o estudante necessita apresentar todas as quantidades existentes, somando-as em seguida, mas também evidencia a compreensão de que há uma relação fixa entre a quantidade de fantasias e a quantidade de metros de tecido, o que evidencia o raciocínio multiplicativo.

Conforme discutido nesta seção, as análises realizadas nos 211 testes dos estudantes do 6° ano do Ensino Fundamental evidenciaram uma variedade de estratégias, de raciocínios e de dificuldades apresentadas pelos alunos. As estratégias podem apresentar indícios de raciocínios utilizados pelos estudantes, servindo como suporte para que os professores planejem atividades que estimulem a ampliação do campo multiplicativo por parte do aluno. A seguir, apresentar-se-á as considerações finais.

5. Considerações finais

Este trabalhou se propôs a analisar o desempenho e as estratégias de estudantes do 6° ano do Ensino Fundamental. As análises do desempenho de situações de proporção simples da classe um-para-muitos e muitos-para-muitos demonstraram que as situações da classe muitos-para-muitos são mais difíceis, pois o desempenho neste tipo de situação foi inferior ao desempenho em situações de proporção simples da classe um-para-muitos. Essa dificuldade está relacionada ao fato dessas situações propostas no teste não possibilitarem o estabelecimento da relação unitária, dentro do campo numérico dos naturais, estratégia muitas vezes adotada pelo estudante.

Em relação as estratégias, verificou-se um predomínio dos algoritmos relacionados ao raciocínio aditivo e multiplicativo, predominado, em todas as questões, o raciocínio multiplicativo. Assim, como na pesquisa de Castro *et al* (2015), ficou verificado um grande número de estratégias em que o estudante faziam operações de forma indiscriminada, ou seja, sem clareza da adequação desta ação. Todavia, diferente dos resultados de Castro *et al* (2015), esta análise verificou estratégias, embora em pequeno número, que consideraram a relação entre as duas grandezas presente nos problemas analisados. Segundo Castro (2016), a compreensão da relação escalar e funcional é fundamental para a covariação, conceito necessário para o desenvolvimento da compreensão de proporcionalidade. Em pesquisas futuras, pretende-se desenvolver intervenções que auxiliem na compreensão destes conceitos.

6. Referências bibliográficas

CASTRO, J. B. **Construção do conceito de covariação por estudantes do Ensino Fundamental em ambientes de múltiplas representações com suporte das tecnologias digitais.** Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2016.

CASTRO, J. B; *et al*. **Divisão por cota e partição**: uma análise das estratégias de estudantes do 6° ano do Ensino Fundamental. *In*: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2015, Ilhéus. Anais... Ilhéus: UESC, 2015. p. 2248-2259.

GITIRANA, V.; *et al*. **Repensando multiplicação e divisão**: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. 1a. ed. São Paulo: PROEM, 2014.

MAGINA, S.; CAMPOS,T; NUNES,T., GITIRANA,V. **Repensando Adição e Subtração**: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais, Ed. PROEM Ltda, São Paulo, 2001.

MAGINA, S. P.; SANTOS, A.; MERLINI, V. L. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 20, n. 2, p. 517-533, 2014.

SANTOS, A. **Formação de professores e as estruturas multiplicativas:** reflexões teóricas e práticas. Curitiba: Appris, 2015.

VERGNAUD, G. Multiplicative structures. *In*: LESH, R.; LANDAU, M. **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York, NY: Academic Press, 1983. p. 127-174.

VERGNAUD, G. **A criança, a Matemática e a realidade:** problemas do ensino da matemática na escolar elementar. Curitiba: Actas, 2009.

ZARAN, M. L. O.; SANTOS, C. A. B. **Análise dos procedimentos de resolução de alunos de 5º ano em relação a problemas do grupo isomorfismo de medidas.** *In:* ENCONTRO DE PRODUÇÃO DISCENTE PUCSP/CRUZEIRO DO SUL. São Paulo. Anais… São Paulo, 2012. p. 1-12.

ISSN 2178-034X